

## Mat/Fis STPA/TAAEC - Secondo Appello - Febbraio 2019

### Matematica

Calcolare la somma e il prodotto delle matrici

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

— Risposte:

$$A + B = \begin{pmatrix} \frac{10}{3} & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \quad AB = \begin{pmatrix} -4 & -1 \\ \frac{7}{3} & -9 \end{pmatrix}$$

Calcolare i limiti

$$\ell_1 = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(e^x - 1)}{\sin(3x)}, \quad \ell_2 = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{8x + 3x^3 + 5e^{-x}}{7 + 2x + 6x^3}.$$

— Risposta:

$$\ell_1 = \frac{1}{3}, \quad \ell_2 = \frac{1}{2}$$

Calcolare le derivate prime di

$$f(x) = \sin(e^{-x}), \quad g(x) = \frac{x}{\cos(x^2)}$$

— Risposte:

$$f'(x) = -e^{-x} \cos(e^{-x}), \quad g'(x) = \frac{\cos(x^2) + 2x^2 \sin(x^2)}{\cos^2(x^2)}$$

Calcolare (per parti) la primitiva  $g(x)$  di

$$g'(x) = xe^x$$

— Risposta:

$$g(x) = (x - 1)e^x + C$$

Da questo momento, restringersi alla semiretta  $x > 0$ . Calcolare la derivata prima di

$$y(x) = \frac{e^x}{x}.$$

— Risposta:  $y' = e^x(x - 1)/x^2$

Dire dove la funzione è crescente e dove è decrescente

— Risposta: cresce per  $x > 1$ , decresce per  $x < 1$

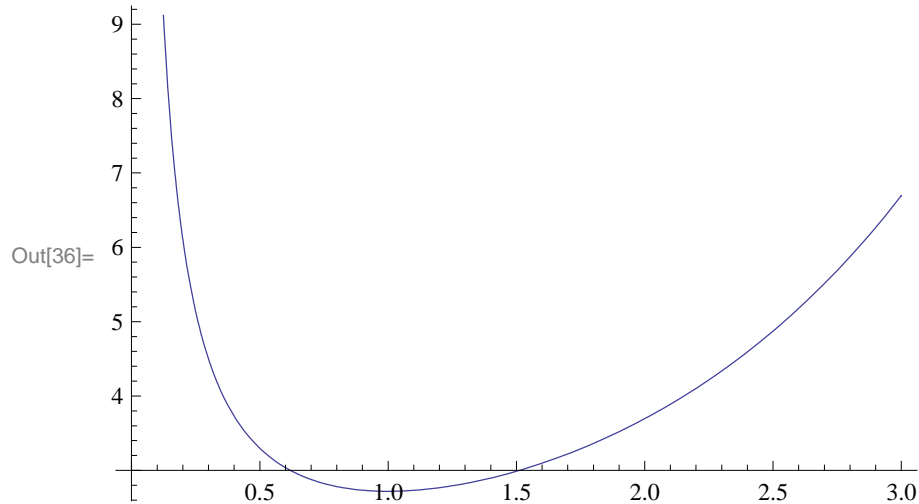
Individuarne i massimi e minimi relativi

— Risposta: ha un minimo relativo a  $x = 1$

Calcolare  $\lim_{x \rightarrow 0} y(x)$  e  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x)$

— Risposte:  $\lim_{x \rightarrow 0} y(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = +\infty$

Disegnare il grafico di  $y(x)$



## Fisica

Costante di Newton  $G = 6.674 \times 10^{-11} \text{ N m}^2/\text{kg}^2$ . L'accelerazione gravitazionale terrestre è  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Una caloria = 4.184 J. La costante dei gas perfetti è  $R = 8.3144 \text{ J}/(^{\circ}\text{K mol})$ . la densità dell'acqua è  $\rho_{\text{H}_2\text{O}} = 1 \text{ kg/litro}$ . La velocità del suono nell'aria è  $v_s = 340 \text{ m/s}$ . Lavorare nel sistema MKS, a meno che non sia specificato diversamente.

1a. Un bambino tira una pallonata a una finestra, rompendola. Egli imprime alla palla, di massa  $m = 0.3 \text{ kg}$ , una velocità pari a  $v = 45 \text{ km/ora}$ . Calcolare l'energia cinetica iniziale  $K$ .

Formula:  $K = mv^2/2$

Valore: 23.4J

1b. Trascurando l'attrito dell'aria e sapendo che la finestra si trova a un'altezza  $h$  di 5 metri, quanto vale l'energia  $K'$  che la palla scarica sul vetro della finestra?

Formula:  $K' = K - mgh$

Valore: 8.43J

2 Una nave ha una densità media  $\rho = 0.4 \text{ kg/litro}$ . Immaginandola come un parallelepipedo di superficie  $S = 800 \text{ m}^2$  e altezza  $h = 40 \text{ m}$ , calcolare la profondità  $h'$  della parte immersa.

Formula:  $h' = h\rho/\rho_{\text{H}_2\text{O}}$  [da  $F = \rho Shg = \rho_{\text{H}_2\text{O}} Sh'g$ ]

Valore: 16m

3. Un gas perfetto a temperatura ambiente ( $T = 300^{\circ}\text{K}$ ) viene compresso. Nella trasformazione, il volume viene dimezzato e la pressione triplicata. Calcolare la temperatura finale  $T'$ .

Formula:  $T' = 3T/2$  [da  $pV = nRT$ ,  $p'V' = nRT'$ ,  $p' = 3p$ ,  $V' = 2V$ ]

Valore:  $450^\circ K$

4a. Un gong vibra con una frequenza  $f$  di 200kHz. Calcolare la lunghezza d'onda  $\lambda$  del suono emesso.

Formula:  $\lambda = v_s/f$

Valore:  $1.7mm$

4b. Ogni quanto tempo avviene una singola vibrazione?

Formula:  $T = 1/f$

Valore:  $5 \cdot 10^{-6}s$

5a. Un'autoclave è situata ad un'altezza  $h$  pari a  $7m$  rispetto al rubinetto dell'acqua. A quale pressione  $P$  esce l'acqua dal rubinetto?

Formula:  $P = \rho gh$

Valore:  $0.07 \cdot 10^6 \text{ Pascal}$

5b. Con quale velocità esce l'acqua?

Formula:  $v = \sqrt{2gh}$

Valore:  $11.8m/s$