Prova in itinere di fisica: 18/12 ore 15 - 17
aula magna

Principi di fisica Borsa/Lascialfari

Unità di misura MKS o SI

Grandezze fondamentali:

massa	kg	chilogrammo
lunghezza	m	metro
tempo	s	secondo

SI = sistema internazionale

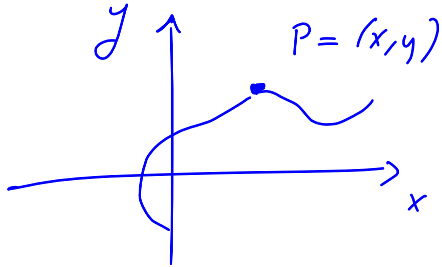
CGS

g	grammo
cm	centimetro
s	secondo

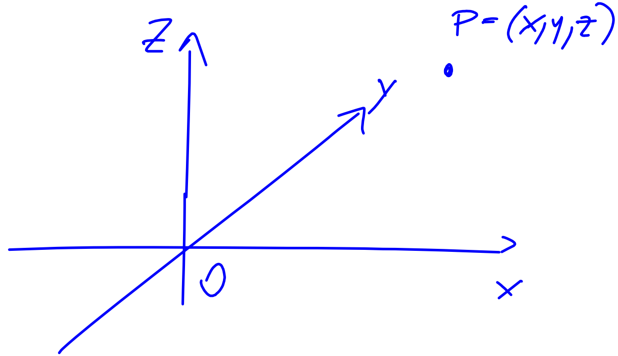
massa = misura della resistenza al moto

CINEMATICA il moto

Punto nel piano (x, y)

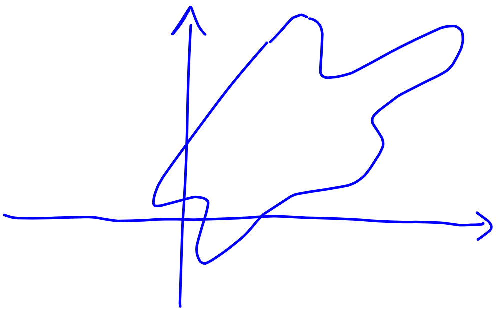


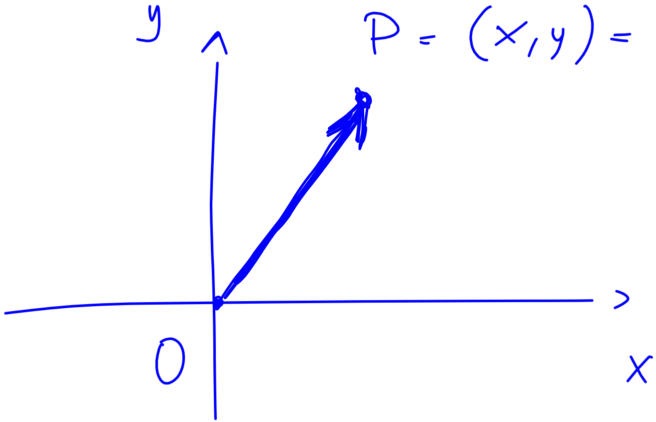
Punto nello spazio (x, y, z)



traiettoria : $(x(t), y(t))$

x e y sono funzioni del tempo





$P = (x, y) = \underline{\underline{\vec{r}}}$ vettore posizione

componenti del vettore

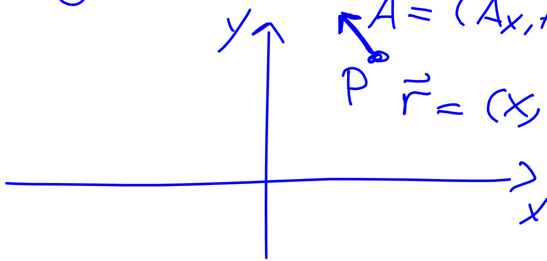
nello spazio $\underline{\vec{r} = (x, y, z)}$

nel tempo $\vec{r}(t) = (x(t), y(t))$

o $\vec{r}(t) = (x(t), y(t), z(t))$

$\vec{A} = (A_x, A_y, A_z)$

$\vec{A}(\vec{r})$



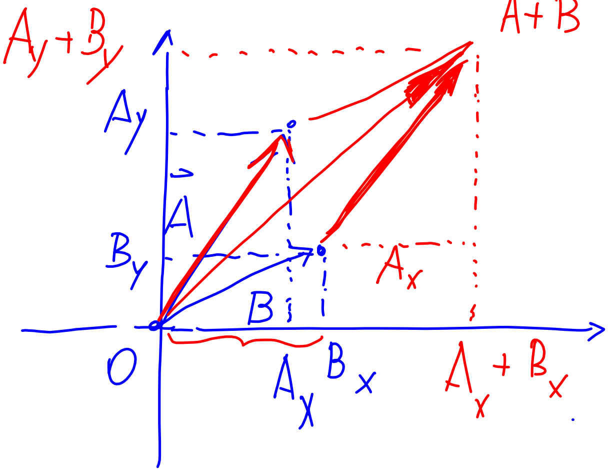
$\vec{A} = (A_x, A_y)$

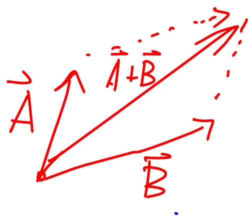
$\vec{r} = (x, y)$

$$\vec{A} + \vec{B} = (A_x, A_y) + (B_x, B_y)$$

$$= (A_x + B_x, \; A_y + B_y)$$

regola del parallelogramma





Matrici $\quad A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$

trasposta $A^t = $ (componenti a_{ji} → indici scambiati)

$$= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \end{pmatrix}$$

per un vettore $V = (v_1, v_2, \dots v_n)$

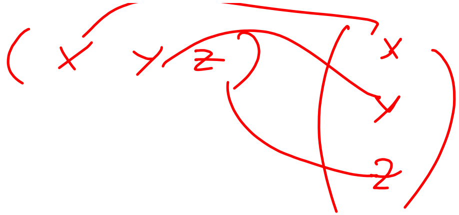
$$V^t = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix}$$

Prodotto scalare di due vettori $\vec{A}$ e $\vec{B}$:

$\vec{A} = (A_1, A_2, \dots A_n)$ $\vec{B} = (B_1, B_2, \dots B_n)$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_1 B_1 + A_2 B_2 + \dots A_n B_n$$

$\vec{r} = (x, y, z)$

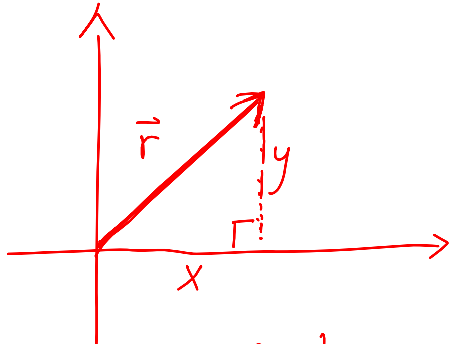


$\vec{r} \cdot \vec{r} = x^2 + y^2 + z^2$

lunghezza del vettore $\vec{A} = \sqrt{\vec{A} \cdot \vec{A}}$

$\sqrt{\vec{r} \cdot \vec{r}} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

due dimensioni

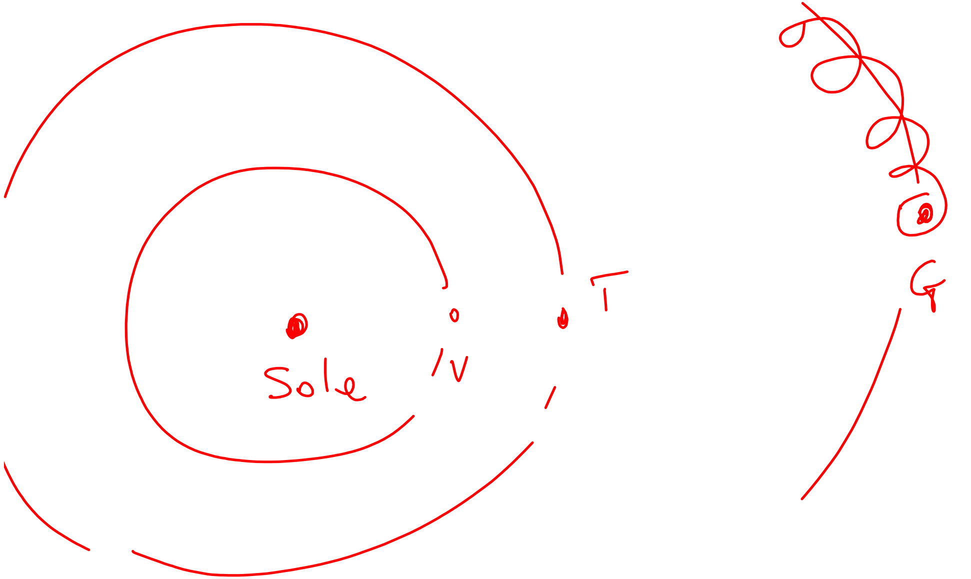


$\sqrt{\vec{r} \cdot \vec{r}} = \sqrt{x^2 + y^2}$

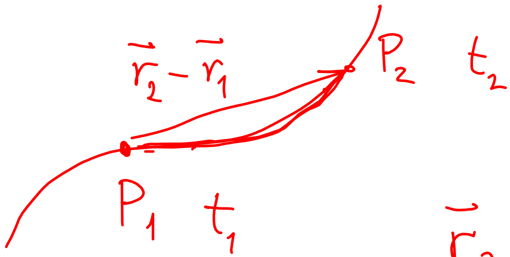
teorema di Pitagora $\Rightarrow$

lunghezza del vettore $\vec{r}$, detta anche "modulo"

$r = \sqrt{\vec{r} \cdot \vec{r}} = |\vec{r}|$



Moto : $\vec{r}(t) = (x(t), y(t))$



$$\vec{r}_2 = \vec{r}(t_2) = (x(t_2), y(t_2))$$

$$\vec{r}_1 = \vec{r}(t_1) = (x(t_1), y(t_1))$$

$\vec{r}_2 - \vec{r}_1$ la distanza tra P_2 e P_1 è $|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|$

$$\text{velocità} = \frac{\text{distanza percorsa}}{\text{tempo impiegato a percorrerla}} = \frac{m}{s}$$

velocità media

moto unidimensionale : $x(t)$

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t} = \frac{dx(t)}{dt}$$

in più dimensioni $\quad \vec{r}(t) = (x(t), y(t), z(t))$

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = \left(\frac{dx(t)}{dt}, \frac{dy(t)}{dt}, \frac{dz(t)}{dt} \right)$$

$$60\ \frac{Km}{ora} = 60\ \frac{1000\ m}{60\ minuti} = \cancel{60}\ \frac{1000\ m}{\cancel{60}\cdot 60\ s} =$$

$$= \frac{\overset{50}{\cancel{1000}}}{\underset{3}{\cancel{60}}}\ \frac{m}{s} \sim 17\ \frac{m}{s}$$

Accelerazione

variaz. di velocità
nell'unità di tempo

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \frac{d^2\vec{r}(t)}{dt^2} = \left(\frac{d^2x(t)}{dt^2}, \frac{d^2y(t)}{dt^2}, \frac{d^2z(t)}{dt^2}\right)$$

a è misurata in $\frac{m}{s^2}$

Esempi

1) $\vec{v}(t) \equiv 0$ "$\equiv$" vuol dire "è identicamente uguale a"

$$\frac{dx(t)}{dt} = 0 \qquad \frac{dy(t)}{dt} = 0 \qquad \frac{dz(t)}{dt} = 0$$

$$\Rightarrow \quad x(t) = \text{costante}$$
$$y(t) = \text{''}$$
$$z(t) = \text{costante}$$

$\vec{r}(t)$ è un vettore costante

$\vec{r}(t) \equiv \vec{r}_0$ vettore dato

2) $\vec{v}(t) \equiv \vec{v} = \text{costante} = (v_x, v_y, v_z)$

$$\frac{dx(t)}{dt} = v_x \qquad \frac{dy(t)}{dt} = v_y \qquad \frac{dz(t)}{dt} = v_z$$

$$\frac{dx(t)}{dt} = v_x \qquad x(t) = v_x t + C$$

$$\frac{dy}{dx} = a \qquad y(x) = ax + C$$

$$\left.\begin{aligned} x(t) &= v_x t + c_x \\ y(t) &= v_y t + c_y \\ z(t) &= v_z t + c_z \end{aligned}\right\} \quad \vec{r}(t) = \vec{v}\, t + \vec{c}$$

All'istante iniziale $t = 0$ $\quad \vec{r}(0) = \vec{c} \equiv \vec{r}_0$

$\vec{c}$ in questo caso è la posizione iniziale

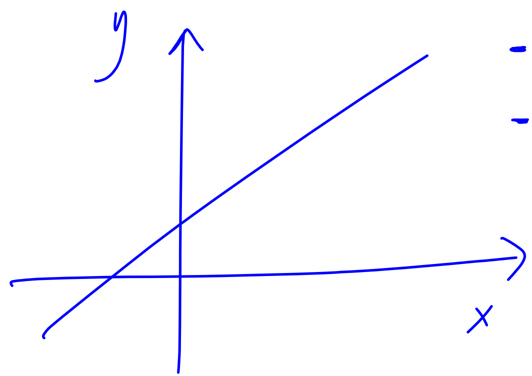
$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}\,t \qquad \vec{r}_0 = (x_0, y_0, z_0)$$

due dimensioni:

$$x(t) = v_x t + x_0$$

$$y(t) = v_y t + y_0$$

Cos'è $y(x)$? (la traiettoria)



- inverto $x(t)$ e trovo $t(x)$
- inserisco $t(x)$ in $y(t)$

$$y(t(x)) = y(x)$$

è una retta: moto rettilineo uniforme

$$x - x_0 = v_x t$$

$$t = \frac{x - x_0}{v_x} = t(x)$$

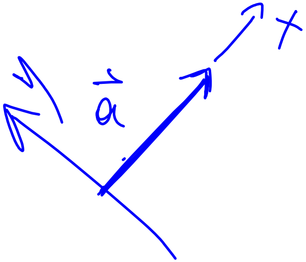
$$\boxed{y(x) = \underline{y_0} + \underline{v_y}\,\frac{x - x_0}{\underline{v_x}}}$$

$$y(x) = \frac{v_y}{v_x}x + y_0 - \frac{v_y}{v_x}x_0 = mx + q$$

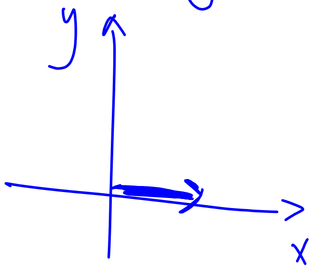
3) accelerazione costante

(moto uniformemente accelerato)

$$\vec{a}(t) = \vec{a} = \text{costante} \quad (a_x, a_y, a_z)$$



Scelgo l'asse x diretto lungo $\vec{a}$



$$\vec{a} = (a, 0, 0) = \left(\frac{d^2x(t)}{dt^2}, \frac{d^2y(t)}{dt^2}, \frac{d^2z(t)}{dt^2}\right)$$

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} = a \qquad \frac{d^2y(t)}{dt^2} = 0 \qquad \frac{d^2z(t)}{dt^2} = 0$$

$$\frac{dv_x(t)}{dt} = a \qquad \boxed{v_x(t) = at + C}$$

$$\frac{dy}{dx} = a \qquad y(x) = ax + C$$

$t = 0$:

$$v_x(0) = C = v_{x0}$$

$$v_x(t) = at + v_{x0} = \frac{dx(t)}{dt}$$

$$x(t) = \int dt\,(a t + v_{x0}) = a\frac{t^2}{2} + v_{x0} t + C$$

$$\int dx\, x = \frac{x^2}{2}$$

verifica:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{a t^2}{2} + v_{x0} t + C\right) =$$

$$= a t + v_{x0}$$

$t = 0$

$$x(0) = C \equiv x_0$$

$$\boxed{x(t) = \frac{a}{2} t^2 + v_{x0} t + x_0}$$

$a = 9{,}81\ m/s^2$

caduta dei gravi: $\boxed{a = 10\ \frac{m}{s^2}}$

$$x(t) = \frac{a}{2}t^2 + v_{x0}t + x_0 \leftarrow \text{moto uniformemente accelerato}$$

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} = 0 \quad : \quad y(t) = v_{y0}t + y_0 \leftarrow \text{moto uniforme}$$

$$\frac{d^2z(t)}{dt^2} = 0 \quad : \quad z(t) = v_{z0}t + z_0 \leftarrow \text{moto uniforme}$$

(ignoriamo $z(t)$)

Cos'è $y(x)$? La traiettoria

una parabola ...

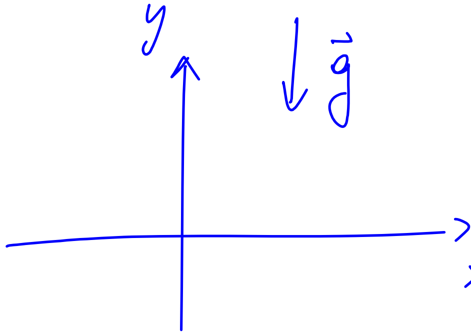
Moto uniformemente accelerato

$$\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$$

$$\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$$

$$\begin{cases} x(t) = \frac{a_x}{2} t^2 + v_x t + x_0 \\ y(t) = \frac{a_y}{2} t^2 + v_y t + y_0 \\ z(t) = \frac{a_z}{2} t^2 + v_z t + z_0 \end{cases}$$

$$\boxed{\vec{r}(t) = \frac{t^2}{2} \vec{a} + t \vec{v} + \vec{r}_0}$$



Caduta dei gravi

(due dimensioni, y verticale, ignoriamo z)

$$\vec{a} = \vec{g} = (0, -g) \qquad g = 9.81 \frac{m}{s^2}$$

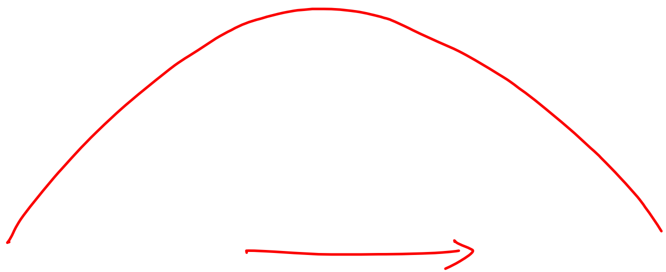
$$x(t) = v_x t + x_0 \longrightarrow \frac{x - x_0}{v_x} = t$$

$$y(t) = -\frac{g}{2} t^2 + v_y t + y_0$$

$$y(x) = -\frac{g}{2} \frac{(x-x_0)^2}{v_x^2} + \frac{v_y}{v_x}(x-x_0) + y_0$$

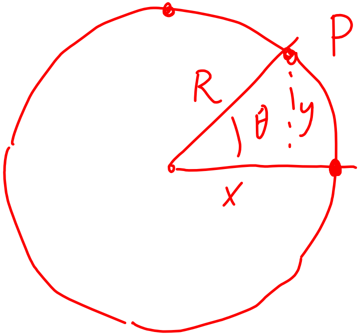
$$= \alpha x^2 + \beta x + \gamma$$

$$\alpha = -\frac{g}{2v_x^2} < 0$$



parabola con concavità verso il basso

Moto circolare



$$\vec{r} = (R\cos\theta,\ R\,\text{sen}\,\theta)$$

$$\vec{r}(t) = R\,(\cos\theta(t),\ \text{sen}\,\theta(t))$$

$\dfrac{d\theta(t)}{dt}$ si chiama velocità angolare

Moto circolare uniforme : velocità angolare costante nel tempo

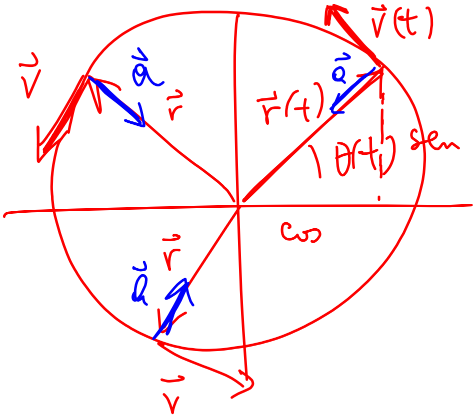
$$\frac{d\theta(t)}{dt} = \omega = \text{costante}$$

$$\theta(t) = \omega t + \theta_0$$

$$\vec{r}(t) = R\,(\cos(\omega t + \theta_0),\ \mathrm{sen}(\omega t + \theta_0))$$

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = \omega R\,(-\mathrm{sen}(\omega t + \theta_0),\ \cos(\omega t + \theta_0))$$

velocità istantanea tangente alla traiettoria



$$\vec{a}(t) = \frac{d\,v(t)}{dt} =$$

$$= \omega^2 R\,(-\cos(\omega t + \theta_0), -\mathrm{sen}(\omega t + \theta_0))$$

$$= -\omega^2\,\vec{r}(t)$$

$$\boxed{\vec{a}(t) = -\omega^2\,\vec{r}(t)}$$

$$|\vec{v}(t)| = \omega R$$

Dinamica il moto e le sue cause

forza $\vec{F} = m\vec{a}$

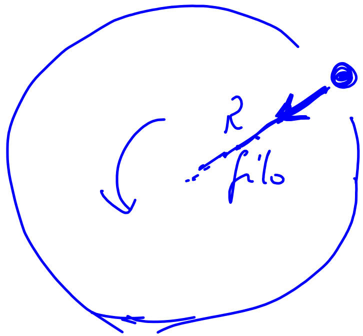
Esempio: il peso è la forza esercitata da un grave

Peso: $\vec{F} = m\vec{g}$ $\quad \vec{g}\downarrow \quad \vec{g}$ = accelerazione gravitazionale

Nel moto circolare uniforme

$$\vec{F} = m\vec{a} = -m\omega^2\vec{r}(t)$$

Forza centripeta



$$\vec{a}(t) = -\omega^2 \vec{r}(t) = \frac{d^2 \vec{r}(t)}{dt^2} = \left(\frac{d^2x}{dt^2}, \frac{d^2y}{dt^2} \right)$$

$$= -\omega^2 (x, y)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x \qquad \frac{d^2y}{dt^2} = -\omega^2 y$$

Soluzione generale di $\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x$

$$f(x) = A \operatorname{sen}(\omega x)$$

$$f'(x) = A\omega \cos(\omega x) \qquad f''(x) = -A\omega^2 \operatorname{sen}(\omega x)$$

$$f''(x) = -\omega^2 f(x) \leftarrow$$

$$f(x) = A\cos(\omega x) \qquad f' = -A\omega \,\text{sen}\, \omega x$$

$$f'' = -A\omega^2 \cos\omega x = -\omega^2 f$$

La soluzione più generale di

$$\boxed{\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x}$$

è

l'equazione è lineare in x, cioè se due funzioni $x_1(t)$ e $x_2(t)$ la risolvono, anche la somma $x_1(t)+x_2(t)$ la risolve

$$\left.\begin{aligned} \frac{dx_1^2}{dt^2} &= -\omega^2 x_1 \\ \frac{dx_2^2}{dt^2} &= -\omega^2 x_2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{d^2(x_1+x_2)}{dt^2} = -\omega^2(x_1+x_2)$$

$$x(t) = A_1 \,\text{sen}(\omega t + \phi) + A_2 \cos(\omega t + \phi)$$

Avevamo $x(t) = \underline{\underline{R}} \cos(\omega t + \underline{\underline{\theta_0}})$

$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha \cos\beta - \operatorname{sen}\alpha \operatorname{sen}\beta$$

$$x(t) = R\left[\cos(\omega t)\cos\theta_0 - \operatorname{sen}(\omega t)\operatorname{sen}\theta_0\right] =$$

$$= \underbrace{R\cos\theta_0}_{A_2}\cos(\omega t) + \underbrace{(-R\operatorname{sen}\theta_0)}_{A_1}\operatorname{sen}(\omega t)$$

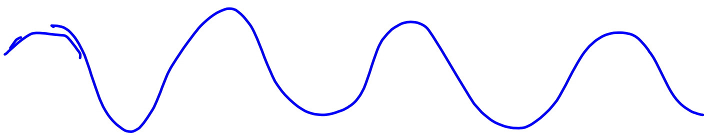
Il ~~moto~~ è univocamente determinato da due costanti: la posizione iniziale e la velocità iniziale. Fissate quelle, le leggi della natura permettono di ricavare la traiettoria in ogni istante futuro

Il moto che soddisfa l'equazione

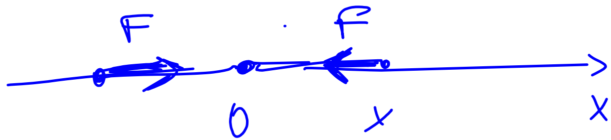
$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x \qquad x(t) = \underline{\underline{A}} \sin(\omega t) + \underline{\underline{B}} \cos(\omega t)$$

si chiama moto armonico

equazione delle onde



$$a = -\omega^2 x$$

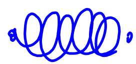


$$F = ma = -m\omega^2 x$$

$x > 0 \quad F < 0$

$x < 0 \quad F > 0$

molla



sistemi elastici

Leggi della dinamica

Primo principio (relatività galileiana):

un corpo persevera in quiete o moto rettilineo uniforme finché su di esso non agisca una forza esterna

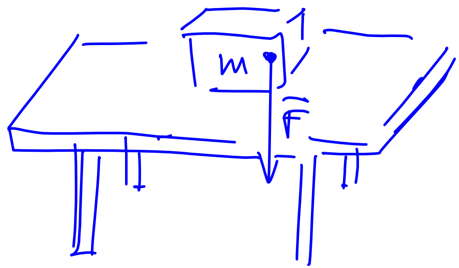
Secondo principio: $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

qui sta la fisica

l'accelerazione subita da un corpo è proporzionale alla forza totale che agisce su di esso e inversamente proporzionale alla massa

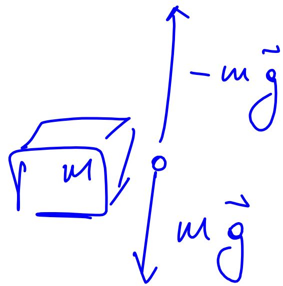
Terzo principio (azione e reazione): se un corpo A esercita la forza $\vec{F}$ su B, B esercita la forza $-\vec{F}$ su A.

Esempio

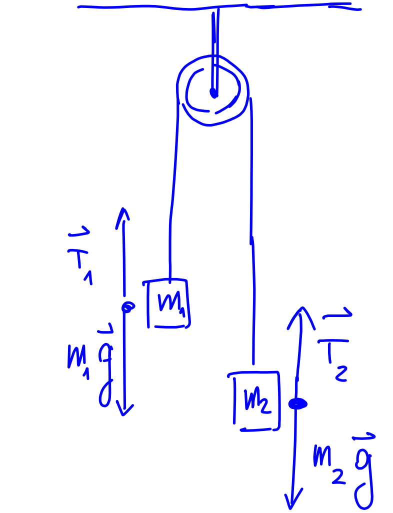


$\downarrow \vec{g}$ peso $\vec{F} = m\vec{g}$

la scatola esercita la forza peso sul tavolo e il tavolo esercita una forza opposta sulla scatola

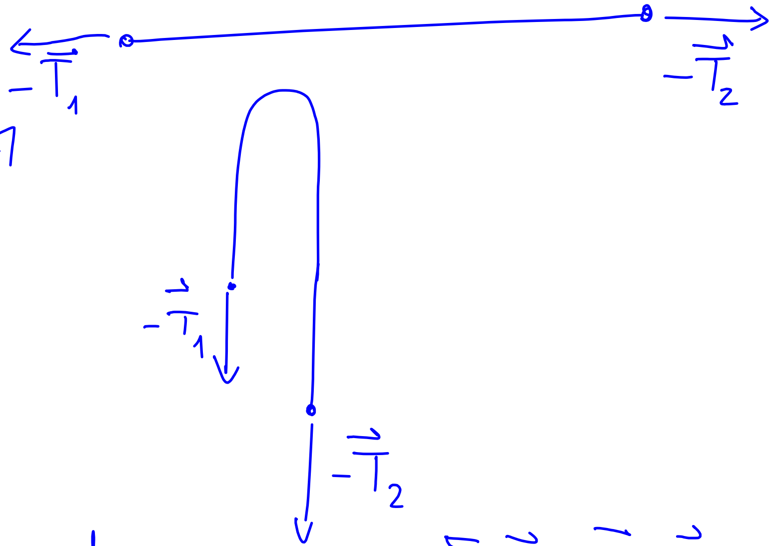


Esercizio



fune inestensibile e <u>leggerissima</u>

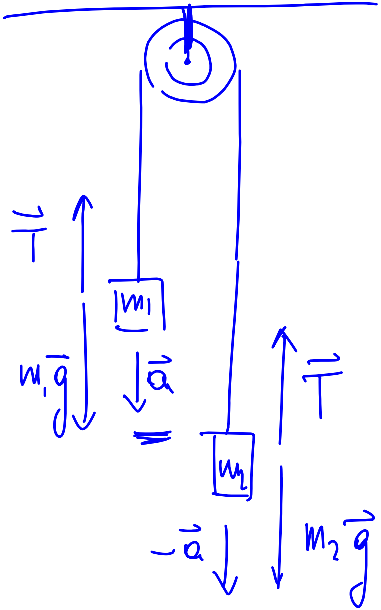
Sulla fune:



Forza totale sulla corda $\vec T_1 - \vec T_2$

$$\sum \vec F = m \vec a$$

2° principio applicato alla corda: $m = 0$ $\sum \vec F = \vec T_1 - \vec T_2 = 0$



2° principio applicato alle due masse

chiamo $\vec a$ l'accelerazione di m_1 verso il basso

$$\begin{cases} m_1 \vec a = m_1 \vec g - \vec T \\ m_2 (-\vec a) = m_2 \vec g - \vec T \end{cases}$$

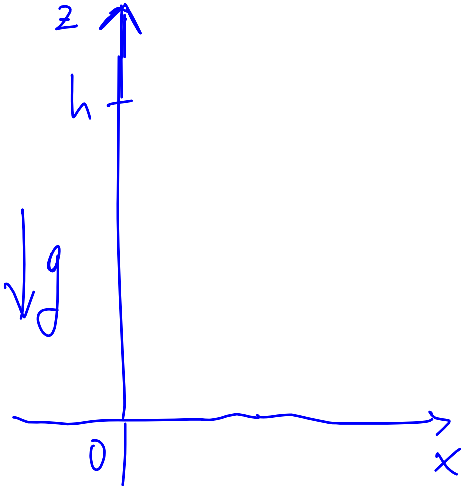
$$\left[m_2 \vec a = -m_2 \vec g + \vec T \right]$$

due eq. e due incognite $(\vec a, \vec T)$

sottraggo: $(m_1 + m_2)\vec a = (m_1 - m_2)\vec g$

$$\vec a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\vec g$$

$$\vec T = m_1(\vec g - \vec a) = \vec g\, m_1 \left(1 - \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) = \vec g\, \frac{2 m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$



$$\boxed{z_0 = h \qquad V_0 = 0}$$

$$z(t) = -\frac{g}{2}t^2 + C_1 t + C_2$$

$$z(0) = h = C_2$$

$$V(t) = \frac{dz(t)}{dt} = -gt + C_1$$

$$V_0 = V(0) = C_1 = 0$$

$$z(t) = -g\frac{t^2}{2} + h$$

$$z = 0 \Rightarrow h = \frac{g}{2}t_s^2 \qquad \sqrt{\frac{2h}{g}} = t_s$$

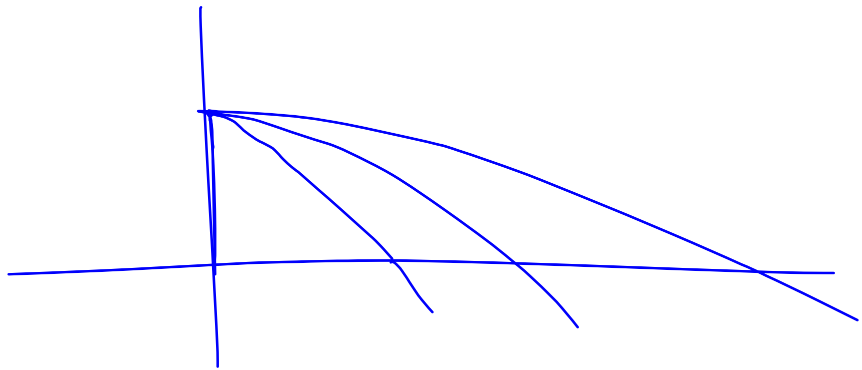
$$V(t_s) = -g t_s = -g\sqrt{\frac{2h}{g}} = -\sqrt{2hg}$$

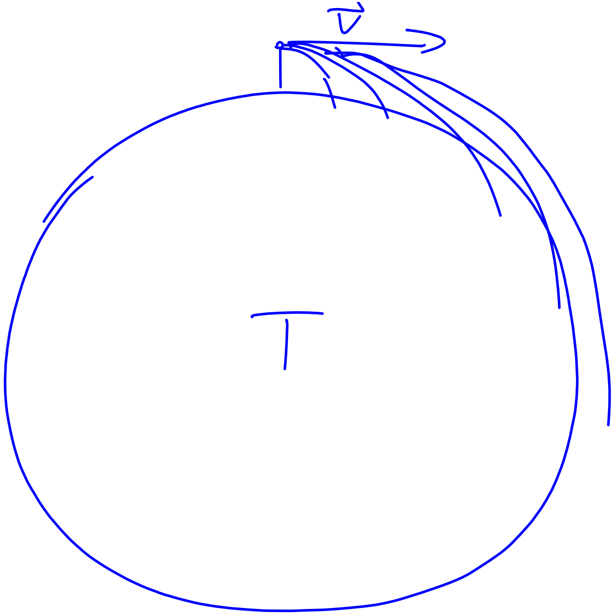
$$g = 10 \frac{m}{s^2} \qquad h = 20\, m$$

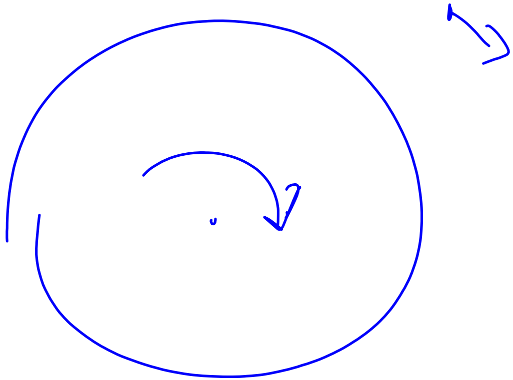
$$|v| = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 10 \frac{m}{s^2} 20\, m} =$$

$$= \sqrt{400} \sqrt{\frac{m^2}{s^2}} = 20 \frac{m}{s}$$

$$t_s = \sqrt{2 \frac{h}{g}} = \sqrt{2 \frac{2\cancel{0}\, \cancel{m}}{1\cancel{0}\, \cancel{m}} s^2} = \underline{\underline{2\, s}}$$



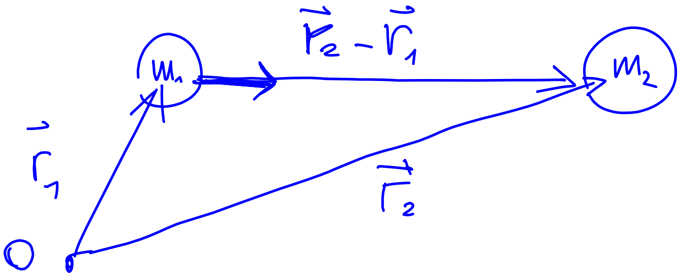




Forza di gravità:

$$\vec{F}_1 = G\, m_1 m_2 \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3}$$

costante di Newton



$$|F_1| = \frac{G\, m_1 m_2}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^2}$$

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \; N \frac{m^2}{Kg^2}$$

N = Newton = unità di misura della forza

$$\vec{F} = m\,\vec{a}$$

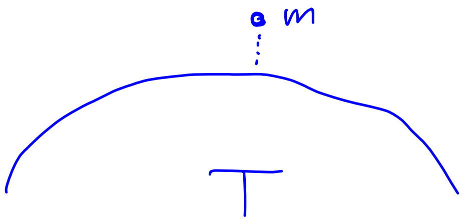
$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{Kg \cdot s^2}$$

$$N = Kg \frac{m}{s^2}$$

$$6{,}3 \cdot 10^6 \; m$$

$$\|$$

Raggio terrestre $= 6300 \; Km = R_T$

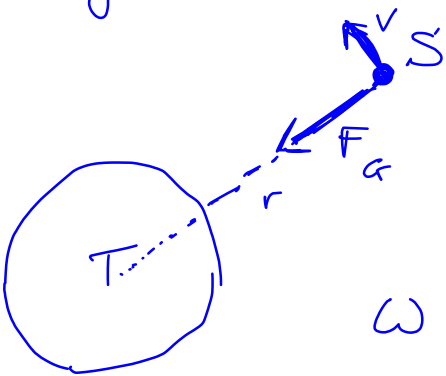


$$|\vec{F}| = m g = \frac{G\, m\, M_T}{R_T^2}$$

$$g = G \frac{M_T}{R_T^2}$$

$$M_T = \frac{g}{G} R_T^2 = \frac{10\,\cancel{\frac{m}{s^2}}\;kg\,\cancel{s^2}\,(6.3)^2\,10^{12}\,\cancel{m^2}}{6.67\cdot 10^{-11}\,\cancel{m^3}} =$$

$$= kg \cdot 6 \cdot 10^{24}$$



$$|F_G| = \frac{G\,m_S M_T}{r^2} = \text{forza centripeta}$$

ω ? ω = velocità angolare

$$\omega = \frac{v}{r}$$

$$|F_c| = m_s \omega^2 r = m_s \frac{v^2}{r}$$

$$\vec{r}(t) = r\left(\cos(\omega t + \theta_0), \operatorname{sen}(\omega t + \theta_0)\right) = \underline{(x, y)}$$

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = \underline{\omega r}\left(-\operatorname{sen}(\omega t + \theta_0), \cos(\omega t + \theta_0)\right) =$$

$$= (v_x, v_y)$$

$$|\vec{r}(t)| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{r^2\cos^2(\omega t + \theta_0) + r^2\operatorname{sen}^2(\omega t + \theta_0)} =$$

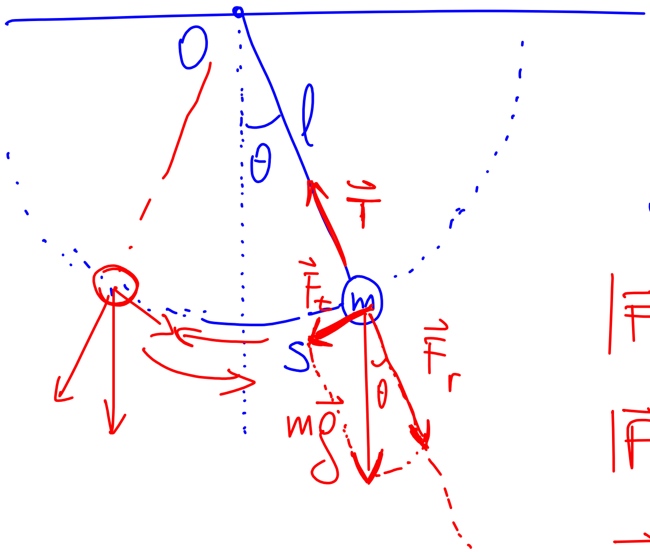
$$= r\sqrt{\cos^2(\omega t + \theta_0) + \operatorname{sen}^2(\omega t + \theta_0)} =$$

$$= r$$

$$|\vec{v}(t)| = \omega r = v$$

$$\frac{\cancel{m_s} v^2}{\cancel{r}} = G\frac{\cancel{m_s} M_T}{r^{\cancel{2}}} \qquad v = \sqrt{G\frac{M_T}{r}}$$

Pendolo semplice



fune inestensibile e leggerissima

arco $\quad s = l\theta$

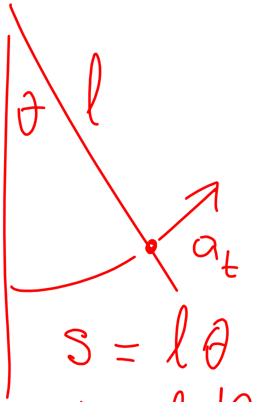
$$|\vec{F}_r| = mg\cos\theta$$

$$|\vec{F}_t| = \underline{mg\,\mathrm{sen}\,\theta}$$

$$\vec{T} + \vec{F}_r = 0$$

$$\theta(t) \qquad s(t) = l\,\theta(t)$$

$$a(t) = \frac{d^2 s(t)}{dt^2} = l \frac{d^2\theta(t)}{dt^2} = -g \operatorname{sen} \theta(t)$$



$$m\, a_t = F_t$$

$$s = l\theta$$

$$v_t = l \frac{d\theta}{dt}$$

$$a_t = l \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

Equazione del pendolo semplice

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{l} \operatorname{sen}\theta$$

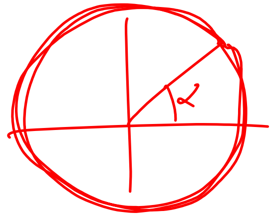
Piccole oscillazioni

per θ piccoli $\operatorname{sen}\theta \sim \theta$

$$\lim_{\theta \to 0} \frac{\operatorname{sen}\theta}{\theta} = 1$$

$$\frac{d^2\theta(t)}{dt^2} = -\frac{g}{l}\,\theta(t)$$

oscillatore armonico



$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x$$

$$x(t) = \underline{\underline{A}}\,\mathrm{sen}(\omega t) + \underline{\underline{B}}\cos(\omega t)$$

$$x \to \theta \qquad \frac{g}{l} \to \omega^2$$

$$\boxed{\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}}$$

$$\theta(t) = A\,\mathrm{sen}(\omega t + \theta_0)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

T = periodo

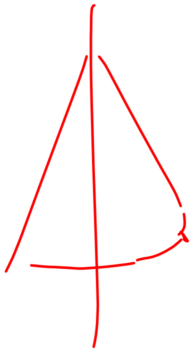
$$f(t+T) = f(t)$$

$$f(t) = \mathrm{sen}(\omega t) = \mathrm{sen}\left(\frac{2\pi t}{T}\right) = \mathrm{sen}\left(\frac{2\pi t}{T} + 2\pi\right)$$

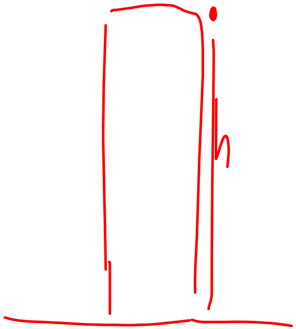
$$\nu = \frac{1}{T} = \text{frequenza}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

non dipende dall'ampiezza delle oscillazioni



Problema: edificio alto h



$$T = 2\pi\sqrt{\frac{h}{g}} = \underline{20\,s}$$

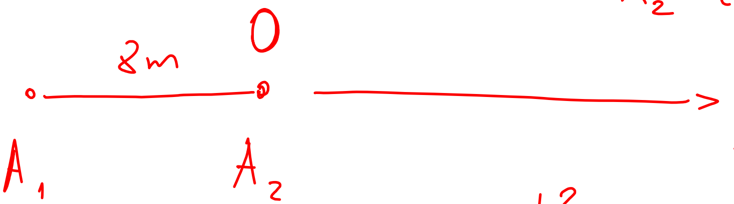
$$h = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 g$$

$$h = \left(\frac{\cancel{2}0}{\cancel{2}\pi}\right)^2 \cancel{s^2}\, 10\,\frac{m}{\cancel{s^2}} = \frac{1000}{\pi^2}\,m \sim 100\,m$$

Auto a $v_1 = 15 \, \frac{m}{s}$ segue a $d = 8\,m$ un'altra auto a $v_2 = 10 \, \frac{m}{s}$. La prima auto decelera $a = -1 \, \frac{m}{s^2}$. Dopo quanto tempo avviene il tamponamento?

$$x_1(t) = a\frac{t^2}{2} + v_1 t - d$$

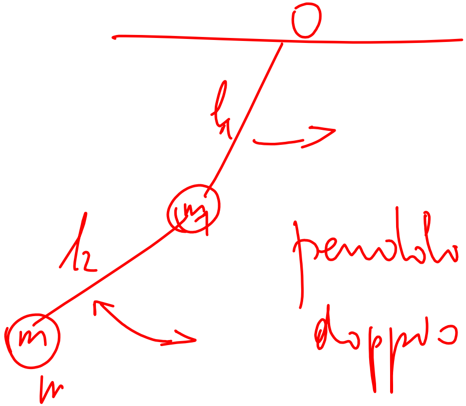
$$x_2(t) = v_2 t$$



$$x_1(t) = x_2(t)$$

$$a\frac{t^2}{2} + v_1 t - d = v_2 t$$

$$-\frac{t^2}{2} + 15t - 8 = 10t$$



$$-\frac{t^2}{2}+5t-8=0$$

$$t^2-10t+16=0$$

$$(t-2)(t-8)=0$$

$$\underline{t=2\,s}$$

A_2 si trova a $x_2 = 20\,m$

A_1 a $-\frac{1}{2}4+30-8=20\,m$

Impulso o "quantità di moto"

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

2° principio della dinamica

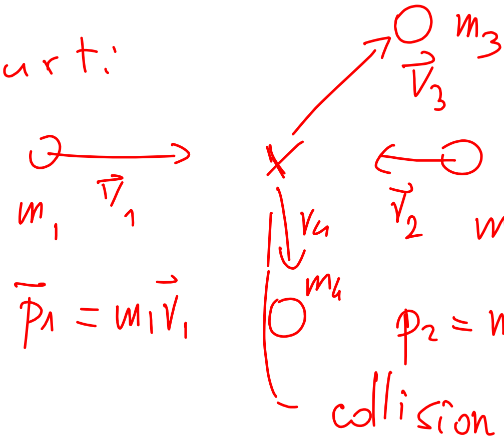
$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

forma generale del 2° principio: $\vec{F}_{ext} = \dfrac{d\vec{p}}{dt}$

In assenza di forze esterne (o quando la risultante delle forze esterne è nulla) l'impulso si conserva

Conservazione dell'impulso di un sistema isolato

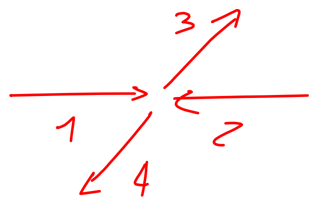
Esempio: urti:



$\vec p_1 = m_1 \vec v_1$

$p_2 = m_2 \vec v_2$

$1 + 2 \to 3 + 4$

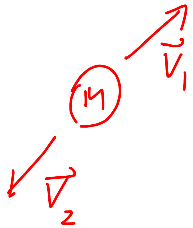


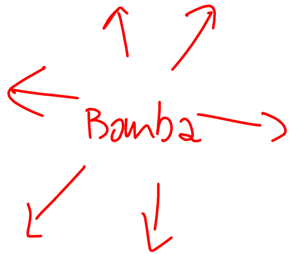
Conservazione dell'impulso

$$\vec P_{iniziale} = \vec p_1 + \vec p_2 = \vec P_{finale} = \vec p_3 + \vec p_4$$

Esempio: particella di massa M ferma che decade in due particelle 1 e 2 di masse m

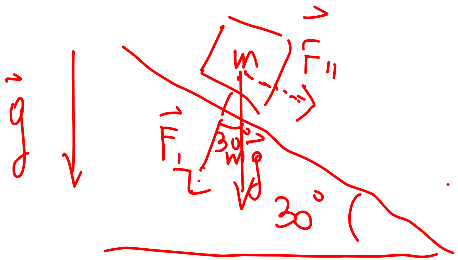
$$\vec p_i = M \vec v_i = 0 = \vec p_1 + \vec p_2 = m \vec v_1 + m \vec v_2 = m \underline{(\vec v_1 + \vec v_2)} = 0$$





Forze d'attrito : si oppongono al movimento

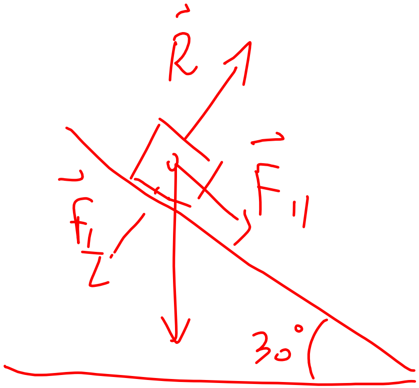
i) attrito statico :



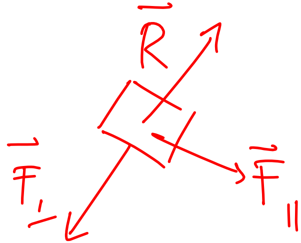
$$m\vec{g} = \vec{F}_\parallel + \vec{F}_\perp$$

$$|F_\parallel| = mg \operatorname{sen} 30^\circ = \frac{mg}{2}$$

$$|F_\perp| = mg \cos 30^\circ = mg\frac{\sqrt{3}}{2}$$



$$\vec{R} = -\vec{F}_\perp$$



Se l'oggetto è inizialmente fermo, oltre a queste tre forze c'è una forza $\vec{F}_s$ di attrito statico che in modulo

è uguale a $|F_s| \le \mu_s |F_\perp|$ ed è opposta a $\vec{F}_\parallel$

μ_s = coefficiente di attrito statico

L'oggetto si muove solo se $|F_\parallel| > \mu_s |F_\perp|$

ii) Se invece l'oggetto è già in moto, ad opporsi al moto è una forza d'attrito dinamico $\vec{F}_d$ in modulo uguale a

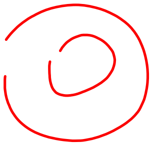
$$|\vec{F}_d| = \mu_d \, |\vec{F}_\perp| \quad \text{e opposta a } \vec{F}_\parallel$$

$\downarrow$ coefficiente d'attrito dinamico

$$\mu_d \leq \mu_s$$

iii) attrito viscoso, viscosità

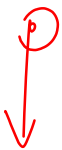
un corpo di forma sferica (raggio r) immerso in un fluido subisce una forza di attrito viscoso $\vec{F}_v = -6\pi\eta\, r\, \vec{v}$



η è una costante che si chiama viscosità

Velocità di sedimentazione

$\vec{g}m$



sferetta di massa m e volume V

densità $\rho = \frac{m}{V}$

immersa in un fluido (es. aria) di densità ρ'

e nel campo gravitazionale

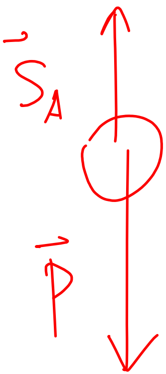
Spinta di Archimede: un corpo immerso in un fluido sente una spinta verso l'alto pari al peso del fluido spostato

$$\vec{S}_A = -\underbrace{\rho' V}_{\text{massa fluido spostato}} \vec{g}$$

$$\vec{P} = m\vec{g} = \rho V \vec{g}$$

peso

$$m = \rho V$$



attrito viscoso

$$m\vec{a} = \sum \vec{F} = \vec{P} + \vec{S}_A + \vec{F}_v =$$

$$= \rho V \vec{g} - \rho' V \vec{g} - 6\pi\eta r \vec{v} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\rho V \vec{g} - \rho' V \vec{g} - 6\pi\eta r \vec{v} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$$

incognita : $\vec{v}(t)$

esiste una soluzione notevole $\vec{v} = \text{costante} = \vec{v}_d$

in quel caso $\frac{d\vec{v}}{dt} = 0 \implies$

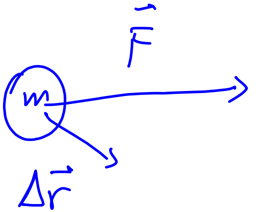
$$\rho V \vec{g} - \rho' V \vec{g} - 6\pi\eta r \vec{v}_d = 0 \qquad V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\implies \vec{v}_d = \frac{(\rho - \rho') V \vec{g}}{6\pi\eta r} = \frac{2}{9}\frac{r^2}{\eta}(\rho - \rho')\vec{g}$$

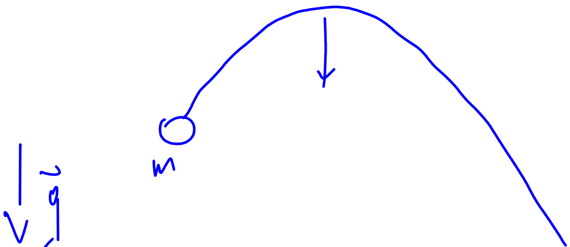
Lavoro ed energia

Una forza che sposta un corpo "fa lavoro"

Lavoro = "forza × spostamento"

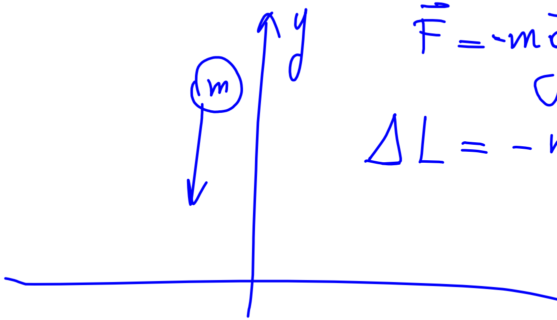


$$\Delta L = \vec F \cdot \Delta \vec r$$



moto parabolico

Caso unidimensionale:



$$\vec F = -m\vec g$$

$$\Delta L = -mg\,\Delta y$$

$$W = \frac{dL}{dt} = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

Lavoro per unità di tempo = <u>potenza</u>

Lavoro della forza gravitazionale:

$\Delta L = mg \Delta y$ → al limite $dL = mg\,dy$

dividiamo per dy

$$\frac{dL}{dy} = mg$$

$$L(y) = mgy + C$$

$$L(h) - L(0) = mgh$$

lavoro fatto dalla forza di gravità per far cadere l'oggetto fino a terra il lavoro è la variazione di energia cinetica

$$dL = F\,dx = ma\,dx = m\frac{dv}{dt}\,dx = m\frac{dv}{\cancel{dt}}\overbrace{\left(\frac{dx}{dt}\right)}^{=v}\cancel{dt} =$$

(1 dimensione lungo y) $= mv\,dv$

$\underline{F} = \underline{\underline{ma}}$ $\qquad a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} \qquad v = \frac{dx}{dt}$

$L = L(v)$ funzione della velocità

$$\frac{dL}{dv} = mv \qquad L(v) = \frac{mv^2}{2} + C$$

$$\frac{df}{dx} = ax \qquad L(v_f) - L(v_i) = \underline{\frac{m}{2}v_f^2} - \underline{\underline{\frac{m}{2}v_i^2}}$$

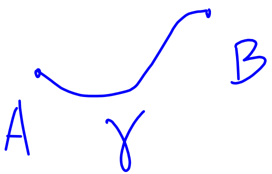
energia cinetica $K = \dfrac{mv^2}{2}$

ottenuta usando il lato "ma" di $\underline{\underline{F}} = ma$

Usando il lato "F" di $F = ma$ otteniamo un'espressione che dipende dalla natura della forza

$$L = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

in generale dipende anche dal percorso γ



Ci sono delle forze, dette conservative in cui L dipende solo da A e B, ma non dal percorso e la dipendenza da A e B è della forma

$$L = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = U(A) - U(B)$$

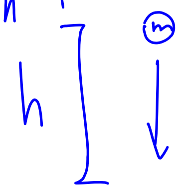
allora U si dice <u>energia potenziale</u>

Esempio: forza gravitazionale

$$L(h) - L(0) = mgh$$

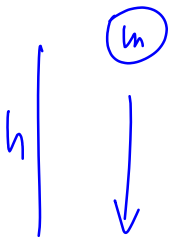
$$\| $$

$$\int_h^0 \underset{\text{peso}}{\vec{P}} \cdot d\vec{y} = mgh = U(h) - U(0)$$



$$U(h) = mgh$$

$$mgh = \frac{m}{2} v_f^2 - v_i^2 \frac{m}{2} \qquad m\vec{a} = \vec{F} = m\underline{\underline{\vec{g}}}$$



Se parte da fermo e cade da altezza h

$v_i = 0$

$$\cancel{m} g h = \frac{\cancel{m}}{2} v_f^2$$

$$v_f = \sqrt{2gh}$$

$$L(v_f) - L(v_i) = \frac{m}{2} v_f^2 - \underline{\frac{m}{2} v_i^2} = U_i - \underline{\underline{U_f}}$$

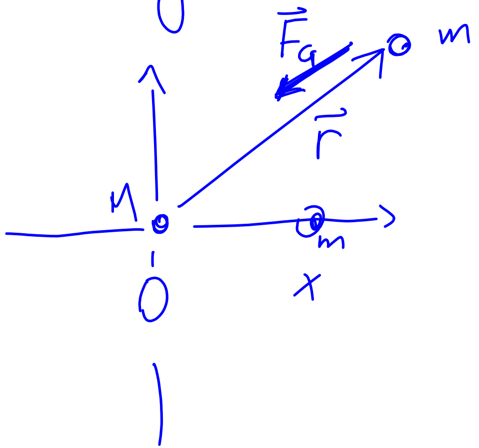
$$L = U(A) - U(B)$$

$$\frac{m}{2} v_f^2 + U_f = \frac{m v_i^2}{2} + U_i$$

Si conserva la somma tra l'energia potenziale e quella cinetica

$$K_f + U_f = K_i + U_i$$

Forza gravitazionale



$$\vec{F}_G = - \frac{G M m \, \vec{r}}{r^3}$$

$$L = \int_A^B \vec{F}_G \cdot d\vec{r} = U_A - U_B$$

Ci mettiamo lungo l'asse x

$$L_{x_1 \to x_2} \overset{?}{=} U_{x_1} - U_{x_2}$$

$$L_{x_1 \to x_2} = \int_{x_1}^{x_2} \left(- \frac{G M m}{x^2} \right) dx = - G M m \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{x^2} =$$

$$= - G M m \left[- \frac{1}{x} \right]_{x_1}^{x_2} = + G M m \left(\underline{\frac{1}{x_2}} - \underline{\frac{1}{x_1}} \right)$$

$$U_G(x) = -G\frac{Mm}{x}$$ energia potenziale gravitazionale

in tre dimensioni

$$U_G(r) = -G\frac{Mm}{r}$$

M

m

il "campo gravitazionale" di M è $-\dfrac{GM}{r}$

Forza tra cariche elettriche (forza di Coulomb)

k_e = costante

$Q_1 \xrightarrow[\vec r]{} Q_2$

Origine

$$\vec F_C = k_e Q_1 Q_2 \frac{\vec r}{r^3}$$

sulla carica 2

energia potenziale elettrostatica

$$U_e(r) = k_e \frac{Q_1 Q_2}{r}$$

Moto armonico

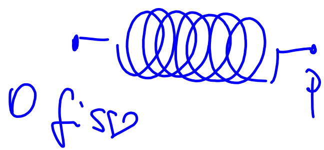
$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x \qquad F = ma = -m\omega^2 x$$

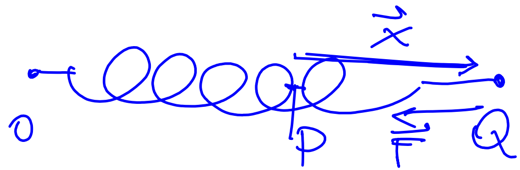
$$= -kx$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad k = m\omega^2 = \text{costante}$$

elastica

molla





x = distanza dalla posiz. di equilibrio

$\vec{F} = -k\vec{x}$

$$L_{x_1 \to x_2} = U_{x_1} - U_{x_2} = \int_{x_1}^{x_2} F\,dx =$$

$$= \int_{x_1}^{x_2} (-kx)\,dx = -k \int_{x_1}^{x_2} x\,dx =$$

$$= -k \left[\frac{x^2}{2} \right]_{x_1}^{x_2} = -k\frac{x_2^{\,2}}{2} + k\frac{x_1^{\,2}}{2}$$

$$U_{elastica}(x) = k\frac{x^2}{2}$$ elastica

$$U(x) = cx$$ è il moto uniformemente accelerato

vuol dire $\vec{F} = \text{costante} \equiv \vec{f}$

Supponiamo $\vec{f}$ lungo x

$$L_{x_1 \to x_2} = \int_{x_1}^{x_2} f\,dx = f x_2 - f x_1 =$$

$$= U_{x_1} - U_{x_2}$$

$$U(x) = -f x \qquad f = -\frac{dU}{dx}$$

Dall'energia potenziale ricavo la forza derivando:

$$F = -\frac{dU}{dx} \qquad \begin{cases} U_{elastica} = \frac{k}{2} x^2 \\ F_{elastica} = -k x \end{cases}$$

in tre dimensioni

$$U = U(x, y, z)$$

$$\vec{F} = (F_x, F_y, F_z)$$

$$\begin{cases} F_x = -\dfrac{\partial U}{\partial x} \\ F_y = -\dfrac{\partial U}{\partial y} \\ F_z = -\dfrac{\partial U}{\partial z} \end{cases}$$

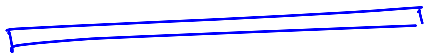
derivata parziale (derivo rispetto a x, ignorando y e z)

Esempio

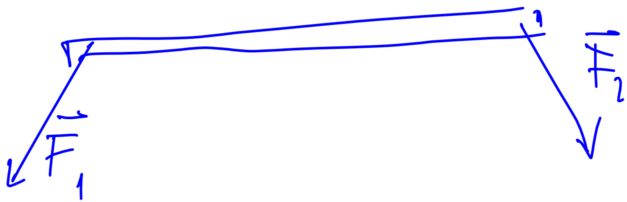
$$U_G = -\frac{G M m}{r} = -\frac{G M m}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$$

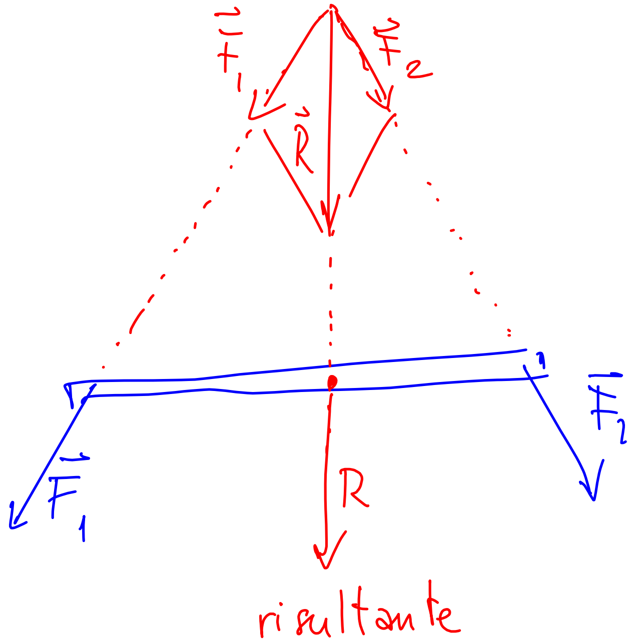
Statica

Corpo rigido : corpo esteso indeformabile

esempio sbarretta 

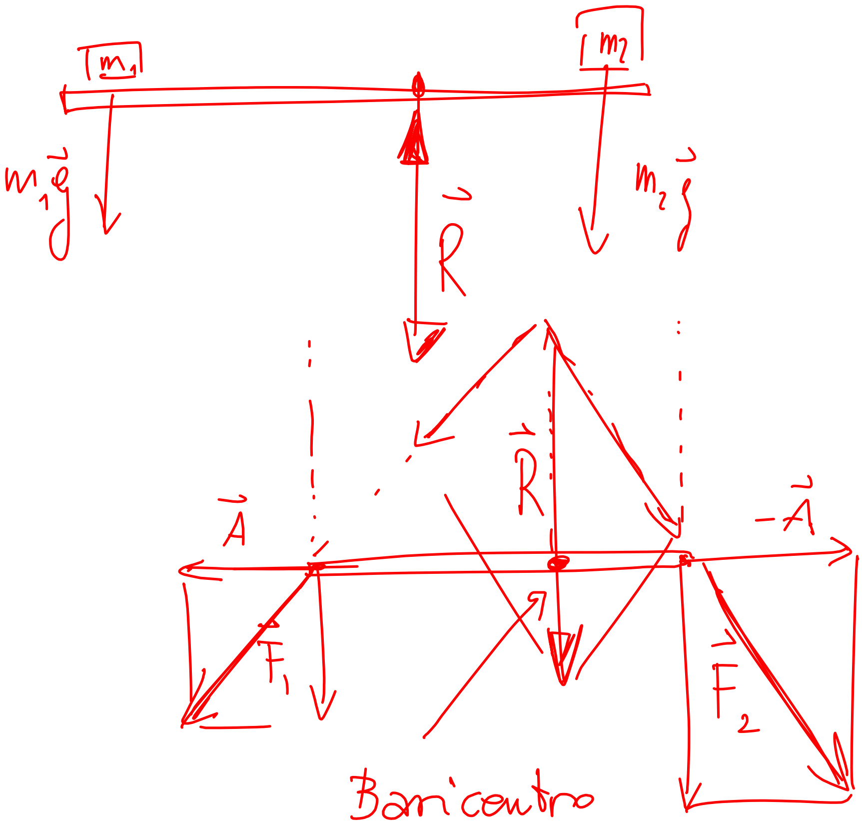
applicate due forze $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ in punti diversi

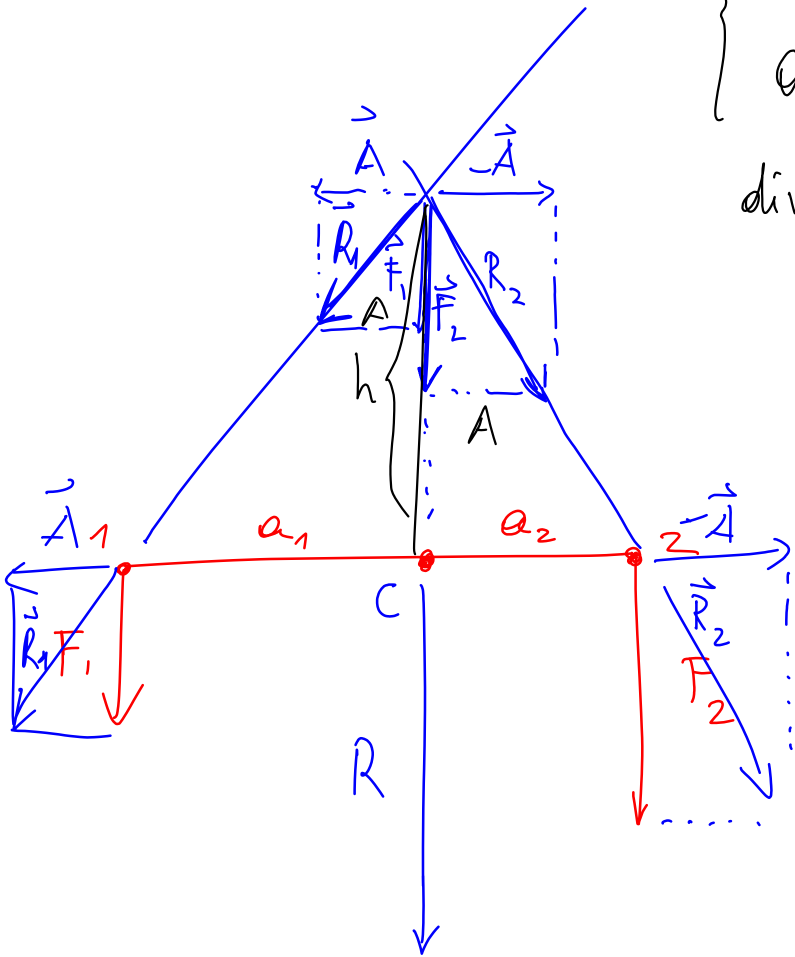




Se il corpo è rigido posso aggiungere e sottrarre forze opposte

E se $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ sono parallele ?





$$\begin{cases} a_2 : h = A : F_2 \\ a_1 : h = A : F_1 \end{cases}$$

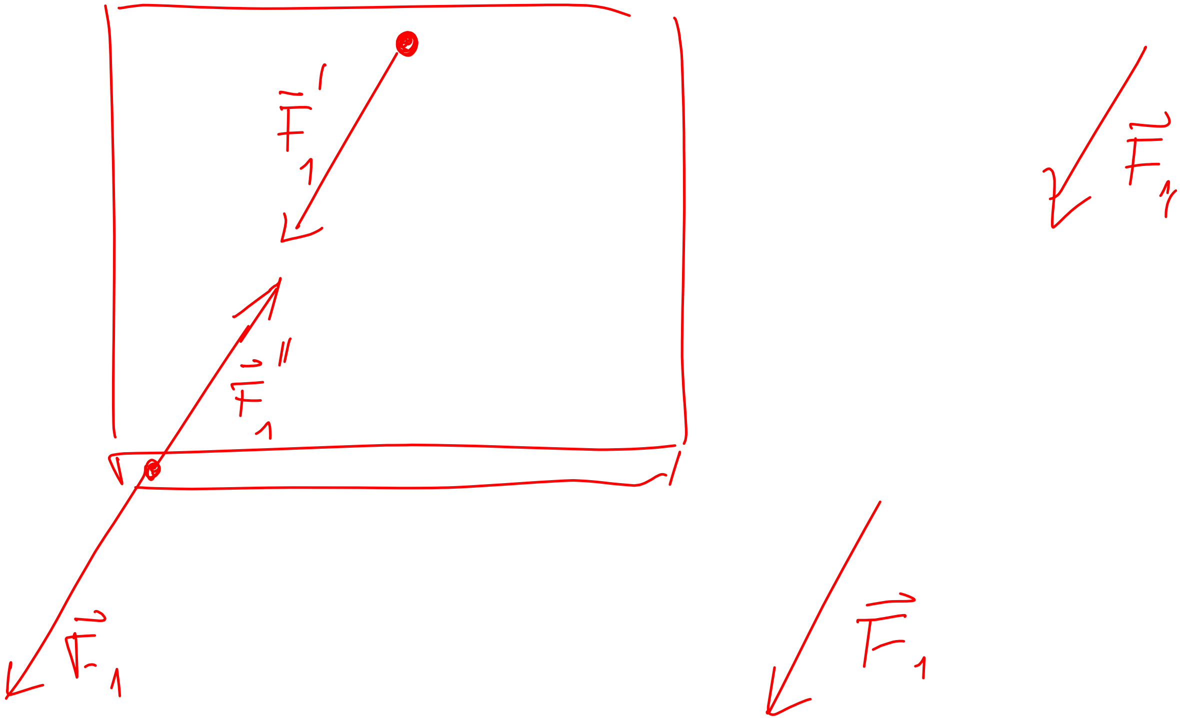
divido $\dfrac{\dfrac{a_2}{\cancel{h}}}{\dfrac{a_1}{\cancel{h}}} = \dfrac{\dfrac{\cancel{A}}{F_2}}{\dfrac{\cancel{A}}{F_1}}$

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{F_1}{F_2}$$

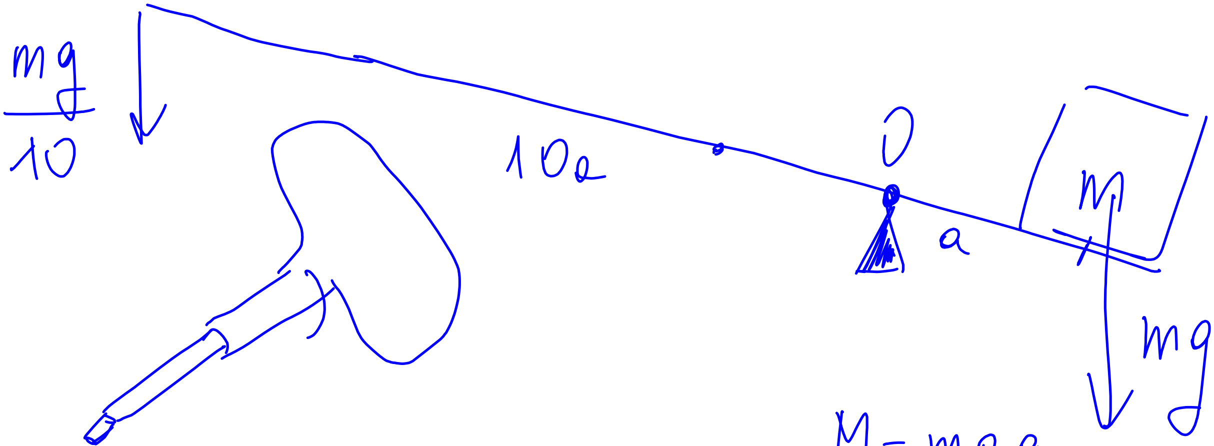
$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

$$a_1 F_1 = a_2 F_2 = M$$

momento della forza



$\vec{F}'_1$
$\vec{F}''_1$
$\vec{F}_1$
$\vec{F}_1$
$\vec{F}_1$



$$M = mga$$

Esercizio 5.3

corpo di massa $M = 10\ Kg$ con $V = 10\ \frac{m}{s}$

Calcolare l'energia cinetica e la quantità di moto

$$K = \frac{1}{2} M v^2 = \frac{1}{2}\ 10\ Kg \cdot 10^2\ \frac{m^2}{s^2} = 500\ \frac{Kg\ m^2}{s^2} =$$

$$= 500\ J \quad \text{Joule}$$

$$p = Mv = 10\ Kg \cdot 10\ \frac{m}{s} =$$

$$= 100\ Kg \cdot \frac{m}{s}$$

A quale altezza h, $U_{potenziale} = K$?

$$500\ J = M g h = K \qquad h = \frac{K}{Mg}$$

$$h = \frac{K}{Mg} = \frac{500\ \cancel{kg}\ \frac{m\cancel{^2}}{\cancel{s^2}}}{10\ \cancel{kg}\ 10\ \frac{\cancel{m}}{\cancel{s^2}}} = 5\ m$$

$$= \frac{\frac{1}{2}\cancel{M}v^2}{\cancel{M}g} = \frac{v^2}{2g}$$

Es. 5.6 Calcolare W (potenza) sviluppata dai muscoli di un uomo che carica fino ad $h = 2m$ sacchi di $m = 10\ kg$ (uno ogni 10 s), sapendo che il rendimento medio dei muscoli è $\eta = 25\%$

$$W = \frac{\text{lavoro}}{\text{tempo}}$$

1 peso $M = 10\,kg$ alzato di $h = 2\,m$ richiede

il lavoro $L = Mgh = 10\,kg \cdot 2\,m \cdot 10\,\frac{m}{s^2} =$

$= 200\,J = 200\,kg\,\frac{m^2}{s^2}$

$$W = \frac{200\,J}{10\,s} = 20\,\frac{J}{s} = 20\,kg\,\frac{m^2}{s^3} = 20\,Watt$$

$$\text{potenza} = \frac{\text{Energia}}{\text{tempo}}$$

Energia = potenza x tempo

$J = Watt\ s$

kilowattora

20 Watt è la potenza necessaria per spostare il carico a quel ritmo

Siccome il rendimento dei muscoli è $\eta = \frac{1}{4}$ la potenza sviluppata dai muscoli deve essere 80 W

Rendimento $= \eta =$ rapporto tra il lavoro utile e l'energia spesa per fare quel lavoro

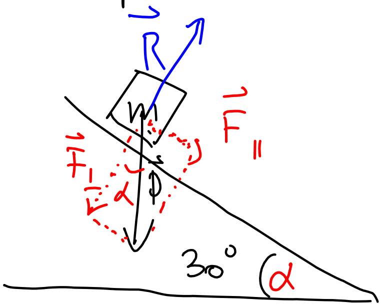
Esempio 3.3

Sciatore in discesa

$$\boxed{\mu_d = 0.12}$$

attrito dinamico

$$|\vec{F}_d| = \mu_d |\vec{F}_\perp|$$



Calcolare l'accelerazione con cui scende

$$\vec{P} = m\vec{g} = \vec{F}_\perp + \vec{F}_\parallel$$

$$|F_\parallel| = mg \operatorname{sen} 30° = \frac{mg}{2}$$

$$|F_\perp| = mg \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2} mg$$

Equazione del moto:

$$m\vec{a}_\parallel = \sum \vec{F}_{\text{tangenziali}} = \vec{F}_\parallel - \vec{F}_d$$

$\vec{R} = -\vec{F}_\perp$ che compensa $\vec{F}_\perp$: non c'è moto nella direzione perpendicolare al piano

$$\cancel{m} a_{\parallel} = \frac{\cancel{m} g}{2} - \mu_d \frac{\sqrt{3}}{2} \cancel{m} g$$

$$a_{\parallel} = \frac{g}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} g \mu_d = \frac{g}{2}\left(1 - \sqrt{3}\mu_d\right) =$$

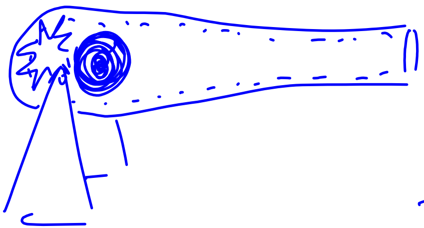
$$= \frac{9.81 \frac{m}{s^2}}{2}\left(1 - \sqrt{3} \cdot 0.12\right) = 3.9 \frac{m}{s^2}$$

Calcolare la velocità raggiunta dopo $t = 5\,s$ partendo da fermo

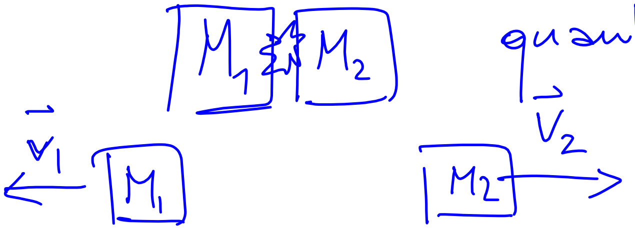
$$V_f = V_i + a_{\parallel} \Delta t = 0 + 3.9 \frac{m}{s^{\cancel{2}}} \cdot 5 \cancel{s} = 20 \frac{m}{s}$$

Esercizio 3.8

Un cannone di massa 1500 kg spara un proiettile di 10 kg a una velocità iniziale di 1000 $\frac{m}{s}$. Calcolare la velocità di rinculo del cannone



· Conservazione della quantità di moto



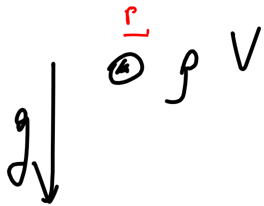
la quantità di moto è σ

$$M_1 \vec{V}_1 + M_2 \vec{V}_2 = 0$$

$$1500\,kg\; V_{rinculo} + 10\,kg\; 1000\,\frac{m}{s} = 0$$

$$V_{rinculo} = -\frac{\cancel{10}\,\cancel{kg}\;\overset{20}{\cancel{1000}}\,\frac{m}{s}}{\underset{3}{\cancel{1500}}\,\cancel{kg}} \sim -7\,\frac{m}{s}$$

Attrito viscoso



$$\rho V \vec{g} - \rho' V \vec{g} - 6\pi\eta r \vec{v} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$$

η viscosità, ρ' densità del fluido, r = raggio del corpo, m = massa " "

$$\frac{dv}{dt} = a_0 - \gamma v$$

$$a_0 = \frac{(\rho-\rho')V}{m} g$$

$$\gamma = \frac{6\pi\eta r}{m}$$

$a_0, \gamma =$ costanti

$\exists$ soluzione notevole

$v =$ costante = velocità di sedimentazione v_s

$$\frac{dv}{dt} = 0 = a_0 - \gamma v_s \qquad v_s = \frac{a_0}{\gamma}$$

Cambio di variabili : $u = v - v_s \qquad v = u + v_s$

$$\frac{du}{dt} = \frac{dv}{dt} = a_0 - \gamma v = \cancel{a_0} - \gamma\left(u + \cancel{\frac{a_0}{\gamma}}\right) = -\gamma u$$

$$\frac{du}{dt} = -\gamma u$$

$$\frac{de^x}{dx} = e^x \qquad \frac{de^{bx}}{dx} = b e^{bx}$$

$$u = e^{bx} \qquad \frac{du}{dx} = b u \qquad b = -\gamma$$

$$x \to t$$

$$u(t) = e^{-\gamma t} \qquad \frac{du}{dt} = -\gamma u$$

è soluzione

$$\frac{d}{dx}(A e^x) = A e^x \qquad A = \text{costante}$$

la soluzione più generale è $u(t) = C e^{-\gamma t} =$

$$= V(t) - V_s \Rightarrow V(t) = V_s + \underline{\underline{C e^{-\gamma t}}} \qquad \gamma > 0$$

$$\lim_{t \to +\infty} v(t) = v_s$$

$$\lim_{t \to +\infty} e^{-\gamma t} = 0$$

Esercizio 3.9

Calcolare v_s per particelle di $r = 0.1$ mm, $\rho = 1.1 \frac{g}{cm^3}$ in un liquido con $\rho' = 1 \frac{g}{cm^3}$ e $\eta = 0.01$ poise

formula di Poiseuille

$$\text{poise} = \frac{gr}{cm \cdot s}$$

CGS

$$a_0 = \frac{(\rho-\rho')V}{m} g \qquad v_s = \frac{a_0}{\gamma} = \frac{(\rho-\rho')\, g V \cdot \cancel{m}}{\cancel{m} \cdot 6\pi \eta r}$$

$$\gamma = \frac{6\pi\eta r}{m}$$

$$m = \rho V \qquad V = \frac{4\pi}{3} r^3$$

$$v_s = \frac{(\rho-\rho')\, g\, \frac{\cancel{4\pi}^{\,2}}{3} r^{\cancel{3}\,2}}{\cancel{6}_{3}\, \cancel{\pi}\, \eta\, \cancel{r}} = \frac{2}{9}\, g\, \frac{r^2}{\eta} (\rho-\rho') =$$

$$= \frac{2}{9} \underbrace{\cancel{10}\, \frac{\cancel{100}\, \cancel{cm}}{s^{\cancel{2}}}}_{g} \frac{1}{\cancel{100}^{\,2}}\, \cancel{cm^2}\, \frac{1}{\cancel{10}}\, \frac{\cancel{gr}}{\cancel{cm^3}}\, \frac{\cancel{cm} \cdot \cancel{s}}{\frac{1}{\cancel{100}}\, \cancel{gr}} =$$

$$r = \frac{1}{10}\, mm = \frac{1}{100}\, cm \qquad \rho - \rho' = (1.1-1)\frac{gr}{cm^3} = \frac{1}{10}\frac{gr}{cm^3}$$

$$= \frac{cm}{s} \cdot \frac{2}{9} \sim 0{,}22 \frac{cm}{s}$$

Es. 3.10

$v_s = ?$ $\quad r = 0.01$ mm $\quad \rho = 2 \frac{gr}{cm^3}$

in un liquido con $\rho' = 1 \frac{gr}{cm^3}$ e $\eta = 0.01$ poise

in centrifugazione con raggio $R = 50$ cm che

gira a 1000 giri al minuto

Come prima ma al posto dell'accelerazione

grav. g devo mettere l'accelerazione centrifuga acc. centrifuga $= \omega^2 R$

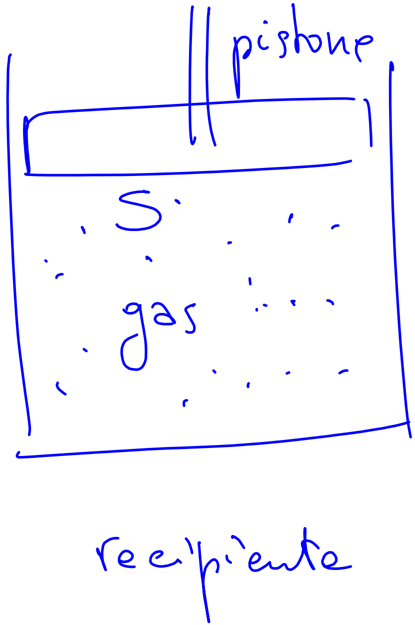
$\omega =$ velocità angolare $= \dfrac{2\pi}{T}$

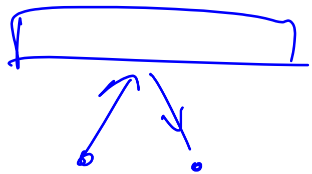
1 giro richiede $T = \dfrac{60\,s}{1000}$ (1000 giri al minuto)

Dinamica dei fluidi

P = pressione = $\dfrac{\text{forza}}{\text{superficie}}$

($\hookrightarrow$ forza)





urti di atomi e molecole sulle pareti $\Delta\vec{p}$ rinculo

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \qquad \vec{p} = m\vec{v}$$

La pressione è la stessa in tutti i punti e tutte le direzioni

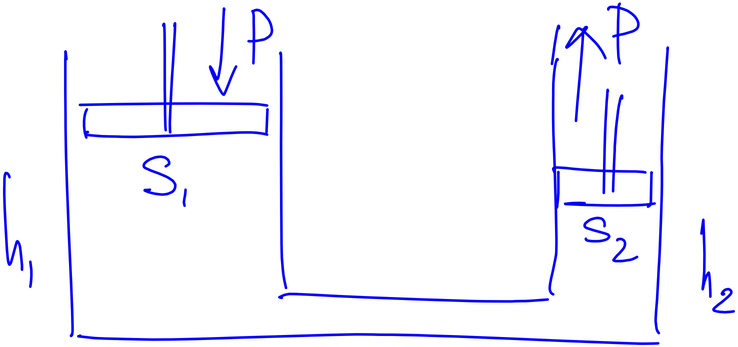
(isotropia della pressione + principio di Pascal)

Unità di misura

MKS $\frac{F}{S} = P = \frac{N}{m^2} = \frac{kg\, m}{m^2 s^2} = \frac{kg}{m\, s^2}$ = pascal

CGS $\frac{g}{cm\, s}$ = baria

1 atm = circa 10^6 barie = colonna di 760 mm Hg

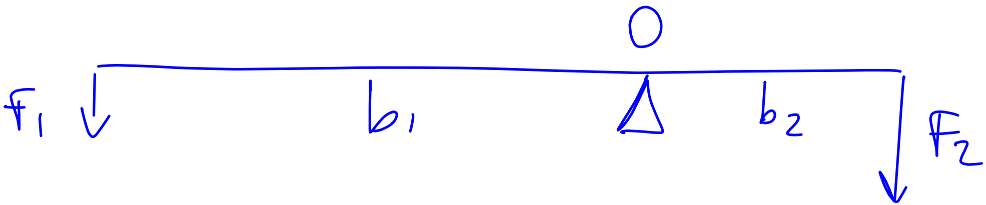


elevatore

$$F_1 = P S_1$$

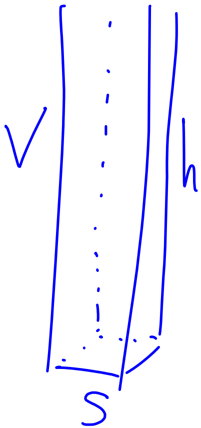
$$F_2 = P S_2$$

in equilibrio



$$F_1 b_1 = F_2 b_2$$

Legge di Stevino



colonnina di fluido

densità ρ

in volume V

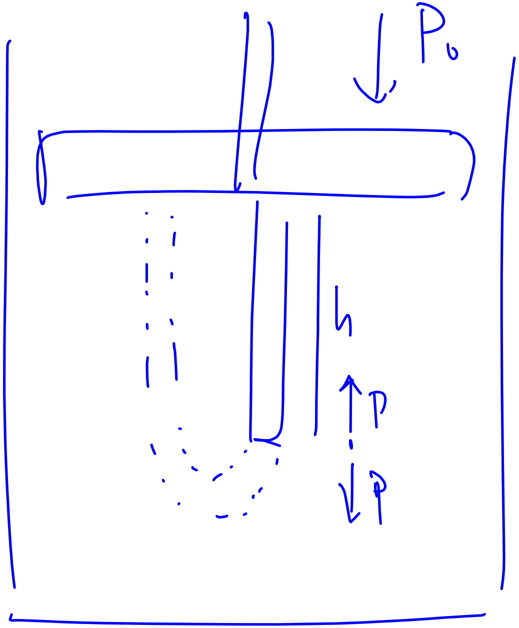
$m = \rho V \qquad V = Sh$

$F_{peso} = mg = \rho V g =$

$= \rho S h g$

$$P = \frac{F_{peso}}{S} = \rho g h$$

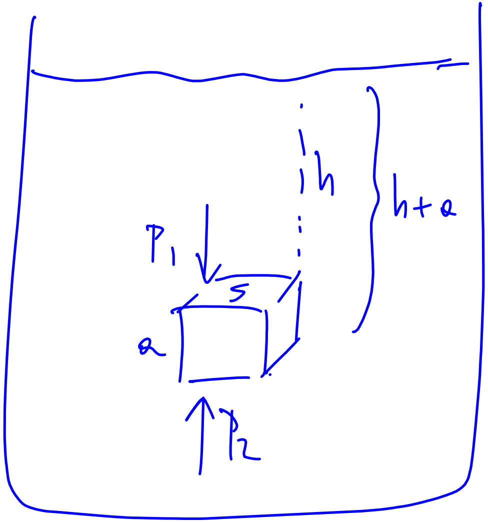
pressione dovuta al peso del fluido



pressione atmosferica

$$P = P_0 + \rho g h$$

legge di Stevino



Principio di Archimede

$$P_1 = P_0 + \rho g h$$

$$P_2 = P_0 + \rho g (h + a)$$

$$P_2 - P_1 = \rho g h$$

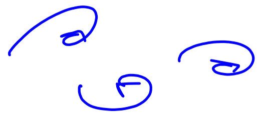
$$\text{Spinta} = (P_2 - P_1) S = \rho g h S = \rho g V =$$

$$= \underbrace{\rho V}_{\text{massa liquido spostato}} g = \text{peso liquido spostato}$$

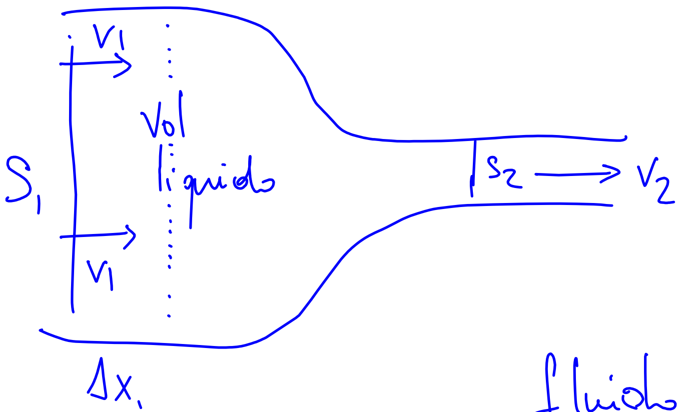
Fluidi perfetti: incomprimibile

senza attrito (viscosità)

e irrotazionale



no vortici



portata di un condotto: quantità di fluido che attraversa la sezione nell'unità di tempo

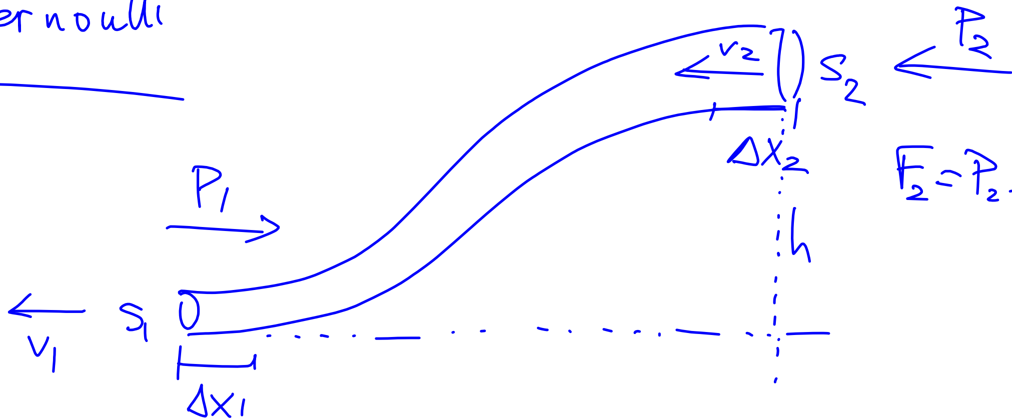
$$Q = \frac{\text{volume}}{\Delta t} = \frac{S\Delta x}{\Delta t} = Sv$$

la portata è la stessa lungo il condotto (se il fluido è incomprimibile) [equazione di continuità]

$$Q = S_1 v_1 = S_2 v_2 \qquad \frac{S_1 \Delta x_1}{\Delta t} = \frac{S_2 \Delta x_2}{\Delta t}$$

$$S_1 \Delta x_1 = S_2 \Delta x_2 \qquad \Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V$$

Teorema di Bernoulli



$F_1 = P_1 S_1$

$F_2 = P_2 S_2$

Conservazione dell'energia

$K = \frac{1}{2} m v^2$ energia cinetica

$U = m g h$ energia potenziale

L = lavoro delle forze esterne

$$L = -F_2 \Delta x_2 + F_1 \Delta x_1 = -P_2 S_2 \Delta x_2 + P_1 S_1 \Delta x_1 =$$

$$= -P_2 \Delta V + P_1 \Delta V = (-P_2 + P_1) \Delta V$$

$$L = \Delta K + \Delta U$$

$$\Delta K = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$$

$$\Delta U = mg y_2 - mg y_1 = mgh$$

$m =$ massa del volume $\Delta V = \rho \Delta V$

$$\rho = \frac{\Delta m}{\Delta V}$$

$$(-p_2 + p_1)\,\Delta V = \frac{m}{2}\left(v_2^2 - v_1^2\right) + mg\,(y_2 - y_1)$$

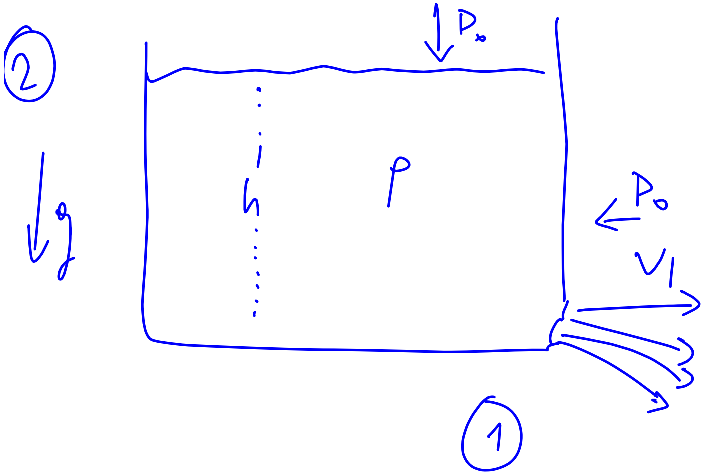
$$\underbrace{(-p_2 + p_1)\,\Delta V}_{=\,L} = \underbrace{\frac{m}{2}\left(v_2^2 - v_1^2\right)}_{=\,\Delta K} + \underbrace{mg\,(y_2 - y_1)}_{=\,\Delta U}$$

$$-p_2 + p_1 = \frac{\rho}{2}\left(v_2^2 - v_1^2\right) + \rho g\,(y_2 - y_1)$$

$$p_1 + \frac{\rho}{2} v_1^2 + \rho g y_1 = \text{costante} = p_2 + \frac{\rho}{2} v_2^2 + \rho g y_2$$

$$S_1 v_1 = S_2 v_2 = Q = \text{costante}$$

Teorema di Torricelli



$P_0 = 1$ atm = aria

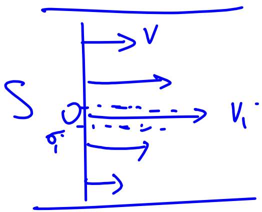
$p_1 = p_2 = p_0$

$v_2 \simeq 0 \qquad y_2 = h \qquad y_1 = 0$

Bernoulli dà $\qquad \cancel{p_0} + \frac{\rho}{2} v_1^2 = \cancel{p_0} + \rho g h$

$\Rightarrow \quad v_1 = \sqrt{2gh} \quad$ (Torricelli)

Viscosità



moto laminare

$$Q = \sum_i \sigma_i v_i = S \, v_{media}$$

$$v_{media} = \frac{\sum_i \sigma_i v_i}{S}$$

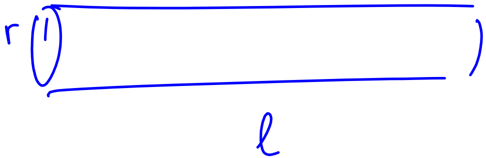
Q è sempre il volume di fluido che attraversa la sezione nell'unità di tempo, anche nel caso di turbolenza

Resistenza di un condotto: $R = \dfrac{\Delta P}{Q}$

ΔP = differenza di pressione agli estremi nel caso di moto laminare

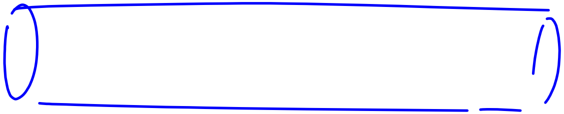
$$R = 8\eta \frac{l}{\pi r^4}$$

η = coefficiente di viscosità



$[\eta]$ = poise $= \frac{g}{cm\ s}$

formula di Poiseuille



$$\boxed{Q = S v = cost}$$

1 2

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g h = cost \quad \leftarrow$$

$h_1 = h_2$ $\quad S_1 = S_2 = S$

$$\Rightarrow v_1 = v_2 \Rightarrow p_1 = p_2 \Rightarrow R = 0$$

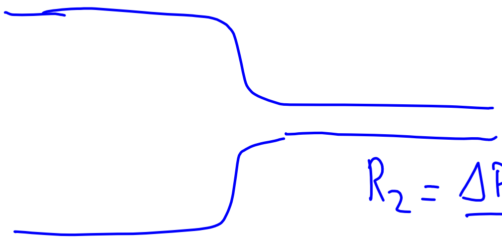
il fluido perfetto non ha resistenza

Se $R = \dfrac{\Delta P}{Q} > 0$

$$\Delta P = Q R$$

$$p_1 + \rho v_1^2 + \rho g h_1 \neq p_2 + \rho v_2^2 + \rho g h_2 \quad (+ X)$$

calore



$R_2 = \dfrac{\Delta P_2}{Q}$

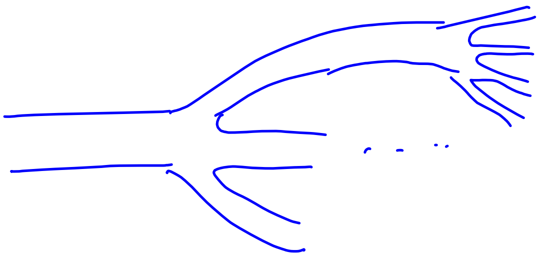
$R_1 = \dfrac{\Delta P_1}{Q}$

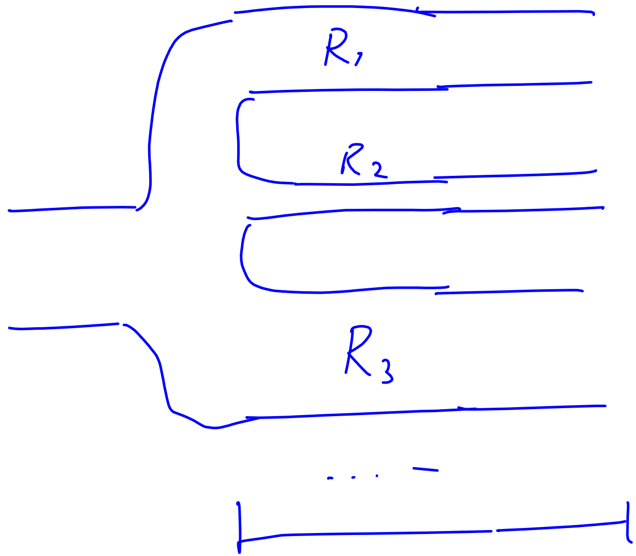
$$R_{tot} = R_1 + R_2$$

$$\Delta P_{tot} = \Delta P_1 + \Delta P_2$$

Resistenze in serie

Resistenze in parallelo



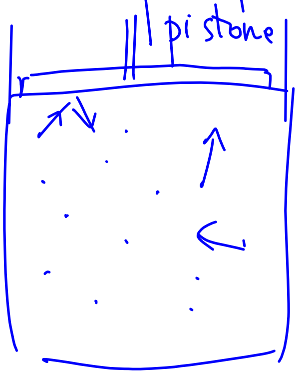


R_{tot} è tale che

$$\frac{1}{R_{tot}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots$$

Gas perfetti

(molecole o atomi che non interagiscono tra loro)



Legge

$$pV = N k_B T$$

p = pressione

V = volume

N = # atomi o molecole del gas

T = temperatura in gradi Kelvin

k_B = costante di Boltzmann = $1.381 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K^\circ}$

$K_B T$ = energia = Joule

La temperatura è una misura di una certa energia, l'energia cinetica media delle molecole del gas

$$\underbrace{\frac{1}{2} m v^2}_{\text{energia cinetica delle molecole}} = K_B T \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 K_B T}{m}}$$

è la velocità più probabile

$$v_{media} = \sqrt{\frac{3 K_B T}{m}}$$

A $T = 0$ (zero assoluto) gli atomi sono fermi $= -273\ °C$ Celsius

gradi °K : da 0° a $+\infty$

gradi °C : da -273 a $+\infty$

$$pV = N k_B T = nRT$$

n = numero di moli del gas

mole = N_A di molecole

N_A = numero di Avogadro $= 6.022 \cdot 10^{23}$

$$R = 8.315 \frac{J}{°K}$$

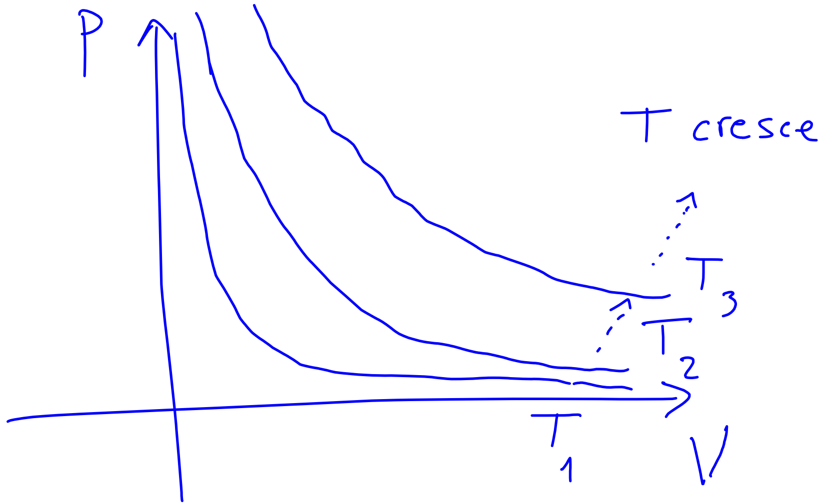
1 mole è una quantità di gas che pesa in grammi un peso uguale numericamente al peso delle molecole in unità atomiche

$$\boxed{pV = nRT}$$

$y = p \qquad x = V$

$nRT = C$ isoterme

$$p = \frac{C}{V} \Rightarrow y = \frac{C}{x}$$



$xy = \text{cost}$: iperbole

isobare : p è costante $V = \left(\frac{nR}{p}\right) T$ retta

isocore : V è costante $p = \left(\frac{nR}{V}\right) T$ retta

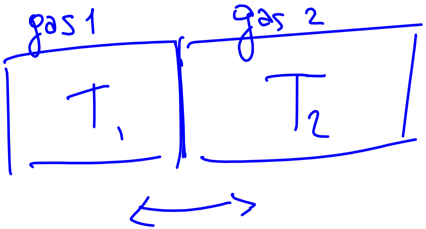
i gas reali risentono delle interazioni tra le molecole

in molte situazioni è una buona approssimazione

la legge empirica di Van der Waals

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)\left(V - b\right) = nRT$$

a, b costanti tipiche del gas



$T_1 \neq T_2$: siamo fuori dall'equilibrio : le temperature diventano uguali dopo un certo tempo
(si raggiunge l'equilibrio termico)

Il calore Q è la quantità di energia (termica) scambiata da un sistema con l'ambiente esterno (o un altro sistema) a causa di una differenza di temperatura

Termodinamica

Primo principio della termodinamica

Ogni sistema possiede un'energia interna E e la variazione infinitesima δE_{int} di energia interna è la somma tra il calore δQ fornito dall'esterno e il lavoro δL fatto sul sistema

$$\delta E_{int} = \delta Q + \delta L = E_{int\,finale} - E_{int\,iniziale}$$

$$\delta L = -p\, dV \qquad\qquad \delta E_{int} = \delta Q - p\, \delta V$$

$$F \Delta x = P \underbrace{S \Delta x} = P \Delta V$$

Es. 6.2

$$1\ \text{atm} \sim 10^6 \frac{\text{dyne}}{\text{cm}^2} = 10^6 \frac{\text{gr}}{\text{cm}\ \text{s}^2}$$

dyne = u. di misura della forza nel CGS

(Newton nel MKS)

$$\text{dyne} = F = ma = \frac{\text{gr} \cdot \text{cm}}{\text{s}^2} \qquad N = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$$

1 atm = pressione di una colonna di mercurio di $h = 76$ cm (a 0 °C)

$$\text{densità} = \rho \simeq 13.6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

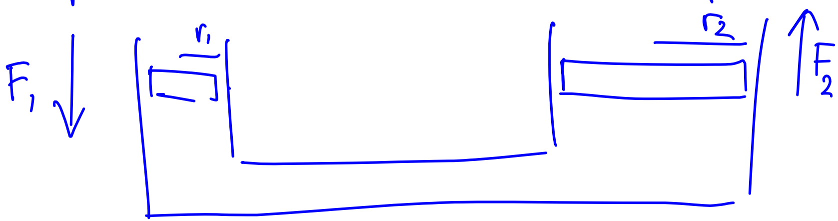
$g \downarrow$

$$\rho g h = \frac{m}{V} g h = \frac{F}{V} h = \frac{F}{S} \qquad V = Sh$$

$$= 13.6 \frac{gr}{cm^{\cancel{3}}} \, 9.81 \cdot 100 \frac{\cancel{cm}}{s^2} \, 76 \, \cancel{cm} = 1.013 \cdot 10^6 \underbrace{\frac{gr}{cm\, s^2}}$$

$$= 10^6 \frac{dyne}{cm^2} = 1.013 \cdot 10^6 \text{ barie}$$

Esempio 6.1 elevatore a pressione



$r_1 = 6$ cm

$r_2 = 24$ cm

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{4}$$

F per sollevare un'auto di $m = 1529$ kg $= ?$

$$F_2 = mg = 1529 \cdot 9.81 \text{ N} = 15000 \text{ N}$$

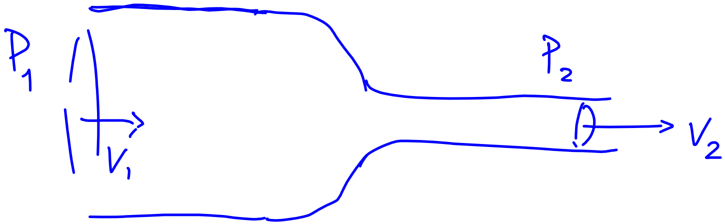
$$P_1 = \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} = \frac{F_1}{\pi r_1^2} = \frac{F_2}{\pi r_2^2}$$

$$F_1 = F_2 \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \frac{1}{16} F_2 = \frac{15000}{16} \text{ N} = 937.5 \text{ N} =$$

$$= 95.6 \text{ kg peso}$$

Esempio 6.3 Tubo di Venturi

Fluido perfetto



$\rho = 1000 \frac{kg}{m^3}$

densità del liquido (incomprimibile)

orizzontale

$h_1 = h_2$

Trovare v_2 se $S_1 = 9\ cm^2$ $S_2 = 6\ cm^2$

$P_1 - P_2 = 0.1$ atm

$Q = \text{portata} = S_1 v_1 = S_2 v_2$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{S_2}{S_1} = \frac{2}{3}$$

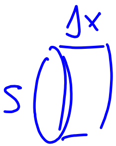
$$v_1 = \frac{2}{3} v_2$$

Teorema di Bernoulli

$$p_1 + \frac{\rho}{2} v_1^2 + \cancel{\rho g y_1} = p_2 + \frac{\rho}{2} v_2^2 + \cancel{\rho g y_2}$$

$$y_1 = y_2$$

$$P = \frac{F}{S} = \frac{F \cdot \Delta x}{S \cdot \Delta x} = \frac{\text{Lavoro}}{\text{Volume}}$$



$$p_1 - p_2 = \frac{\rho}{2}\left(v_2^2 - v_1^2\right) = 0.1 \text{ atm} =$$

$$= \frac{\rho}{2}\left(v_2^2 - \frac{4}{9} v_2^2\right) = \frac{\rho}{2} \frac{5}{9} v_2^2$$

MKS

$$v_2 = \sqrt{\frac{18}{5} \frac{0.1 \text{ atm}}{\rho}} = \sqrt{\frac{18}{5} \frac{0.1 \cdot 1.013 \cdot 10^5}{10^3 \cancel{kg}} \frac{\cancel{kg} \cdot m^{\cancel{3}\,2}}{\cancel{m}\, s^2}} =$$

$$= 6\ \frac{m}{s}$$

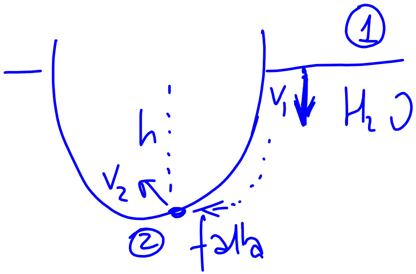
$$1\ \text{atm} = 10^6\ \text{barie} = 10^6\ \frac{g}{cm\ s^2} = 10^6\ \frac{kg}{\cancel{10^3}\ \frac{m}{\cancel{10^2}}\ s^2} =$$

$$= 10^5\ \frac{kg}{m\ s^2} = 10^5\ \text{Pascal} \quad \text{MKS}$$

$$= 1.013 \cdot 10^5\ \text{Pascal}$$

Esempio 6.4

nave con una falla



$h = 9\,m$

calcolare con quale velocità l'acqua entra nella nave

$$v = \frac{m}{s}$$

$$h = 9\,m$$

$$g = 10\,\frac{m}{s^2}$$

$$gh = m\,\frac{m}{s^2} = \frac{m^2}{s^2}$$

$$v = \sqrt{2gh} \quad \text{Torricelli}$$

$$\cancel{p_1} + \cancel{\frac{\rho}{2} v_1^2} + \rho g y_1 = \cancel{p_2} + \frac{\rho}{2} v_2^2 + \cancel{\rho g y_2}$$

$y_1 = h \qquad y_2 = 0 \qquad p_1 = p_2 = \text{pressione atmosferica}$

$v_1 = 0 \qquad \cancel{\rho} g h = \frac{\cancel{\rho}}{2} v_2^2 \qquad v_2 = \sqrt{2gh}$

$$= \sqrt{2 \cdot 9\,m \cdot 10\,\frac{m}{s^2}} = 13.3\ \frac{m}{s}$$

Es. 6.1 $\quad$ <u>portata sangue = costante</u>

$v_1 = 20 \frac{cm}{s}$ aorta sezione S_1

$v_2 = 3 \frac{mm}{s}$ capillari sezione totale S_2

$S_1 v_1 = S_2 v_2 = Q =$ costante

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{20 \cdot 0}{3} = 67$$

Se $S_1 = 4 \text{ cm}^2$ $\quad$ Sezione di 1 capillare $= 0.1 \text{ mm}^2$

quanti capillari ci sono? N $\quad$ $S_2 = N \ 0.1 \text{ mm}^2$

$$\frac{S_2}{S_1} = 67 = \frac{N \quad 0{,}1\ mm^2}{4\ cm^2} = \frac{N}{10} \; \frac{\cancel{mm^2}}{4 \cdot 100\ \cancel{mm^2}} = \frac{N}{4000}$$

$$N = 67 \cdot 4000 \simeq 268000$$

Es. 6.7

$$Q = 60\ \frac{cm^3}{s} \qquad S\,v = cm^2\ \frac{cm}{s}$$

Pressione aorta $\sim$ 100 mm Hg

Pressione vena cava ~ 0

Calcolare la resistenza complessiva del sistema circolatorio

$$R = \frac{\Delta P}{Q} = \frac{100\ mmHg}{60\ cm^3}\, s$$

$$1\ \text{atm} = 10^6 \frac{g}{cm\ s^2} = 76\ cmHg = 760\ mmHg$$

$$100\ mmHg = \frac{10^6}{7.6} \frac{g}{cm\ s^2}$$

$$R = \frac{10^6}{7.6} \frac{g}{cm\ s^{\cancel{2}}} \frac{1 \qquad \cancel{s}}{60 \quad cm^3} = 2200 \frac{g}{cm^4\ s}$$

Esempio 8.1

Gas perfetto:

$p_f = 1.2\ 10^5$ Pa $\leftarrow$ $\underline{p_i = 0.25\ 10^5 \text{ Pa}}$

$V_f = 2.5\ m^3$ $\leftarrow$ $V_i = 12\ m^3$

a) $\underline{T = \text{costante}}$

b) due passaggi: $\underline{p = \text{cost.}}$ e poi $V = \text{cost.}$

calcolare i lavori L_a e L_b fatti nelle due trasformazioni

$dL = -p\,dV$

Nel caso a) T è costante

$pV = \underline{nRT}$ $\qquad p = \dfrac{nRT}{V}$

$$dL = -p\,dV = -\frac{nRT}{V}\,dV \qquad \frac{dL}{dV} = -\frac{nRT}{V}$$

$$L_a = \int_{V_i}^{V_f} dL = -nRT\int_{V_i}^{V_f}\frac{dV}{V} = -nRT\,\ln V\Big|_{V_i}^{V_f} =$$

$$= -nRT\left(\ln V_f - \ln V_i\right) = -nRT\ln\frac{V_f}{V_i}$$

$$nRT = p_i V_i = p_f V_f \qquad L_a = -p_i V_i \ln\frac{V_f}{V_i}$$

$$= -p_f V_f \ln\frac{V_f}{V_i}$$

$$dL = -\frac{nRT}{V}\,dV$$ dividendo per dV

$$\frac{dL}{dV} = -\frac{nRT}{V}$$ derivata di L visto come funzione di V $\Rightarrow$ trovo $L(V)$ integrando

b) $\begin{matrix} p_i \\ V_i \end{matrix} \longrightarrow \begin{matrix} p_i \\ V_f \end{matrix} \longrightarrow \begin{matrix} p_f \\ V_f \end{matrix}$ $\qquad dL = -p\,dV$

p costante $\qquad$ V = cost.

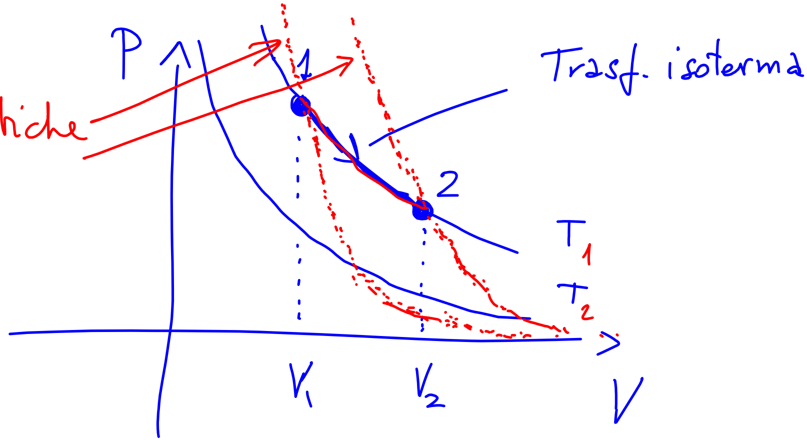
$dL = -p\,dV \qquad dL = 0$

$$L_b = -\int_{V_i}^{V_f} p_i\,dV = -p_i \int_{V_i}^{V_f} dV = -p_i\,(V_f - V_i)$$

$$\frac{L_a}{L_b} = \frac{\cancel{p_i}\,V_i \ln \frac{V_f}{V_i}}{\cancel{p_i}\,(V_f - V_i)} = \frac{12 \ln \frac{2.5}{12}}{2.5 - 12} =$$

$$= \frac{12}{\frac{5}{2} \cdot 12} \ln \frac{5}{2 \cdot 12} = + \frac{12 \cdot 1.568}{+9.5} =$$

$$= 1.98$$



$$pV = nRT$$ equazione di stato

Calcolare δQ in una trasformazione isoterma sapendo che l'energia interna del gas perfetto dipende solo dalla temperatura

$$\delta E_{int} = 0 = \delta Q + \delta L$$

$$dL = -p\,dV = -\frac{nRT}{V}\,dV$$

$$p = \frac{nRT}{V} \quad \text{sulla isoterma}$$

$$\delta Q = p\,dV = nRT\,\frac{dV}{V}$$

$$\underset{\text{(calore)}}{Q} = \int_1^2 \frac{nRT}{V}\,dV = nRT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

Trasformazione adiabatica: non si scambia calore con l'esterno

$$\delta E_{int} = \delta Q + \delta L$$

$$\delta Q = 0$$

Si dimostra $pV^{\gamma} = \text{costante}$

$$\gamma > 1 \qquad p = \frac{c}{V^{\gamma}}$$

4.1 Le forze
4.2 Il momento di una forza
4.3 Condizioni di equilibrio traslazionale e rotazionale
4.4 Composizione di forze parallele: il baricentro

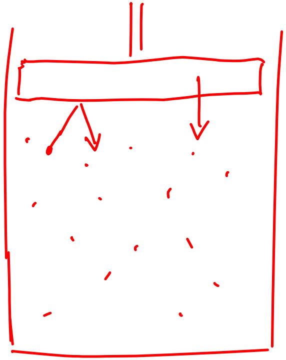
5.1 Forze e campi di forza
5.2 Lavoro ed energia
5.3 Energia cinetica e teorema dell'energia cinetica
5.4 Energia potenziale e forze conservative
5.5 Conservazione dell'energia meccanica
5.7 Potenza e rendimento

6.1 Equilibrio di un fluido
6.2 Misura della pressione
6.5 Dinamica dei fluidi perfetti
6.6 Regime laminare e regime turbolento
6.7 Idrodinamica della circolazione del sangue

7.2 Leggi dei gas perfetti
7.3 Leggi dei gas reali ← (non saranno nell'esame)

8.1 Sistema e stato termodinamico
8.2 Trasformazioni termodinamiche
8.3 Lavoro in termodinamica
8.4 Calore e temperatura. Principio zero
8.5 Energia interna. Calore e primo principio della termodinamica
8.7 Capacità termica e calori specifici
8.8 Trasformazioni di stato e calori latenti
8.9 Secondo principio della termodinamica

poi saltare direttamente al cap. 10



$$pV = nRT$$

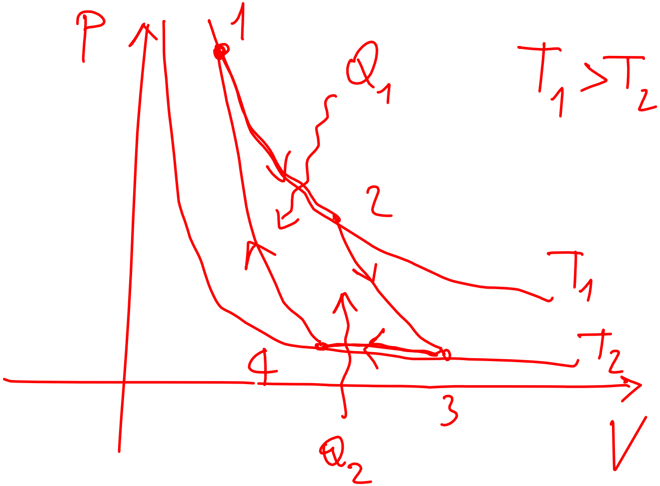
trasformazioni reversibili:

sono suff. lente per cui il gas attraversa stati di equilibrio

altrimenti le trasformazioni sono irreversibili

quelle che studiamo sono reversibili

Ciclo di Carnot



$T_1 > T_2$

due isoterme e
due adiabatiche

$$\delta E_{int} = \delta Q + \delta L$$

in un ciclo l'Eint finale
è uguale a quella
iniziale

In un ciclo la variazione di Eint è zero

$$Q + L = 0$$

Q = calore totale assorbito

L = lavoro totale delle forze
esterne

$1 \rightarrow 2$ isoterma a T_2
$2 \rightarrow 3$ adiabatica

espansione

lavoro guadagnato

$3 \rightarrow 4$ isoterma a T_1
$4 \rightarrow 1$ adiabatica

compressione

Si può dimostrare

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} < 1$$

$$\text{rendimento} = \frac{\text{Lavoro utile compiuto dalla macchina}}{\text{energia spesa}} = Q_1$$

isoterma

$T =$ costante

E_{int} di un gas perfetto dipende solo da T

quindi $\delta E_{int} = 0$

$\Rightarrow \delta E_{int} = \delta Q + \delta L = 0$

$$\delta Q = -\delta L$$

$\delta Q =$ calore ceduto dall'esterno al gas

$\delta L =$ lavoro fatto dall'esterno sul gas (lavoro speso)

$\delta Q > 0 \Rightarrow \delta L < 0$ $\quad -\delta L$ è il

lavoro guadagnato

Avevamo visto che in una isoterma $(1 \to 2)$

$$\underset{(\text{calore})}{Q} = \int_1^2 \frac{nRT}{V}\,dV = nRT_1 \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = nRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$V_2 > V_1 \implies Q > 0$$

adiabatica $(2 \to 3)$ $\quad \delta Q = 0$

$$\underline{\underline{\delta E_{int}}} = \underline{\underline{\delta L_{adiabatico}}}$$

isoterma $3 \to 4$ compressione $\delta Q < 0 \implies \delta L > 0$

$\implies$ lavoro speso

adiabatica $(4 \to 1)$: $\delta Q = 0$

mi fa riperdere $\delta L_{adiabatico}$ di prima

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} =$$

$T_1 > T_2$

$$= \frac{L_{guad.} - L_{speso}}{\text{Energia spesa}} = \frac{L_{utile}}{\text{En spesa}}$$

Occorrono due termostati a temperature diverse T_1 e T_2 $(T_1 > T_2)$

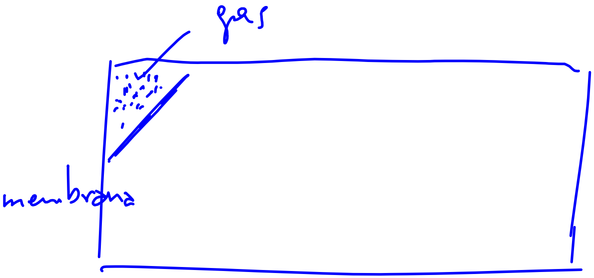
Una macchina reale che lavora tra questi due termostati ha un rendimento $\eta_{reale} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \leq 1 - \frac{T_2}{T_1}$

Secondo principio della termodinamica

Kelvin: non può esistere una macchina che trasformi calore in lavoro (operando ciclicamente) assorbendo il calore da un unico termostato

Clausius: non è possibile che il calore passi spontaneamente da un oggetto più freddo a uno più caldo (senza spendere lavoro dall'esterno)

3^A formulazione: l'entropia di un sistema isolato non può mai diminuire



recipiente

molecole di un gas confinato

tutte in un angolo

tolgo la membrana

l'entropia è una misura del disordine del sistema

L'espressione dell'engria interna di un gas perfetto

è $E_{int} = \frac{3}{2} nRT$ se il gas è monoatomico

$\frac{5}{2} nRT$ se è biatomico

ecc.

Due corpi a contatto si scambiano calore per uguagliare le loro temperature

la quantità di calore assorbita è proporzionale alla differenza di temperatura

$$Q = \underbrace{C\, m}\,(T_2 - T_1)$$

$m =$ massa del corpo

$C =$ calore specifico

oppure si scrive

$$Q = C_T\,(T_2 - T_1)$$

$$C_T = C\, m$$

si dice capacità termica

calore specifico dell'acqua è $\frac{1 \text{ cal}}{g\ {}^\circ C}$ è circa costante per temperature tra 0° e 100°

1 caloria = quantità di calore che se assorbita da un grammo d'acqua a 14.5 °C innalza la sua temperatura di 1 °C.

= 4.18 Joule

Nei gas si distinguono due calori specifici c_p e c_V a p = costante o V = costante

Come si calcola la temperatura di equilibrio T_x

$$\boxed{c_1 m_1 T_1 \mid c_2 m_2 T_2}$$

$$Q_1 = c_1 m_1 (T_x - T_1)$$

$$Q_2 = c_2 m_2 (T_x - T_2)$$

$$Q_1 + Q_2 = 0 = c_1 m_1 (T_x - T_1) + c_2 m_2 (T_x - T_2)$$

$$= (c_1 m_1 + c_2 m_2) T_x - [c_1 m_1 T_1 + c_2 m_2 T_2]$$

$$T_x = \frac{c_1 m_1 T_1 + c_2 m_2 T_2}{c_1 m_1 + c_2 m_2}$$

Cambiamento di stato (o fase) : solido
liquido
gassoso

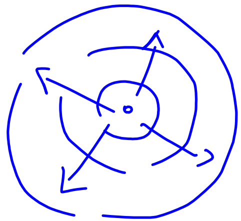
nel cambiamento di stato la temperatura non cambia

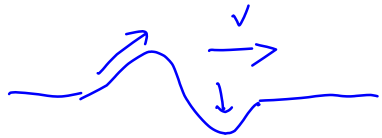
$$Q = K \cdot m$$

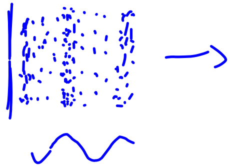
K = calore latente di fusione
o evaporazione

ghiaccio
· acqua : $K = 80 \dfrac{cal}{gr}$

Onde







$v = 340 \frac{m}{s}$

$17 \frac{m}{s} \sim 60 \frac{km}{ora}$

A = ampiezza dell'onda

λ = lunghezza d'onda

luce : $v = 300.000 \frac{km}{s}$

velocità massima in natura

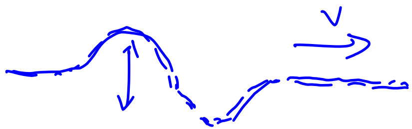
moto naturalmente accelerato

$$\frac{dV}{dt} = g = \text{costante} \qquad V(t) = gt + V_0$$

v può arrivare a $+\infty$

la meccanica deve essere modificata (relatività)

onde trasversali   corda



onde longitudinali   molla

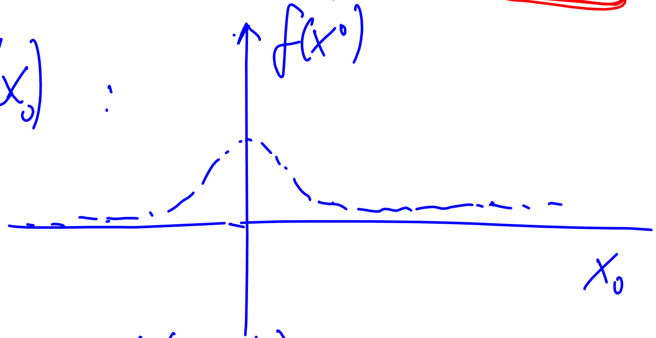
onde acustiche

Tutte le onde sono descritte da una funzione del tpo

$$f(x - vt)$$

$v =$ velocità

$f(x_0)$:

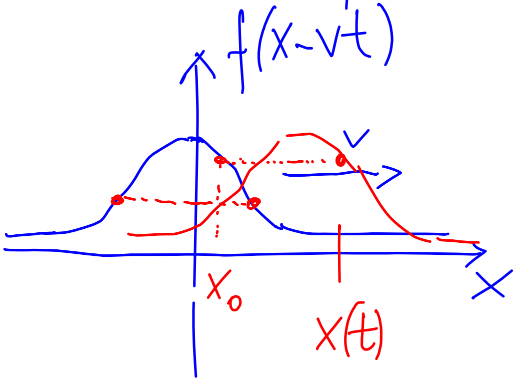


$$\boxed{x - vt = x_0}$$

$\Rightarrow f(x-vt) = f(x_0)$

$$\boxed{x(t) = x_0 + vt}$$

$\Rightarrow$ l'altezza di f è la stessa



$$f(x) \rightarrow f(x+a)$$

traslazione

$a = -vt$ traslazione che dipende dal tempo

$$\boxed{f(x-vt)} \qquad u = x - vt \qquad f(u)$$

$v =$ costante

$$\frac{df}{dx} = \frac{df}{du}\frac{du}{dx} = f'(u)$$

$$\frac{df}{du} = f'(u)$$

$$\frac{df}{dt} = \frac{df}{du}\frac{du}{dt} = f'(u)(-v)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f''(u)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = f''(u)(-v)\frac{du}{dt} = f''(u)(-v)(-v) = v^2 f''(u)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$$

eq. delle onde

("simmetria tra t e x)

Un'onda sinusoidale è una particolare

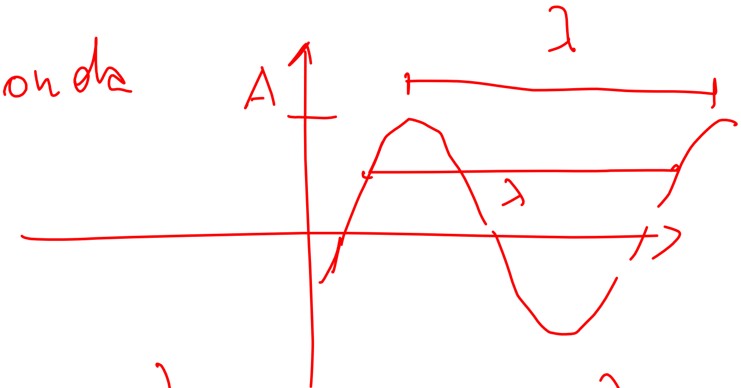
$\underline{f(x-vt)}$ dove $f(u) = A \operatorname{sen}(a u + b)$

$A, a, b =$ costanti

$a = \frac{2\pi}{\lambda}$ λ è la lunghezza d'onda

$b = \varphi$ fase dell'onda

A = ampiezza



$$f(x-vt) = A \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x-vt) + \varphi\right)$$

$x \rightarrow x + \lambda$

$A \operatorname{sen}(\dots) \rightarrow A \operatorname{sen}(\dots + 2\pi)$ periodica

$$t \to t + \frac{\lambda}{v}$$

$$T = \frac{\lambda}{v}$$ si chiama periodo (secondi)

$$-\frac{2\pi v}{\lambda}t + \frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi$$

argomento del seno $\to$ varia di -2π

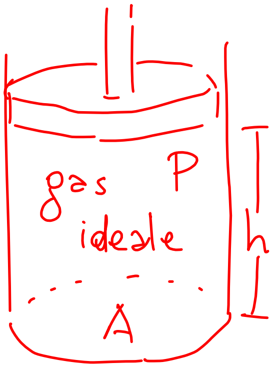
periodico

$$\nu = \frac{1}{T}$$ si chiama frequenza

ν = è misurata in Herz $= \frac{1}{s}$

frequenza = # di oscillazioni al secondo

ESEMPIO 7.1



$p_i = 100 \text{ KPa}$

$h_i = 20 \text{ cm}$

$p_f = 150 \text{ KPa}$

Pa : MKS

$$\frac{100}{150} = \frac{2\cancel{00}}{3\cancel{00}}$$

T = costante = $\underline{300\,°K}$

trovare h_f

$V = A h$

$pV = nRT$ = costante

$$p_i V_i = p_f V_f \qquad p_i \cancel{A} h_i = p_f \cancel{A} h_f$$

$$p_i h_i = p_f h_f \qquad h_f = h_i \frac{p_i}{p_f} = 20\,\text{cm} \cdot \frac{2}{3} \simeq \underline{13{,}3\,\text{cm}}$$

Esempio 7.2

$V_i = 4$ litri $\quad T_i = 20\,°C = 293\,°K$

Calcolare V_f se $T_f = 110\,°C$ $\rightarrow p =$ costante

$= 383\,°K$

$$pV = nRT \qquad \frac{V}{T} = \frac{nR}{p} = \text{costante}$$

$$\frac{V_i}{T_i} = \frac{V_f}{T_f} \qquad V_f = V_i \frac{T_f}{T_i} = 4 \text{ litri } \frac{383}{293} =$$

$$= 5.23 \text{ litri}$$

litro = $1\,dm^3 = 10^3\,cm^3$

Es. 7.1

$O_2 \simeq$ gas perfetto

peso molecolare è 32

1 mole = 32 grammi

T	P
0	1
0	10
100	1
100	0.1
°C	atm

$$pV = nRT \qquad \frac{n}{V} = \frac{P}{RT}$$

$$\rho = \text{densità} = 32\,gr \cdot \frac{n}{V} = 32\,gr\,\frac{P}{RT} =$$

$$= 32\,gr\,\frac{1\,\cancel{atm}}{0.082\ \text{litro} \cdot \cancel{atm} \cdot 273} =$$

$$R = 8.315\,\frac{J}{°K\ mole} = 0.082\,\frac{\text{litri} \cdot atm}{mole \cdot °K}$$

$$= \frac{32}{0.082 \cdot 10^3}\,\frac{1}{273}\,\frac{gr}{cm^3} =$$

$$= \frac{32}{82 \cdot 273}\,\frac{gr}{cm^3} = 1{,}4 \cdot 10^{-3}\,\frac{g}{cm^3}$$

$T = 0\,°C \qquad P = 10\ \text{atm}$

$$\rho = 14 \cdot 10^{-3}\ \frac{gr}{cm^3}$$

$T = 100\,°C \qquad p = 1\ \text{atm}$

$$\rho = \frac{32}{82 \cdot 373}\ \frac{gr}{cm^3} = 1.04 \cdot 10^{-3}\ \frac{gr}{cm^3}$$

$T = 100\,°C \qquad p = 0.1\ \text{atm} \qquad \rho = 0.104 \cdot 10^{-3}\ \frac{gr}{cm^3}$

$$R = 8.315 \frac{J}{°K\ mole} = 0.082 \frac{litri \cdot atm}{°K \cdot mole}$$

MKS

$$1\ atm = 1.013 \cdot 10^5\ pascal \qquad 1\ litro = 1\ dm^3 = 10^{-3} m^3$$

$$0.082\ litri \cdot atm = 0.082 \cdot 1.013 \cdot 10^5 \frac{pascal \cdot 10^{-3} m^3}{°K \cdot mole} =$$

$$= 8.31 \frac{pascal \cdot m^3}{°K \cdot mole} = 8.31 \frac{J}{°K\ mole}$$

$$pascal = pressione = \frac{Forza}{superficie} = \frac{Forza \cdot spost.}{sup. \cdot spost.} = \frac{lavoro}{volume}$$

$$pascal = \frac{J}{m^3}$$

Es. 8.1

fusione di 2 kg di ghiaccio richiede 160 Kcal

ΔV è piccolo $\Rightarrow$ $dL = -p\,dV$: il lavoro è trascurabile

1° principio della termodinamica

$$\delta E_{int} = \delta Q + \cancel{\delta L} = 160\ \text{Kcal}$$

$$Q = K_f \cdot m$$

fusione — massa

$$K_f = \frac{Q}{m} = \frac{160\ \text{Kcal}}{2\ \text{Kg}} = 80\ \frac{\text{Kcal}}{\text{Kg}} = 80\ \frac{\text{cal}}{\text{gr}}$$

Es. 8.2 calcolare il lavoro dell'esercizio precedente

nella fusione c'è una diminuzione di volume dell'8,3%

$m = 2\,kg \qquad p = 1\,atm = \text{costante}$

$dL = -p\,dV \qquad \dfrac{dL}{dV} = -p = \text{cost.}$

$L(V) = -pV + C \qquad \Delta L = -p\,\Delta V = -p\,(V_f - V_i)$

$V_f = V_i\left(1 - \dfrac{8.3}{100}\right)$

$\Delta L = -p\,V_i\left[1 - \dfrac{8.3}{100} - 1\right] = p V_i\,\dfrac{8.3}{100} =$

$$= 1\ \text{atm} \cdot 2\ \text{litri}\ \frac{8.3}{100} =$$

$1\ \text{kg di } H_2O \sim 1\ \text{litro}$

$$= \text{Joule}$$

$$= 1.013 \cdot \cancel{10^5}\ \text{pascal}\ 2 \cdot \cancel{10^{-3}}\ m^3\ \frac{8.3}{\cancel{100}} =$$

$$\simeq 16\ \text{joule} = \frac{16}{4.18}\ \text{cal} \sim 4\ \text{cal}$$

$$\Delta L = 4\ \text{cal} \underset{\text{molto minore}}{\ll} 16\ \text{kcal} = Q$$

Es. 8.4

H_2O $\begin{cases} T_1 = 70\,°C \simeq 343\,°K \\ V_1 = 1 \text{ litro} \end{cases}$ $m_1 = \rho V_1$ ρ = densità

aggiungo $\begin{cases} T_2 = 300\,°C = 573\,°K \\ V_2 = \frac{1}{2} \text{ litro} \end{cases}$ $m_2 = \rho V_2$

qual'è la Temp. finale T_x di equibrio

$Q = C\, m\, \Delta T$ $Q_1 = C\, m_1 (T_x - T_1)$

passaggio di calore $Q_2 = C\, m_2 (T_x - T_2)$

$$Q_1 + Q_2 = 0$$

$$\cancel{c}\, m_1 (T_x - T_1) + \cancel{c}\, m_2 (T_x - T_2) = 0$$

$$\cancel{\rho}\, V_1 (T_x - T_1) + \cancel{\rho}\, V_2 (T_x - T_2) = 0$$

$$V_1 = 2 V_2$$

$$2 (T_x - T_1) + T_x - T_2 = 0$$

$$3 T_x = 2 T_1 + T_2$$

$$T_x = \frac{2T_1 + T_2}{3} = \frac{2 \cdot 70 + 300}{3} \,°C = \frac{440}{3} \,°C$$

$$= 147 \,°C$$

Es. 8.5

metallo $\quad c = 0.08 \; cal / gr\,°C$

calore specifico

$\Delta T = 10\,°C$ $\qquad m = 2\,Kg$

$= 10\,°K$

$Q = ?$ $\qquad Q = c\, m\, \Delta T =$

$$= 0.08 \frac{cal}{\cancel{gr}\,\cancel{°C}} 2 \cdot 10^3 \cancel{gr}\; 10 \cancel{°C} =$$

$$= 1.6 \; Kcal$$

$$\frac{8}{\cancel{100}} \cdot 2 \cdot 10^{\cancel{4}\,2} = 1600 = 1.6 \cdot 10^3$$

Es. 8.6

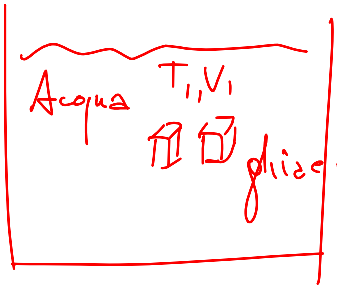
H_2O liquida: $T_1 = 20\,°C = 293\,°K$

$V_1 = 10$ litri

$+ \; 1$ Kg di ghiaccio a $T_2 = 0\,°C = 273\,°K$

$C_{H_2O} = \dfrac{1\ \text{cal}}{\text{gr}\cdot °C}$ calore specifico dell'acqua

$K = 80\,\dfrac{\text{cal}}{\text{gr}}$ calore latente di fusione del ghiaccio



ghiaccio $m = 1\,\mathrm{Kg}$ $\quad T = 0°C$

$$Q_{fusione} = K\, m_{ghiaccio} = 80\,\frac{cal}{gr}\,10^3\,gr = 80\,\mathrm{Kcal}$$

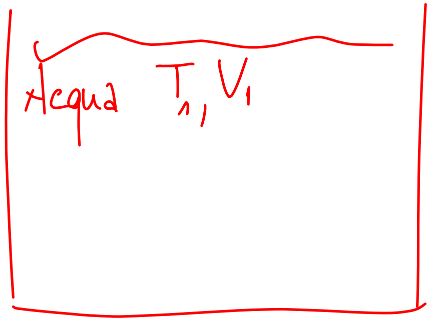
dopo la fusione ho acqua con

$$T_2 = 0°C = 273\,°K$$

$$V_2 \simeq 1 \text{ litro}$$

$$Q_1 = c_{H_2O} m_1 (T_x - T_1) = c_{H_2O} \rho_{H_2O} V_1 (T_x - T_1)$$

$$Q_2 = c_{H_2O} \rho_{H_2O} V_2 (T_x - T_2)$$



calore assorbito dall'acqua (1) $= Q_1$

calore assorbito dal ghiaccio $= Q_{fusione} + Q_2$

$$\underline{Q_1 = - Q_{fusione} - Q_2}$$

$$C \rho V_1 (T_x - T_1) = -80\ \text{Kcal} - C \rho V_2 (T_x - T_2)$$

$$\frac{1\ \text{cal}}{\cancel{\text{gr}}\ ^\circ C} \frac{10^3\ \cancel{\text{gr}}}{\cancel{\text{litri}}} 10\ \cancel{\text{litri}} (T_x - T_1) = -80\ \text{Kcal} + - \frac{1\ \text{cal}}{\cancel{\text{gr}}\ ^\circ C} \frac{10^3\ \cancel{\text{gr}}}{\cancel{\text{litri}}} 1\ \cancel{\text{litri}} (T_x - T_2)$$

$$\rho = \frac{1\ \text{Kg}}{\text{dm}^3} = \frac{10^3\ \text{gr}}{\text{litri}}$$

$$\frac{10\ \cancel{\text{Kcal}}}{^\circ C} (T_x - T_1) = -80\ \cancel{\text{Kcal}} - \frac{1\ \cancel{\text{Kcal}}}{^\circ C} (T_x - T_2)$$

$$11\, T_x = 10\, T_1 + T_2 - 80\ ^\circ C$$

$$= 10 \cdot 20 + 0 - 80 = 120\ ^\circ C$$

$$T_x = \frac{120}{11}\,°C = 11\,°C$$

$$\cancel{10^4}\,(20° - x) = 8 \cdot 10^{\cancel{4}} + \cancel{10^3}\,x$$

T_1

$$200 - 10x = 80 + x$$

$$200 = 80 + 11x \qquad 120 = 11x$$

Esempio 8.5 macchina termica assorbe

$Q_c = 5 \cdot 10^3\ J$ in un ciclo e trasferisce

$Q_f = 3.5 \cdot 10^3\ J$ a un serbatoio freddo

a) calcolare il rendimento

$$\eta = \frac{Q_c - Q_f}{Q_c} = \frac{\Delta L}{Q_c} = 1 - \frac{Q_f}{Q_c} =$$

$$= 1 - \frac{3.5}{5} = 1 - 0.7 = 0.3 = \underline{\underline{30\%}}$$

b) calcolare il lavoro

$$\Delta L = Q_c - Q_f = 1.5 \cdot 10^3 \, J = 1500 \, J$$

Esempio 8.6 macchina a vapore $T_1 = 600\ °K$

temperatura di scarico dell'aria è $295\ °K = T_2$

quale rendimento massimo (se la macchina fosse un ciclo di Carnot con un gas perfetto)?

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{295}{600} = 51\ \%$$

RICEVIM. $\rightarrow$ 16.00 - 18.00 DOMANI A FISICA
(+ qui 8.30 alle 9.30)

ONDE

$$\underline{f(x-vt)} \qquad f(x-vt) = A \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x-vt)+\varphi\right)$$

λ lunghezza d'onda

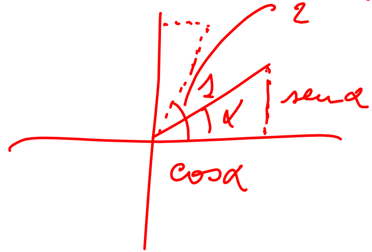
$T = \frac{\lambda}{v}$ periodo, v = velocità

$f = \frac{1}{T}$ frequenza

$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$ pulsazione

A ampiezza

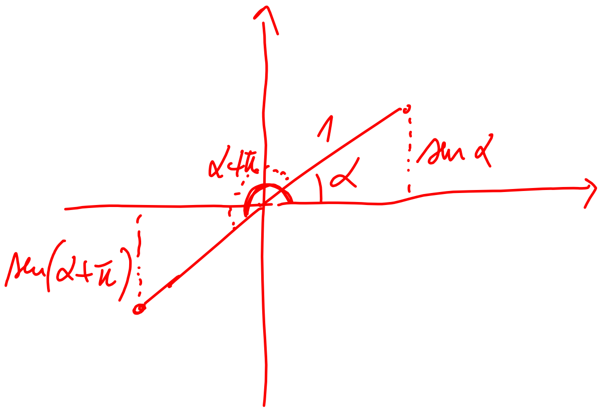
φ = fase



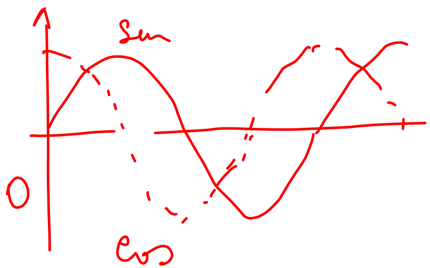
$$\operatorname{sen}(\alpha+\beta) = \operatorname{sen}\alpha \cos\beta + \cos\alpha \operatorname{sen}\beta$$

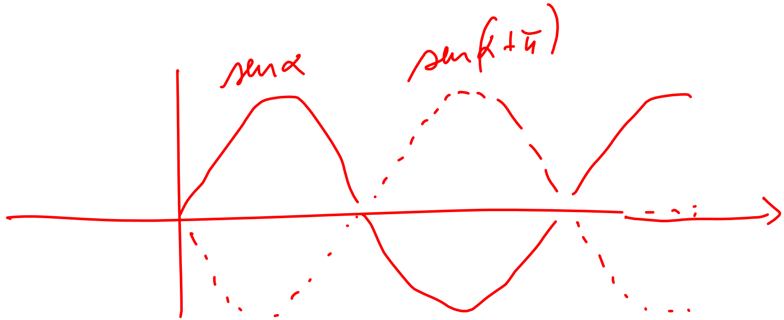
$$\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) = \cos\alpha \qquad \cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) = \operatorname{sen}\alpha = \cos\left(\alpha-\frac{\pi}{2}\right)$$

$$\operatorname{sen}(\alpha+\pi) = -\operatorname{sen}\alpha$$



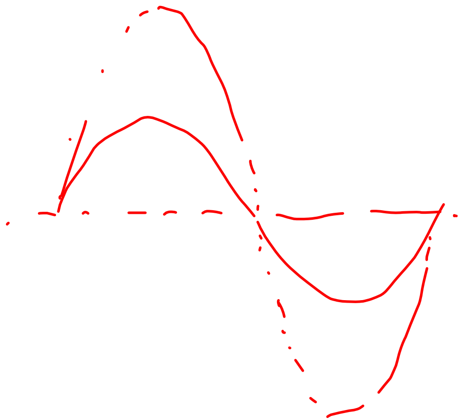
una fase $\varphi = \pi$ porta l'onda nella sua opposta





interferenza tra onde. sovrapposizione

$f_1(x-vt) + f_2(x-vt)$ è ancora una $f(x-vt)$



$$f_1 = A \,\mathrm{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x-vt)+\varphi\right) = f_2$$

interferenza costruttiva

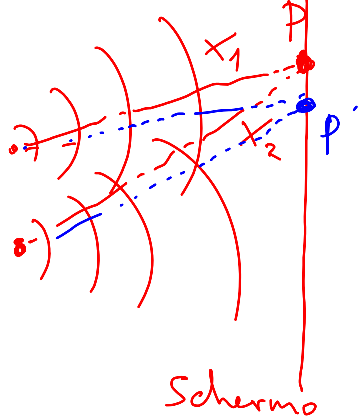
$$f_1 = A \,\mathrm{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x-vt)+\varphi\right)$$

$$f_2 = A \,\mathrm{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x-vt)+\varphi+\pi\right) = -f_1$$

$$f = f_1 + f_2 = 0$$

interferenza distruttiva

NOISE REDUCTION



$$f_1 = A \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x_1 - vt) + \varphi\right)$$

$$f_2 = A \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - vt) + \varphi\right)$$

$$x_2 \to x_1 + (x_2 - x_1)$$

$$= A \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x_1 - vt) + \varphi + \underline{\underline{\frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - x_1)}}\right)$$

$$= A \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x_1 - vt) + \varphi_2\right)$$

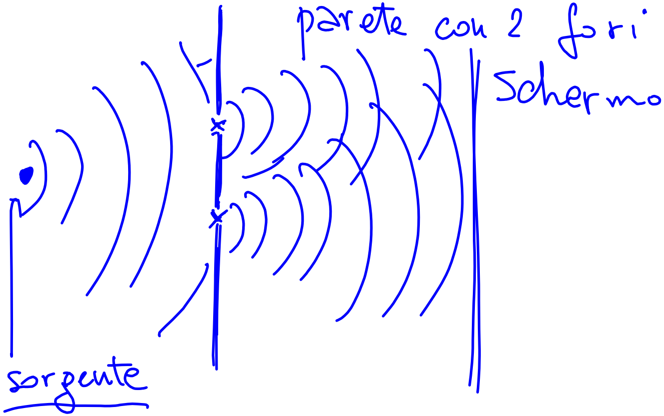
$$\varphi_2 = \varphi + \frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - x_1)$$

$$\frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - x_1) = \pi, 3\pi, 5\pi, \ldots$$

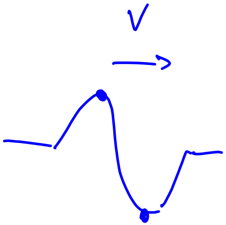
interferenza distruttiva

$$\frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - x_1) = 0, 2\pi, 4\pi \ldots$$

interferenza costruttiva



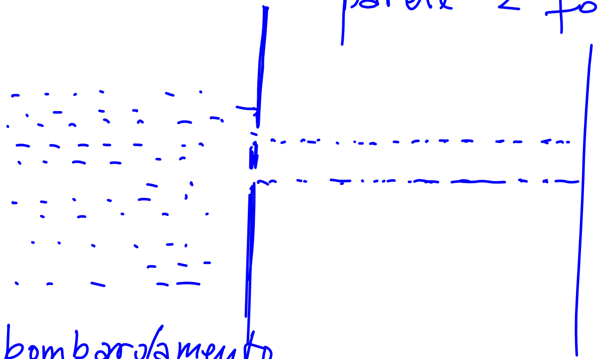
$$f(x - vt)$$



Principio di Huygens:

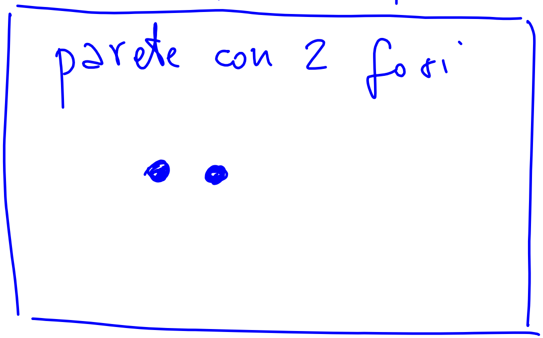
ogni punto di una superficie d'onda si può considerare a sua volta come una sorgente parete 2 fori

Schermo

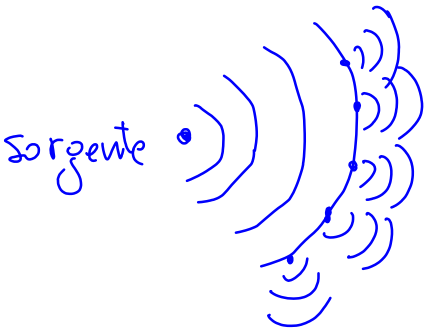


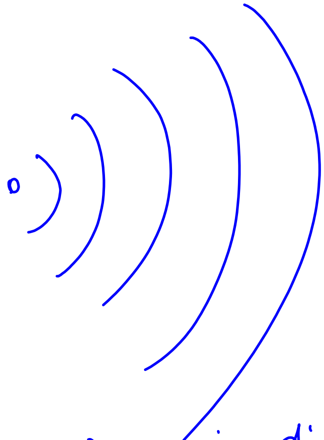
bombardamento di elettroni, o altre particelle

immagine dei due fori
(il proiettile passa o si ferma sulla parete)



NO : si vede una figura di interferenza ANCHE in questo caso (se le aperture dei fori sono sufficiente-mente piccole e vicine)





Sovrapposizione di onde che viaggiano in direzione opposta

$f(x - vt)$ $\longrightarrow$

onda che si propaga in avanti con velocità v

$f(x + vt)$ $\longleftarrow$

onda che si propaga indietro con velocità v

$$f_1 = A \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt) + \varphi\right) = A \operatorname{sen}\left[\frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi - \frac{2\pi v t}{\lambda}\right]$$

$$f_2 = A \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x + vt) + \varphi\right) = A \operatorname{sen}\left[\overbrace{\frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi}^{\alpha} + \overbrace{\frac{2\pi v t}{\lambda}}^{\beta}\right]$$

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{sen}(\alpha+\beta) &= \operatorname{sen}\alpha \cos\beta + \cos\alpha \operatorname{sen}\beta \\ \operatorname{sen}(\alpha-\beta) &= \operatorname{sen}\alpha \cos\beta - \cos\alpha \operatorname{sen}\beta \end{aligned}\right\}$$

$$2 \operatorname{sen}\alpha \cos\beta = \operatorname{sen}(\alpha+\beta) + \operatorname{sen}(\alpha-\beta)$$

$$\alpha = \frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi$$

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} v t$$

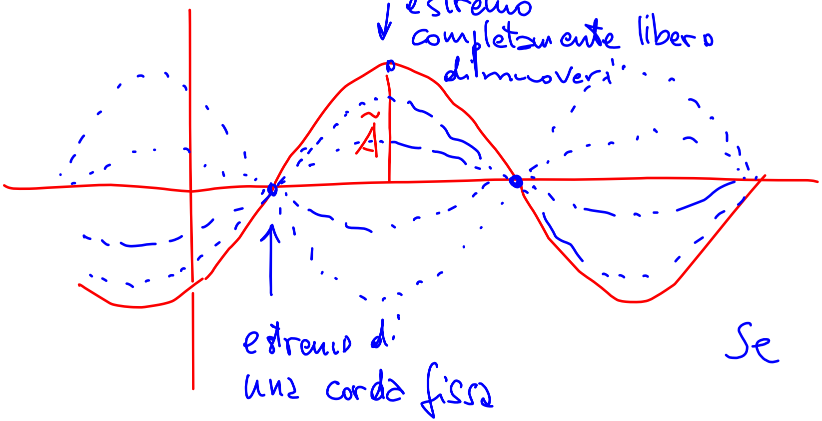
$$f_2 = A \operatorname{sen}(\alpha+\beta) \qquad f_1 = A \operatorname{sen}(\alpha-\beta)$$

$$f_1 + f_2 = A\left[\operatorname{sen}(\alpha+\beta) + \operatorname{sen}(\alpha-\beta)\right] = 2A \operatorname{sen}\alpha \cos\beta$$

$$f = f_1 + f_2 = \underbrace{2A\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}vt\right)}_{\tilde{A}}\ \underbrace{\operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda}x+\varphi\right)}$$

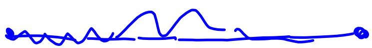
onda stazionaria

è come se l'ampiezza fosse $\tilde{A}$ che oscilla nel tempo



Se $\overbrace{\frac{2\pi}{\lambda}x+\varphi = 0,\ \pi,\ 2\pi\ \ldots}^{\text{punti stazionari}}$

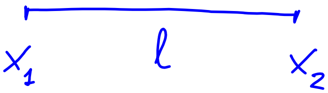
$f = 0$ per qualunque tempo



chitarra, note musicali

elastico, flauto

Esempio corda con estremi fissi



vuol dire che $\frac{2\pi}{\lambda}x_1 + \varphi$ e $\frac{2\pi}{\lambda}x_2 + \varphi$ sono punti stazionari

$$\frac{2\pi}{\lambda}x_1 + \varphi = n_1 \pi \qquad \frac{2\pi}{\lambda}x_2 + \varphi = n_2 \pi$$

Sottraggo:

$$\frac{\cancel{2}\cancel{\pi}}{\lambda}\underbrace{(x_2 - x_1)}_{\ell} = (n_2 - n_1)\cancel{\pi}$$

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{n_2 - n_1}{2\ell} \qquad f = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{2\ell}(n_2 - n_1)$$

$$T = \frac{\lambda}{v} \qquad f = \frac{1}{T}$$

intensità del suono

l'intensità di un'onda è l'energia trasportata dall'onda per unità di tempo e di superficie

$$\frac{\text{Energia}}{\text{tempo} \cdot \text{superficie}} = \frac{\text{potenza}}{\text{sup.}} = \frac{W}{m^2}$$

Watt

l'udito può percepire un'onda sonora di intensità

$$\geq 10^{-12} \frac{W}{m^2}$$

Area sfera $= 4\pi R^2$

sorgente sonora

superficie sferica

Livello di intensità di un suono in decibel

$$\ell = 10 \log_{10} \frac{I}{I_0}$$

I = intensità

I_0 = intensità min. percepibile

se $I = I_0 \rightarrow \ell = 0$

silenzio ~ 20 db

conversazione – 60 db

limite del dolore ~ 140 db

OTTICA

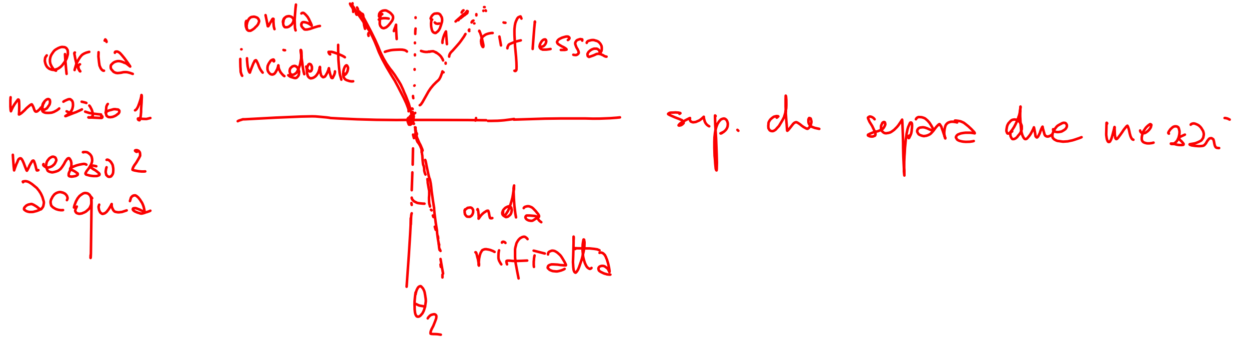
interazioni fondamentali della natura:

interaz. elettromagnetiche
" gravitazionali
" deboli
" forti

ora ci concentriamo sulla luce

e come si propaga $\quad c = 300000 \frac{Km}{sec}$ = velocità nel vuoto

anche la velocità della luce dipende dal mezzo in cui si propaga



riflessione : $\theta_1' = \theta_1$

rifrazione : $n_1 \operatorname{sen} \theta_1 = n_2 \operatorname{sen} \theta_2$ legge di Snell

n_1, n_2 sono detti indici di rifrazione

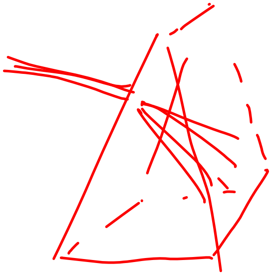
l'indice di rifrazione caratterizza il mezzo

sono leggi empiriche, tanto che in realtà l'indice di rifrazione n dipende anche dalla frequenza dell'onda : in questo caso si parla di diffrazione

un'onda $f(x - vt)$ si può sempre espandere in seni e coseni (onde elementari di tutte le frequenze)

decomposizione spettrale

luce solare : sovrapposizione di tutte le frequenze

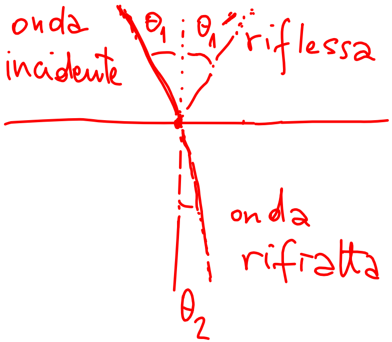


prisma

frequenze diverse vengono diffratte in modo diverso

diffrazione

RIFRAZIONE



n_1

n_2

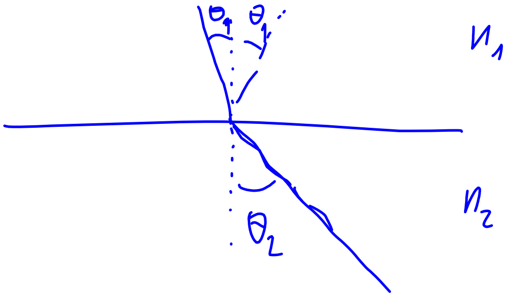
vuoto: $\underline{n = 1}$

$$\theta_1' = \theta_1$$

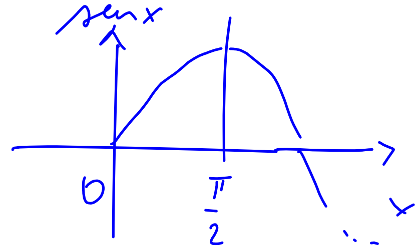
$$\underline{n_1 \operatorname{sen} \theta_1} = \underline{n_2 \operatorname{sen} \theta_2}$$

$\theta_2 < \theta_1$ se $n_2 > n_1$

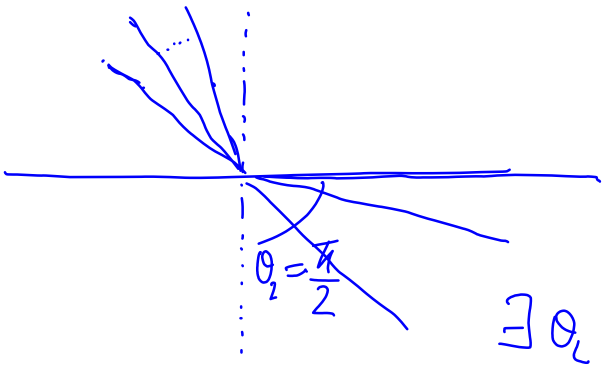
Se $n_2 < n_1$



$$n_2 \operatorname{sen} \theta_2 = n_1 \operatorname{sen} \theta_1$$



tra 0 e $\frac{\pi}{2}$ sen x è crescente

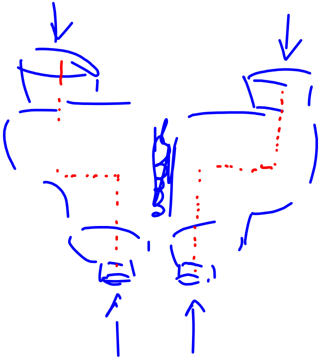


posso avere

$\theta_2 = \frac{\pi}{2}$ $\quad \operatorname{sen} \theta_2 = 1$

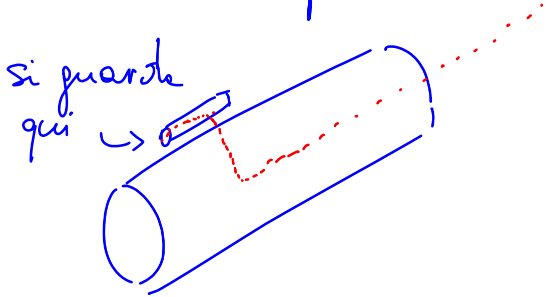
$$\exists\, \theta_L : \operatorname{sen} \theta_L = \frac{n_2}{n_1} < 1$$

si chiama angolo limite : si ha riflessione totale

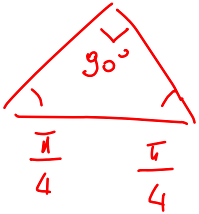


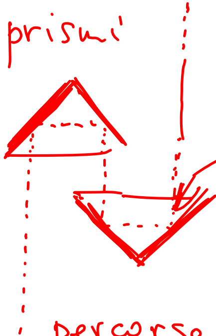
Binocolo

telescopio



prismi





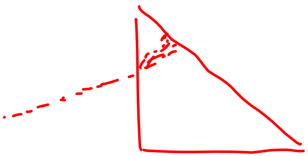
angolo di incidenza $= \frac{\pi}{4}$

percorso della luce

Se il materiale di cui è fatto il prisma è scelto in modo opportuno

$\frac{\pi}{4} > \theta_L$ angolo limite

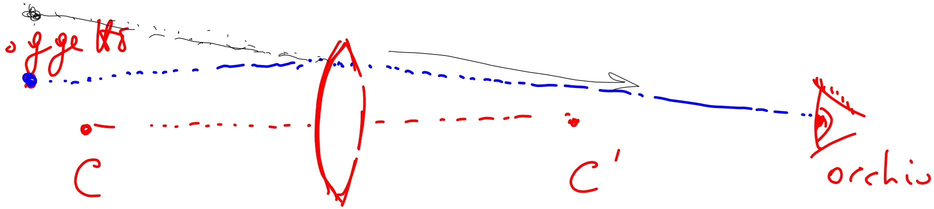
c'è riflessione totale



possono essere usati anche per la diffrazione

IL DIOTTRO

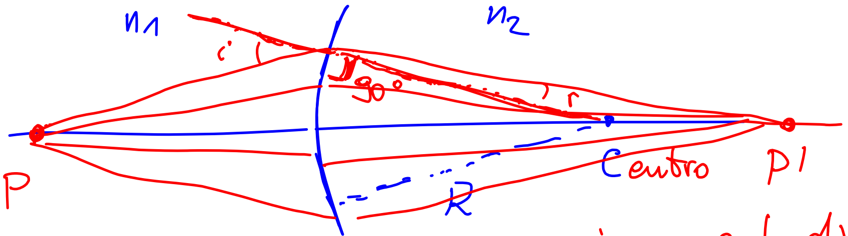
LA LENTE



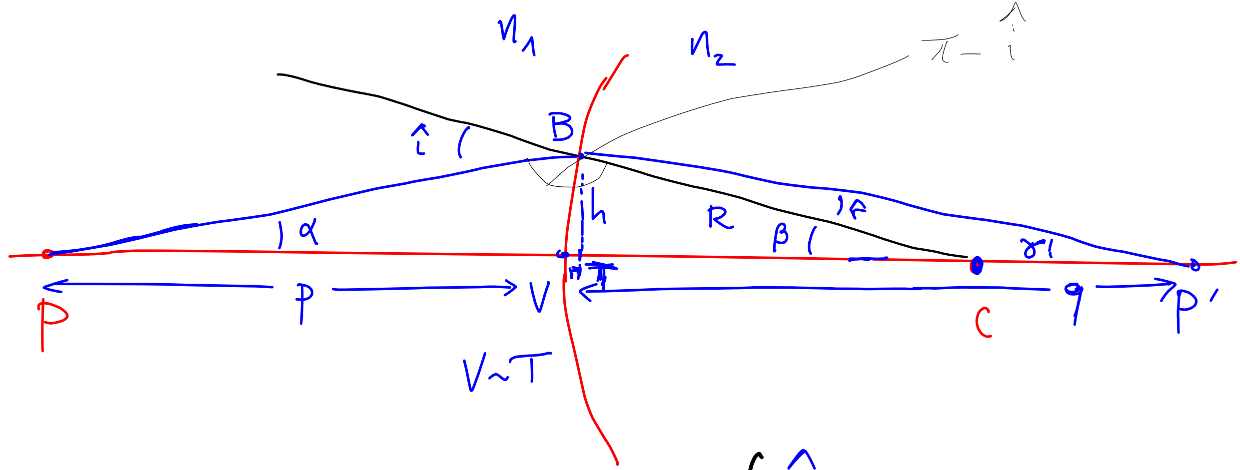
lente: due calotte sferiche

LA LENTE SFRUTTA LA RIFRAZIONE PER INGRANDIRE

IL DIOTTRO È UN SISTEMA OTTICO DEL SEGUENTE TIPO ("MEZZA LENTE"): DUE MEZZI SEPARATI da una superficie a forma di calotta sferica



i = angolo di incidenza
r = " " rifrazione



$$n_1 \operatorname{sen} \hat{i} = n_2 \operatorname{sen} \hat{r}$$

$$\begin{cases} \hat{i} = \alpha + \beta \\ \hat{r} = \beta - \gamma \end{cases}$$

$\pi - \hat{i} + \alpha + \beta = \pi$ triangolo PCB

$\pi - \beta + \hat{r} + \gamma = \pi$ triangolo P'CB

$h \ll R$

Occorre assumere α, β, γ piccoli

$$\operatorname{sen}\hat{i} = \operatorname{sen}(\alpha+\beta) = \operatorname{sen}\alpha\cos\beta + \cos\alpha\operatorname{sen}\beta \sim$$

$$\operatorname{sen}\hat{r} = \operatorname{sen}(\beta-\gamma) = \underline{\operatorname{sen}\beta\cos\gamma - \operatorname{sen}\gamma\cos\beta} \sim$$

α piccolo $\quad \cos\alpha \sim 1 \qquad \operatorname{sen}\alpha \sim \frac{h}{p} \quad \left(\frac{h}{p} = \operatorname{tg}\alpha\right)$

β : $\quad \cos\beta \sim 1 \qquad \operatorname{sen}\beta \sim \frac{h}{R}$

$\operatorname{sen}\gamma \sim \frac{h}{q}$

$$n_1\left[\frac{\cancel{h}}{p} + \frac{\cancel{h}}{R}\right] = n_2\left[\frac{\cancel{h}}{R} - \frac{\cancel{h}}{q}\right]$$

$$=$$

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

Si semplifica h: la formula vale per tutti i raggi che escono da P

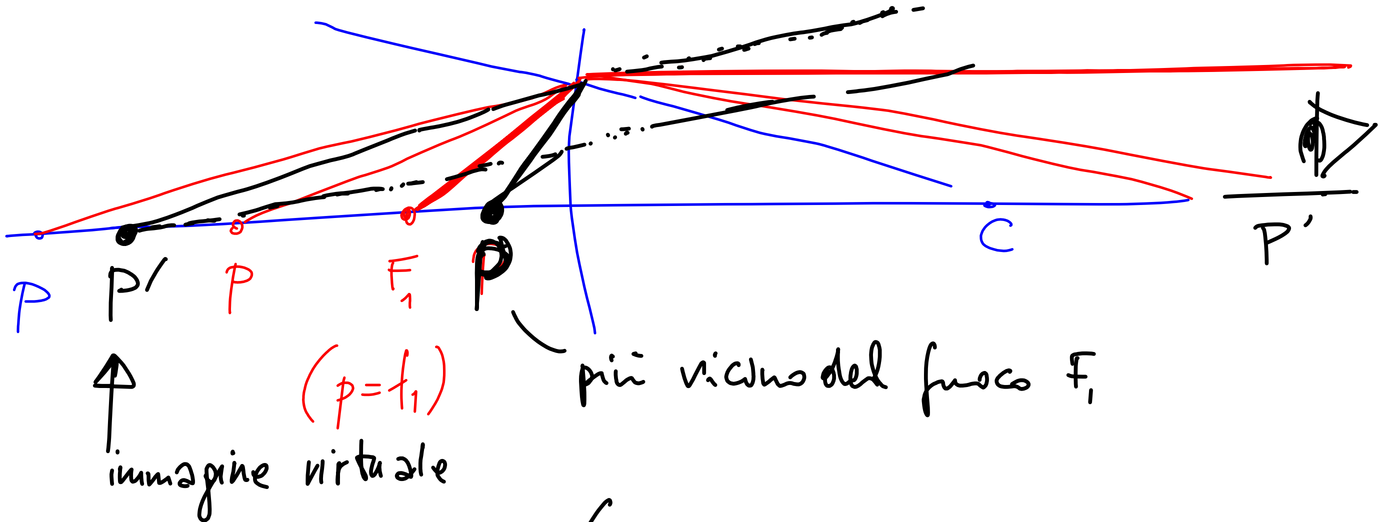
Se $q \to \infty$ $\quad \frac{n_1}{p \to f_1} = \frac{n_2 - n_1}{R}$

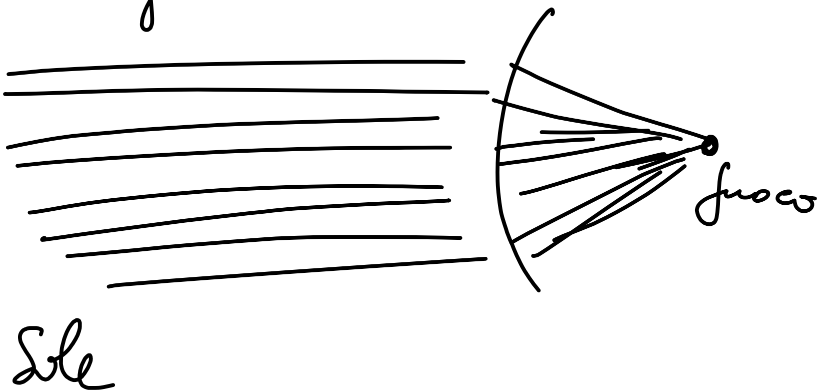
tale p si chiama primo fuoco f_1

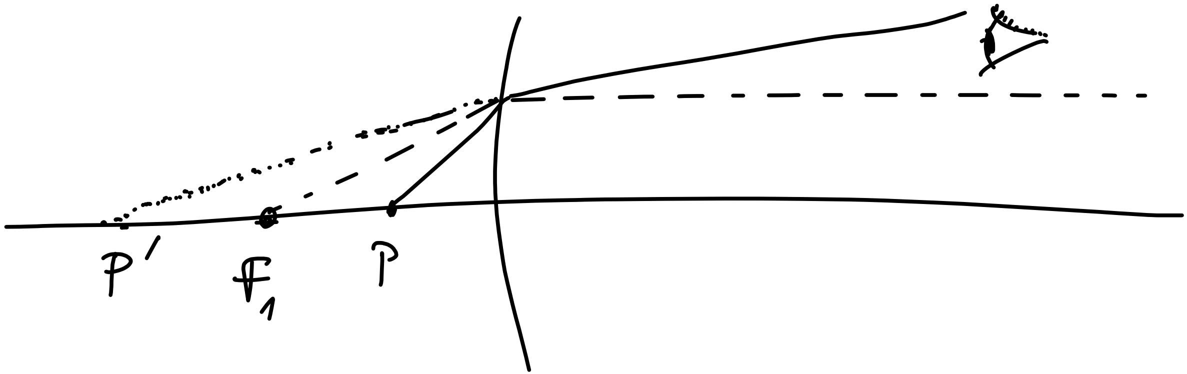
$$\frac{1}{f_1} = \frac{n_2 - n_1}{n_1 R}$$

Se $p \to \infty$ $\quad \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R}$ tale q si chiama secondo fuoco f_2

$$\frac{1}{f_2} = \frac{n_2 - n_1}{n_2 R}$$


P
P'
P
F_1
P
C
P'
$(p=f_1)$
più vicino del fuoco F_1
immagine virtuale


fuoco
Sole



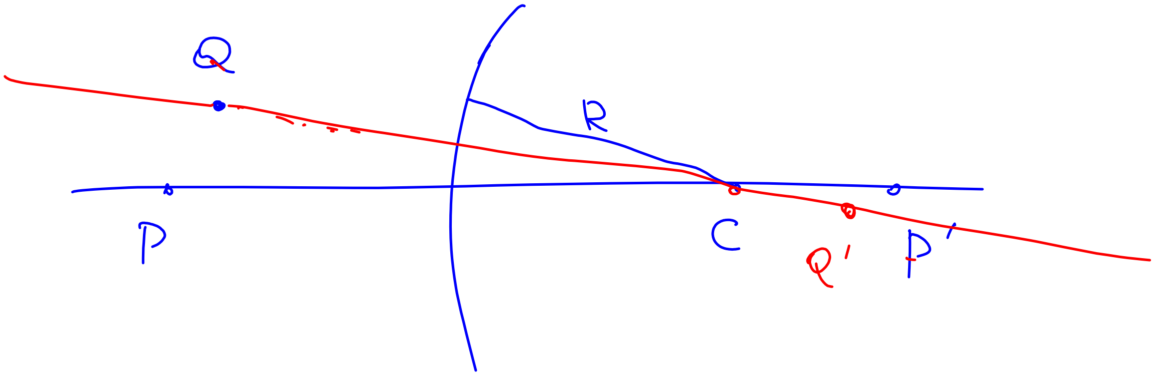
$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_1}{f_1} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

Se $p < f_1$

$q < 0$

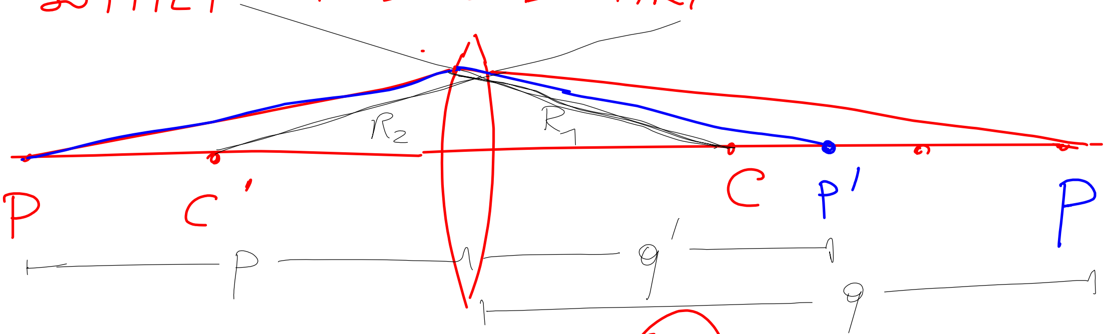
$$\frac{n_2}{q} = n_1 \left(\frac{1}{f_1} - \frac{1}{p} \right) < 0$$

La formula vale lo stesso



La formula vale per ogni punto Q: l'immagine è sulla retta che passa per il centro della calotta sferica

LENTI SOTTILI : DUE DIOTTRI



BLU : 1ª rifrazione

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q'} = \frac{n_2 - n_1}{R_1}$$

2ª rifrazione

$$\frac{n_2}{q'} + \frac{n_1}{-q} = \frac{n_1 - n_2}{R_2}$$

Sottraendo :

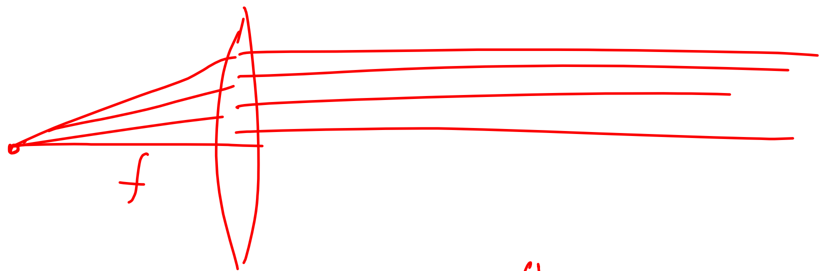
$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_1}{q} = (n_2 - n_1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

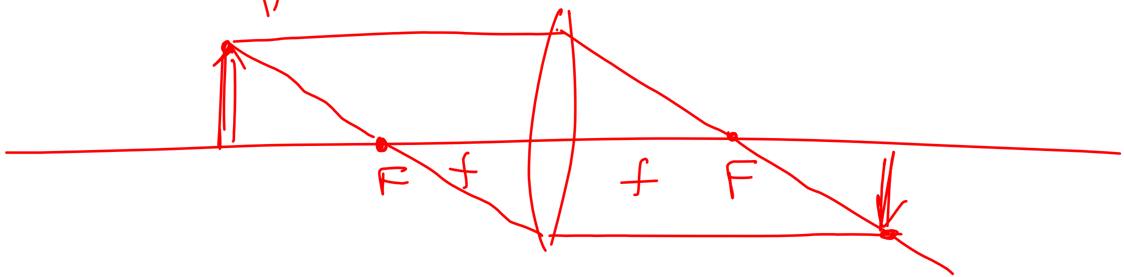
$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{n_2 - n_1}{n_1}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = \frac{1}{f}$$

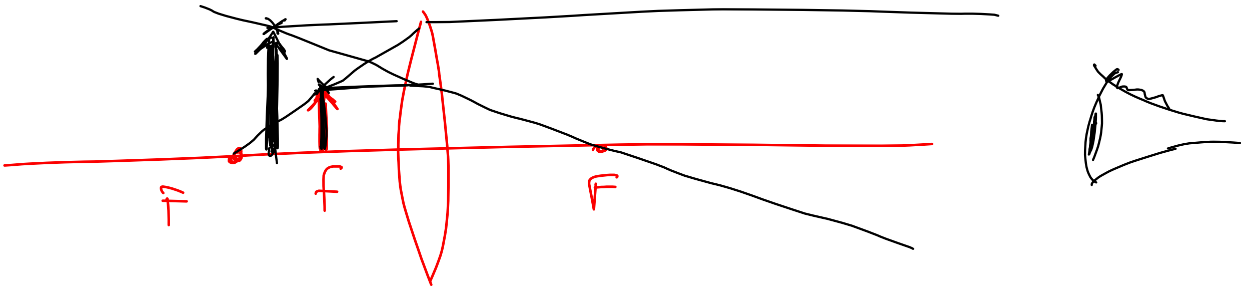
$$p \to \infty \quad \Longrightarrow \quad q = f$$

$$q \to \infty \quad \Longrightarrow \quad p = f$$

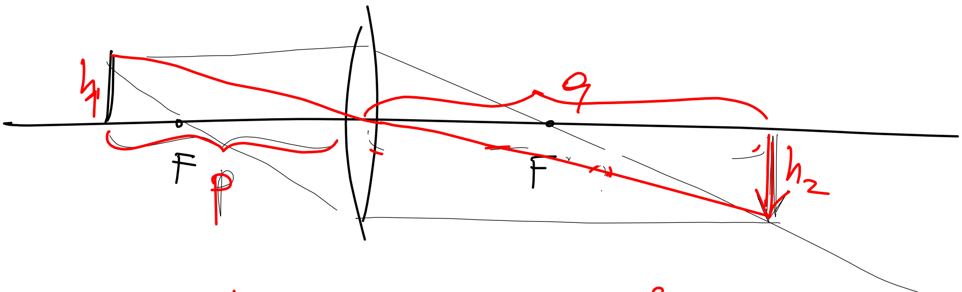
<u>fuoco</u>







INGRANDIMENTO $\quad G = \dfrac{|q|}{|p|}$



$$G = \frac{h_2}{h_1} = \frac{q}{p} = \frac{f}{p-f}$$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

ELETTROSTATICA

m

massa

$F = ma$

Sempre $m \geq 0$

Forza grav.:

Sempre attrattiva

$m \in \mathbb{R}_+$

Carica elettrica

q

$q > 0$, $q < 0$, $q = 0$

forza elettrostatica:

può essere attrattiva

o repulsiva

cariche dello stesso segno

si respingono

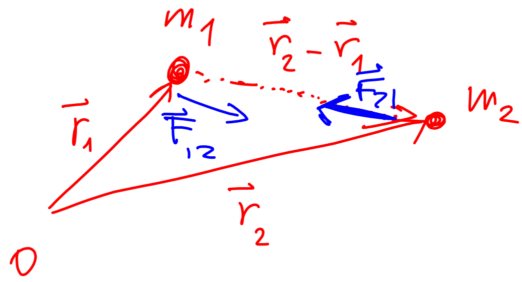
cariche opposte si attraggono

$q \in \mathbb{Z}$

tutte le cariche sono multipli interi della carica dell'elettrone

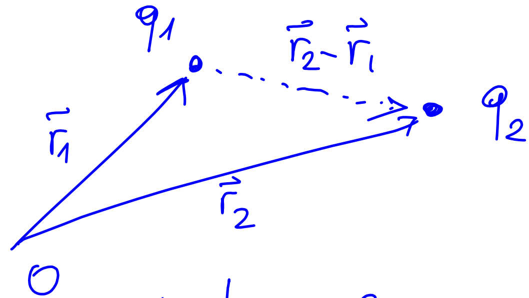
FORZA GRAV.

$$\vec{F}_{21} = -G \, m_1 m_2 \frac{(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3}$$



Forza su 2 a causa di 1

Legge di Coulomb



$$\vec{F}_{21} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \frac{(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3}$$

vuoto : $\varepsilon_r = 1$

aria : $\varepsilon_r \sim 1$

acqua : $\varepsilon_r \sim 80$

$$\varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N\,m^2}$$

unità di misura di q : Coulomb C

1 elettrone ha carica $1.6 \cdot 10^{-19}$ C

$1\,C \sim 6 \cdot 10^{18}$ elettroni

$$[F] = \text{Newton} = \frac{\cancel{C^2}}{\cancel{m^2}} \frac{N}{\cancel{C^2}} \cancel{m^2} = N$$

$[\;]$ unità di misura

ε_r = numero (adimensionale)

costante dielettrica relativa : ε_r

" " del vuoto : ε_0

Scegliamo la carica 1 nell'origine

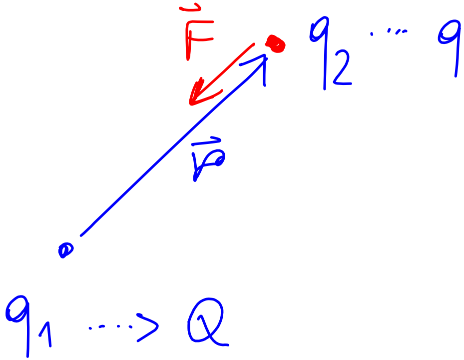
$\vec{r}_1 = 0$

$$\vec{F}_{21} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\,\frac{\vec{r}_2}{|\vec{r}_2|^3}$$

$\vec{r} = (x, y, z)$

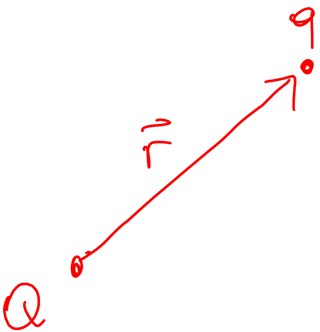
$|\vec{r}| = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

$r = |\vec{r}|$



$$\boxed{\vec{F} = \frac{Q\,q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\,\frac{\vec{r}}{r^3}}$$

$$\lim_{q\to 0} \vec{F} = 0$$



$$\lim_{q\to 0} \frac{\vec{F}}{q} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\,\frac{\vec{r}}{r^3} \neq 0$$

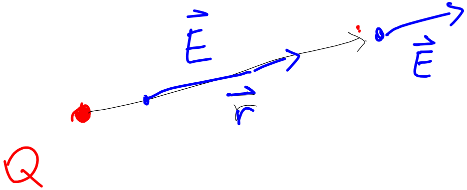
$\frac{\vec{F}}{q} \equiv \vec{E}$ campo elettrico di Q

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{\vec{r}}{r^3}$$

decresce col quadrato della distanza

$\vec{t}$

$\vec{E}$

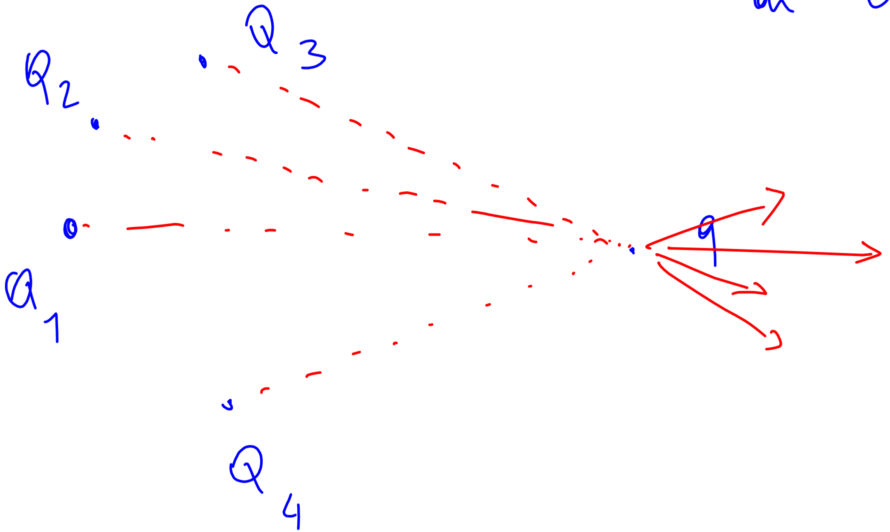


$$|E| = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{1}{r^2}$$

(carica puntiforme)

$$\lim_{r\to 0}|E| = \begin{matrix} +\infty \\ -\infty \end{matrix}$$

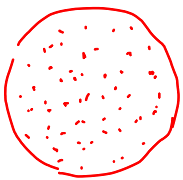
Proprietà: considero una distribuzione di carica



$$\vec{F}_{totale} = \sum \vec{F}_{Q_i} \propto q$$

$$\vec{E}_{tot} = \frac{\vec{F}_{total}}{q} = \sum \vec{E}_{Q_i}$$

supponiamo che una sfera di raggio R abbia carica Q distribuita uniformemente



Q

il campo fuori dalla carica

è $\vec{E} = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\dfrac{\vec{r}}{r^3}$ come se tutta la carica fosse al centro

q

Energia potenziale

$$L = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{r} = U_A - U_B$$

una dimensione

$|\vec{r}| \to x \quad d\vec{r} \to dx$

$$\vec{F} = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{1}{x^2}$$

$$L = \int_{x_A}^{x_B} \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{dx}{x^2} =$$

$$= \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\left[-\frac{1}{x}\right]_{x_A}^{x_B} = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{1}{x_A} - \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{1}{x_B} =$$

$$= U(x_A) - U(x_B)$$

$$U(x) = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{1}{x}$$

$$U(r) = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{1}{r}$$

$$\exists \lim_{q\to 0}\frac{U}{q} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{1}{r} \equiv V$$

si chiama potenziale elettrostatico

l'unità di misura del potenziale è il Volt V

$$1\,V = \frac{1\,J}{1\,C}$$

MKS

energia J(oule)

carica C(oulomb)

potenziale V(olt) $= \frac{J}{C}$

$$E = -\frac{dV}{dx}$$ (in una dimensione)

campo = − derivata del potenziale

ESEMPIO 10.1

$$f = A \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt) + \varphi\right) = \underline{\underline{A \operatorname{sen}(kx - \omega t + \varphi)}}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \text{numero d'onda}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{\lambda} v = kv = \text{pulsazione} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

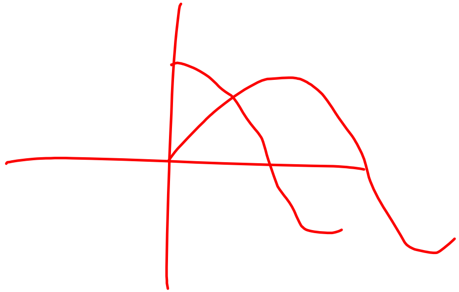
$$f = \frac{v}{\lambda} \qquad \lambda = \frac{v}{f} = vT$$

spazio = velocità × tempo

onda sinusoidale $\underline{A = 12\ cm}$ $\lambda = 45\ cm$

$f = 10\ Hz$ lungo x a $\underline{t=0}$ $\underline{x=0}$ $\underline{h=12\ cm}$

$$K = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{45\,cm} = 0.14\ \frac{rad}{cm}$$



$$T = \frac{1}{10\,Hz} = \frac{sec}{10} = 0.1\ s$$

$$\omega = 2\pi f = 62.8\ \frac{rad}{s}$$

$$v = \lambda f = 10\,Hz \cdot 45\,cm = 450\ \frac{cm}{s}$$

a $t = x = 0$ $\quad f = A \operatorname{sen} \varphi$

$A = 12\ cm$

$f = 12\ cm$

$$\varphi = \frac{\pi}{2}$$

$$f = 12\,cm \operatorname{sen}\left(0.14\,x - 62.8\,t + \frac{\pi}{2}\right) =$$

$$= 12\,cm \cos\left(0.14\,x - 62.8\,t\right)$$

t in s
x in cm

Es. 11.1

luce visibile

$$f_{min} = 3.7 \cdot 10^{14}\ Hz \qquad \text{rosso}$$

$$f_{max} = 7.5 \cdot 10^{14}\ Hz \qquad \text{violetto}$$

$$c = 3 \cdot 10^{8}\ \frac{m}{s}$$

calcolare λ_{min} e λ_{max}

$$\lambda = \frac{v}{f}$$

$$\lambda_{max} = \frac{3 \cdot 10^{8}}{3.7 \cdot 10^{14}} \frac{m}{\cancel{s}}\, \cancel{s} = 0.8 \cdot 10^{-6}\ m = 0.8\ \mu m$$

$$\lambda_{min} = \frac{3 \cdot 10^{8}}{7.5 \cdot 10^{14}} = 0.4\ \mu m$$

µm	
0.4	violetto
0.45	blu
0.55	verde
0.60	arancio
0.7	rosso

Es. 11.2 n indice di rifrazione di un mezzo

$$\boxed{n = \frac{c}{v}}$$

luce rossa con $f = 4 \, 10^{14}$ Hz

$$v = \frac{c}{n}$$

aria $n \sim 1$ $v \sim c$ $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{4 \cdot 10^{14}} m = 0.75 \mu m$

acqua $n \sim 1.33$ $v \sim \frac{c}{1.33} = \frac{3 \cdot 10^8}{1.33} \frac{m}{s} = 2.25 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{2.25 \cdot 10^8}{4 \cdot 10^{14}} \frac{m}{\cancel{s}} \cancel{s} =$$

$$= 0.56 \mu s$$

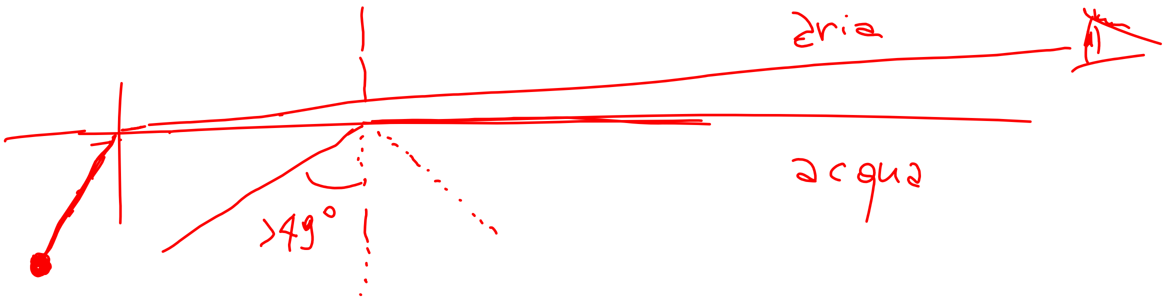
Es. 11.3 angolo limite

$n_1 = 1$ $n_2 = 1.33$

$$n_1 \operatorname{sen} \theta_1 = n_2 \operatorname{sen} \theta_2$$

$\theta_2 = \theta_L$ se $\theta_1 = \frac{\pi}{2}$ $\theta_L = 49^\circ$

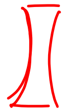
$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{\operatorname{sen} \theta_2}{\operatorname{sen} \theta_1} = 0,75 = \operatorname{sen} \theta_L$$

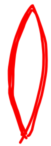


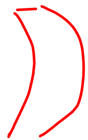
Es. 11.4

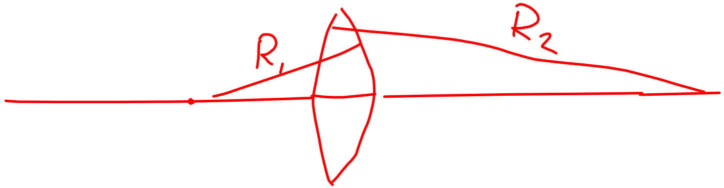
$$D = \frac{1}{\text{distanza focale in m}}$$

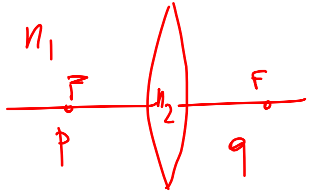
$n = 1.33$

a) biconcava  $R_1 = R_2 = 20\,mm$

b) biconvessa  .... $R_1 = 50\,mm$ $R_2 = 20\,mm$

c) concava - convessa  $R_1 = 50\,mm$ $R_2 = 100\,mm$





$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}=\frac{n_2-n_1}{n_1}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)$$

diottrie

(se f è in metri)

$n_1 \sim 1$

$n_2 \sim 1.33$

b) $= (1.33-1)\left(\frac{1}{50}+\frac{1}{20}\right)\frac{1}{mm} =$

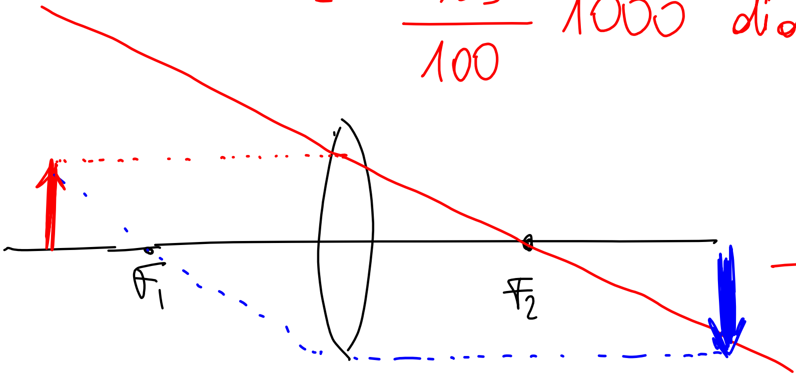
$= 7 \cdot \frac{0.33}{100}\ \frac{1}{10^{-3}m} = 7 \cdot 3.3\ \frac{1}{m} = \underline{23.1 \text{ diottrie}}$

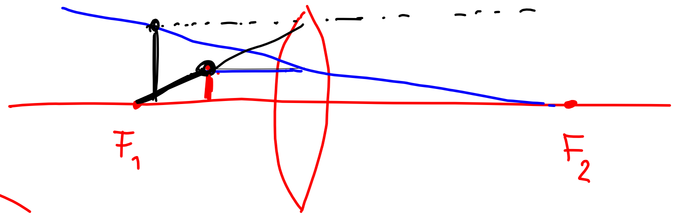
a) : i raggi sono considerati negativi

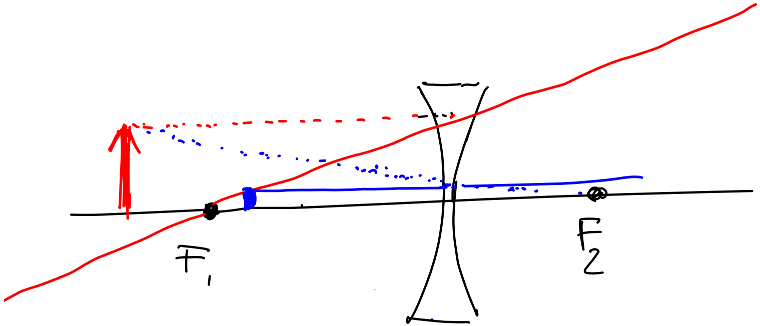
$= 0.33\left(-\frac{1}{20}-\frac{1}{20}\right)\frac{1}{10^{-3}}\ \frac{1}{m} = \underline{-33 \text{ diottrie}}$

c) $$= 0{,}33\left(-\frac{1}{50}+\frac{1}{100}\right)\frac{1}{10^{-3}}\,\frac{1}{m} =$$

$$= -\frac{0{,}33}{100}\,1000 \text{ diottrie} = -3.3 \text{ diottrie}$$







la lente biconcava rimpicciolisce

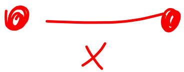
ingrandimento:

$$G = \frac{f}{p-f}$$

se $f<0$ $|G|<1$
e $p>0$

Es. 13.1

Forza tra due protoni : gravitazionale, elettrostatica



$$|F_G| = G\frac{m_p^2}{x^2}$$

$$x = 10\,\text{Å} = 10^{-9}\,m$$

$$1\,\text{Å} = 10^{-8}\,cm$$

$$|F_C| = k\frac{q^2}{x^2}$$

$$1\,fm = 10^{-13}\,cm$$

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}$$

$$q = 1.6\cdot 10^{-19}\,C$$

$$\frac{|F_C|}{|F_G|} = k\frac{q^2}{G m_p^2} = \frac{\cancel{Nm^2}\cdot(1.6)^2\cdot 10^{-38}\,\cancel{C^2}\cdot \cancel{kg^2}\cdot 10^{54}}{4\pi\, 8.854\cdot 10^{-12}\,\cancel{C^2}\cdot 6.67\cdot 10^{-11}\,\cancel{N}\cdot\cancel{m^2}\,(1.673)^2\,\cancel{kg^2}}$$

$$\varepsilon_0 = 8.854\cdot 10^{-12}\,\frac{C^2}{Nm^2} \qquad m_p = 1.673\cdot 10^{-27}\,kg$$

$$\frac{|F_C|}{|F_G|} = 10^{39-3} \sim \underline{\underline{10^{36}}}$$

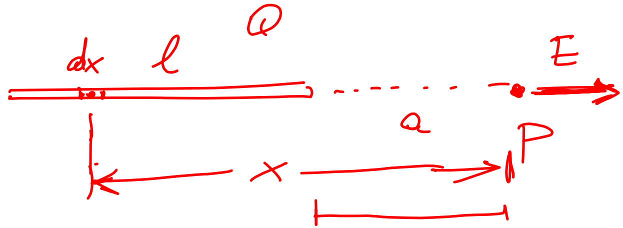
$$F_C = k \frac{q^2}{x^2} = \frac{N \cdot \cancel{m^2} \cdot (1.6)^2 \cdot 10^{-38} \cancel{C^2}}{4\pi\, 8.854 \cdot 10^{-12} \cancel{C^2} \cdot 10^{-18} \cancel{m^2}} =$$

$$= 10^{-8}\,N \;\; 2.3\; 10^{-2} = 2.3 \cdot 10^{-10}\,N$$

$$F_G = G \frac{m_p^2}{\cancel{x^2}} = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cancel{m^2}}{\cancel{kg^2}} \cdot (1.673)^2 \cdot 10^{-54} \cancel{kg^2} \cdot$$

$$\cdot \frac{1}{10^{-18} \cancel{m^2}} = 10^{-47} \cdot 18\; N = 1.8 \cdot 10^{-46}\,N$$

Esempio 13.3



carica Q

lunghezza ℓ

spessore nullo

densità di carica lineare uniforme $= \dfrac{Q}{\ell} \equiv \lambda$

in $\underline{dx}$ c'è carica $\dfrac{Q}{\ell} dx \equiv dq$

$= \lambda dx$

$$\vec{E}_q = k \frac{q}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$

$$dE = k \frac{dq}{x^2} = k\lambda \frac{dx}{x^2}$$

$$\frac{dE}{dx} = \frac{k\lambda}{x^2} \qquad E = -\frac{k\lambda}{x} + C$$

$$E_{tot} = \int dE = \int_{\ell+a}^{a} \frac{dE}{dx} dx = -k\lambda \left[\frac{1}{x}\right]_{a+\ell}^{a} = k\lambda\left(\frac{1}{a+\ell} - \frac{1}{a}\right)$$

$$E_{tot} = -\frac{k\lambda\ell}{a(a+\ell)}$$

Dipolo

q

d

$-q$

$p = dq$ momento di dipolo

$$\vec{E}_q = k\frac{q}{r^2}\frac{\vec{r}}{r}$$

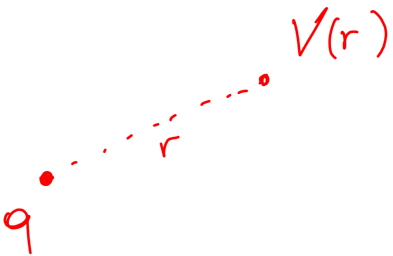
campo elettrico carica puntiforme q

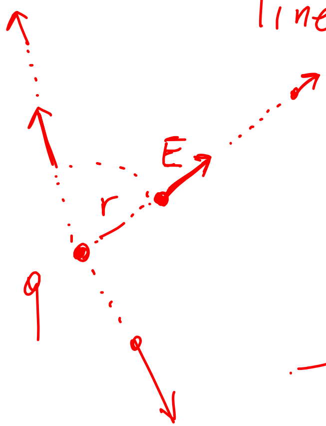
$$\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{1}{r} \equiv V(r)$$

$$K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}$$

(nel vuoto $\varepsilon_r = 1$)

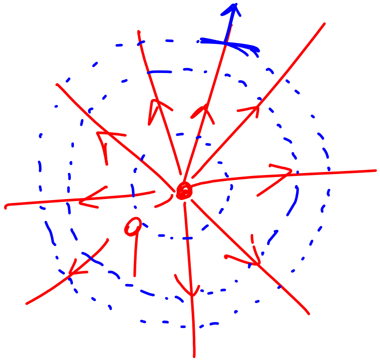
$$E = -\frac{dV(x)}{dx}$$ in una dimensione





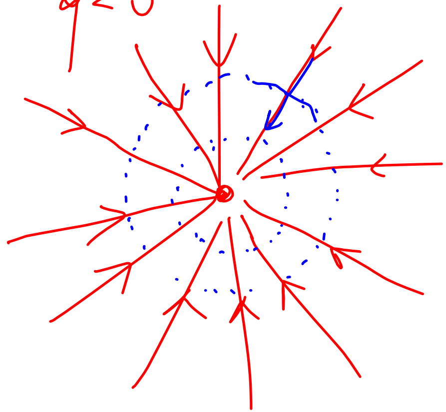
linee di forza del campo ($q > 0$)

più fitte: campo più intenso



$q > 0$

$q < 0$

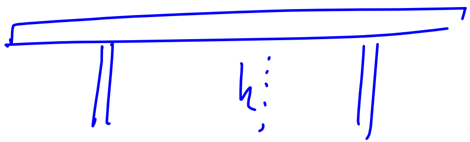


Superfici equipotenziali

$V(r) = k q \frac{1}{r}$: le superfici collo stesso potenziale ($r =$ costante)

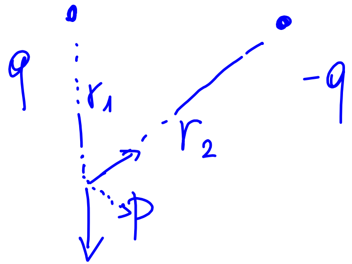
En. gravitazionale (potenziale)

$g \downarrow$ $\quad U = mgh$

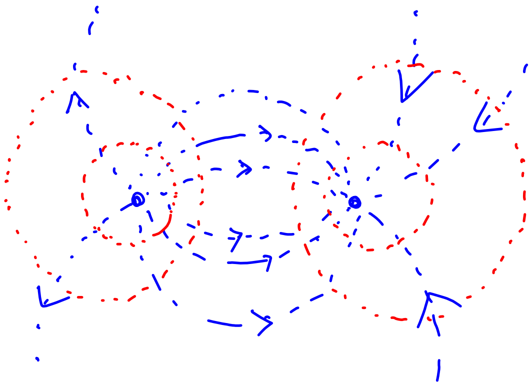


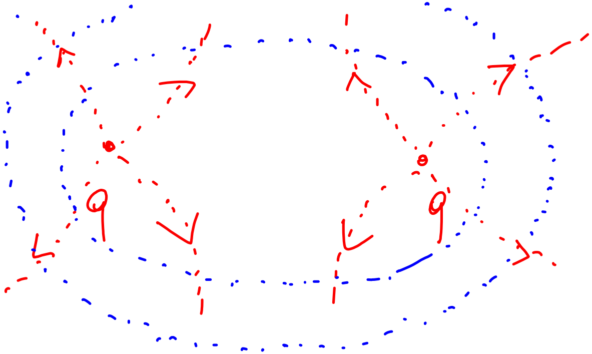
Sistema di due cariche $(q>0)$

cariche uguali e opposte (dipolo)

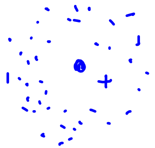


$$V(r_1, r_2) = k\frac{q}{r_1} + k\frac{-q}{r_2}$$

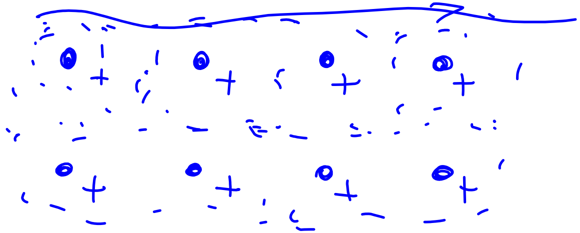




Atomo : nucleo +
nuvola −



Solido



Conduttori : $\bar{e}$ liberi
tra atomi diversi

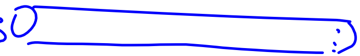
Isolanti

Semiconduttori : isolanti a basse temp., conduttori ad alte

Superconduttori : materiali conduttori a resistenza 0

Tsunami

Corrente elettrica

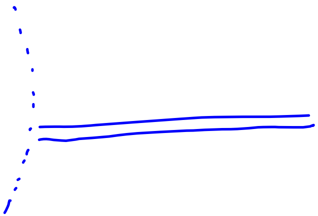
S 

intensità : $I =$ carica che attraversa la sezione S di un filo nell'unità di tempo

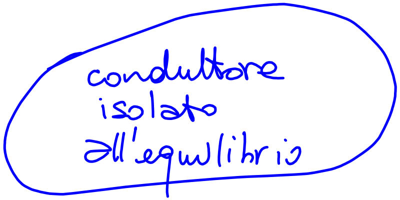
[come la portata di un condotto]

$Q(t)$

$$I = \frac{dQ(t)}{dt}$$

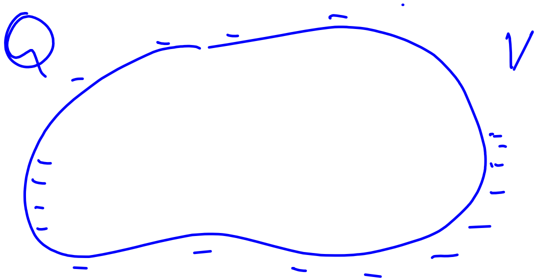
$Q(t)$? 

il "secchio" che fornisce la carica è un condensatore (conduttore particolare)



è equipotenziale:
tutti i punti di un conduttore isolato sono allo stesso potenziale

perchè: una d.d.p. (differenza di potenziale) causerebbe movimento di cariche e non sarebbe equilibrio



$Q<0$

Se metto una carica Q nel conduttore, tutti i punti del conduttore saranno allo stesso potenziale V

[le cariche si dispongono sulla superficie]

Se $Q \rightarrow 2Q$ allora $V \rightarrow 2V$

Vuol dire che $\dfrac{Q}{V}$ non dipende da Q o V

ma solo dal conduttore e dalla sua geometria

$\dfrac{Q}{V} = C$ si chiama capacità del conduttore

$V = \dfrac{Q}{C}$

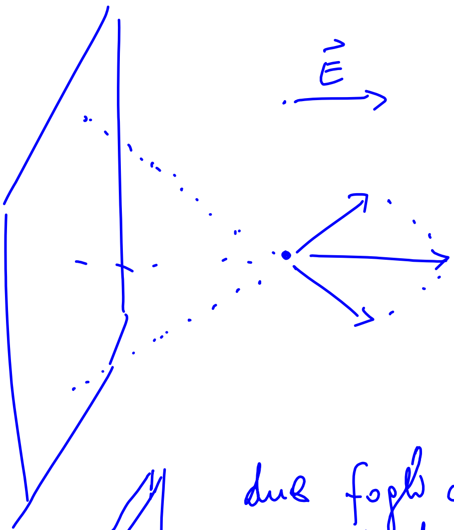
MKSA

Unità di misura: $I = \dfrac{dQ}{dt} = \dfrac{\text{Coulomb}}{s} = A$ Ampere

capacità: $\dfrac{\text{Coulomb}}{\text{Volt}} = \dfrac{A \cdot s}{V} \equiv 1$ farad piano infinito con distribuzione di carica uniforme

$$\sigma = \frac{\text{carica}}{\text{unità di sup.}}$$

$(\sigma > 0)$



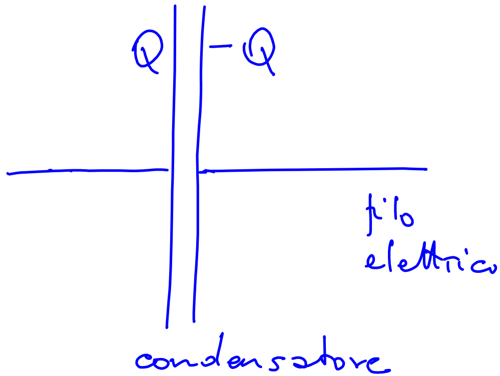
$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

campo elettrico uniforme

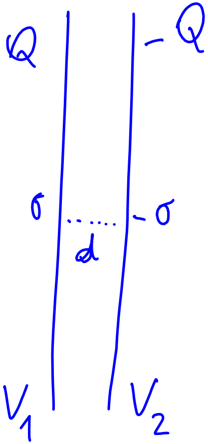
"secchio"

due fogli conduttori separati da un foglio isolante:

condensatore



la carica si distribuisce uniformemente sulle armature



tutti i punti di ciascuna armatura sono allo stesso potenziale V_1 per la prima, V_2 per la seconda

$$\sigma = \frac{Q}{A}$$

A = superficie armatura

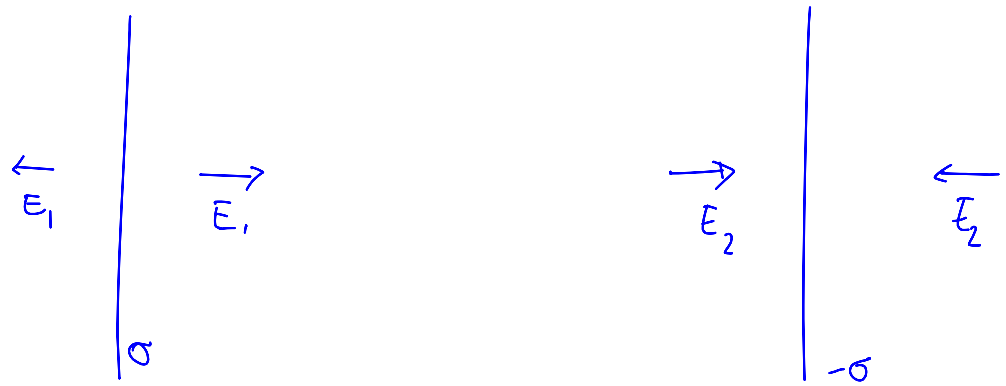
$$\frac{Q}{V} = C = \frac{A\varepsilon_0\varepsilon_r}{d}$$

si chiama capacità del condensatore

$$V = V_2 - V_1 = d.d.p. = \frac{\sigma}{\varepsilon_r \varepsilon_0} d = \frac{Q d}{A \varepsilon_0 \varepsilon_r}$$

campo elettrico × distanza d

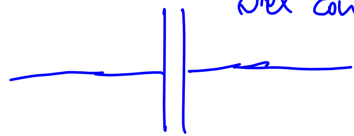
due piani infiniti

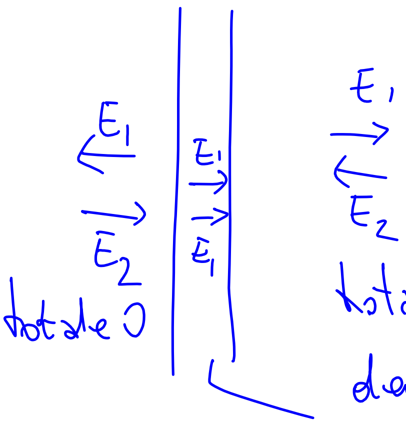


armatura 1

$$\vec{E_2} = -\vec{E_1}$$

simbolo grafico del condensatore





dentro si sommano

$$\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

Resistenza

misura l'attrito che si oppone al passaggio di corrente elettrica

è un conduttore

se la d.d.p. ai capi della resistenza è V

allora l'intensità di corrente

è $I = \frac{V}{R}$

$V = IR$ $\boxed{R = \frac{V}{I}}$

[resistenza di un condotto

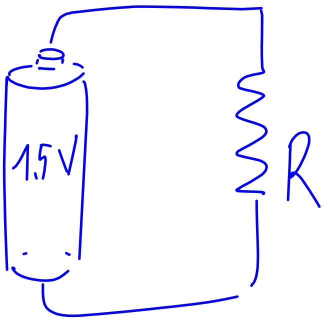
$R = \frac{\Delta P}{Q}$ ΔP = d.d.pressione

Q = portata o flusso]

circuito

f.e.m. = forza elettromotrice

è la d.d.p. formata da un generatore di corrente



$$I = \frac{V}{R}$$

Legge di Ohm

energia potenziale

U = carica x potenziale

lampadina a incandescenza

Lavoro fatto dal generatore e^-

$L = QV$

$$\text{potenza} = W = \frac{QV}{\text{tempo}} = \frac{Q}{\text{tempo}} V = IV$$

$$W = VI = \frac{V^2}{R}$$

W : watt

V : Volt

R : $\frac{V}{I} = \frac{\text{Volt}}{A} = \frac{V^2}{W} = \frac{\text{Volt}^2}{\text{Watt}}$ = Ohm

$\boxed{\text{Maxwell}}$

f.e.m. : data

R : $I = \frac{V}{R}$ $\left(= \frac{dQ}{dt} \right)$

intensità

qV = energia potenziale

dissipa una potenza

$$W = IV = \frac{V^2}{R} = RI^2$$

C : $Q = CV$

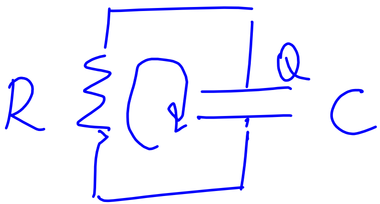
Capitolo 10
10.1 Perturbazioni e modello ondulatorio
10.2 Legge di propagazione delle onde
10.3 Interferenza delle onde
10.4 nde stazionarie

Capitolo 11
11.1 atura della luce principio di u gens
11.2 Leggi della riflessione e rifrazione
11.3 La dispersione della luce e il prisma
11.4 Il diottro
11.5 Le lenti sottili

Capitolo 12
12.1 Microscopio e ingrandimento primi paragrafi

Capitolo 13
13.2 La carica elettrica
13.3 La legge di Coulomb. Principio di sovrapposizione
13.4 Il campo elettrico. Linee di campo.
Esempio 13.5: campo del piano infinito carico uniformemente
13.6 Energia potenziale elettrica e potenziale elettrico
13.8 Conduttori e isolanti. I condensatori
13.9 La corrente elettrica continua
13. 10 Resistenza elettrica e legge di hm cenni
13.11 Forza elettromotrice e circuiti in corrente continua cenni
13.21 Carica e scarica di un condensatore. Il circuito RC

§ 13.21 circuito RC



V = potenziale : è una funzione della posizione solamente

sulla R $\Delta V_1 = IR$

sul C : $\Delta V_2 = \frac{Q}{C}$

sul circuito chiuso abbiamo la caduta di potenziale

$$\Delta V_1 + \Delta V_2 = 0$$

$$IR + \frac{Q}{C} = 0 \qquad I = \frac{dQ}{dt}$$

$$R\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = 0$$

$$\boxed{\frac{dQ}{dt} = -\frac{Q}{RC}}$$

$$\frac{de^x}{dx} = e^x \qquad \frac{de^{\alpha x}}{dx} = \alpha e^{\alpha x} \qquad \frac{d(Ae^{\alpha x})}{dx} = A\alpha e^{\alpha x}$$

$$f(x) = Ae^{\alpha x}$$

$$\frac{df}{dx} = \alpha f(x)$$

$$\boxed{\frac{dQ}{dt} = -\frac{Q}{RC}}$$

equazione differenziale

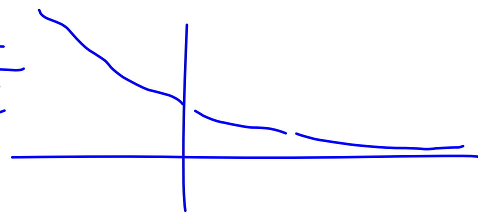
$$f \longrightarrow Q \qquad f(x) \longrightarrow Q(t) = \underline{\underline{A}}\, e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$x \longrightarrow t \qquad \alpha = -\frac{1}{RC}$$

$$Q(t) = A e^{-\frac{t}{RC}}$$

a $t=0$ $\quad Q(0) = A = Q_0$

$$Q(t) = Q_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$



$$I(t) = \frac{dQ}{dt} = \frac{d}{dt}\left(Q_0 e^{-\frac{t}{RC}}\right) =$$

$$= -\frac{Q_0}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} = I_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$V(t) = IR = -\frac{Q_0}{C} e^{-\frac{t}{RC}}$$ d.d.p. ai capi di R

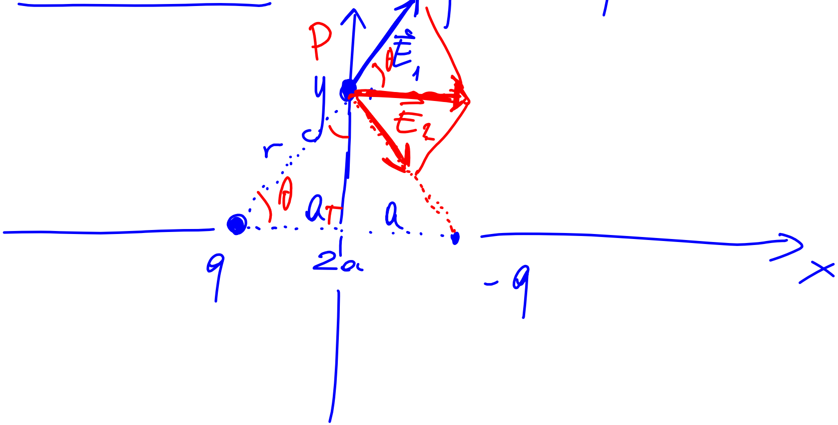
potenza $$W = IV = -\frac{Q_0}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} \; -\frac{Q_0}{C} e^{-\frac{t}{RC}} =$$

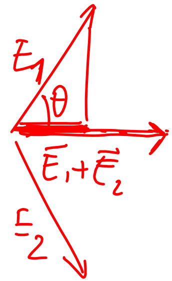
$$= \frac{Q_0^2}{RC^2} e^{-\frac{2t}{RC}} =$$ energia dissipata dalla resistenza nell'unità di tempo $= \frac{dE_n}{dt}$

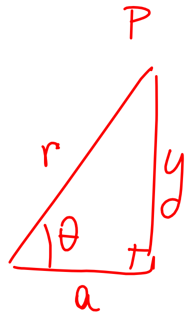
Es. 13.2

dipolo $q > 0$

calcolare campo in P







$$|\vec{E}_1| = k\frac{q}{r^2} = |\vec{E}_2|$$

$$\cos\theta = \frac{a}{r}$$

$$r = \sqrt{a^2+y^2}$$

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}$$

$$|E_1+E_2| = 2|E_1|\cos\theta =$$

$$= 2k\frac{q\,a}{r^2\,r} = \frac{2kaq}{(a^2+y^2)^{3/2}}$$

calcolare questo campo per $y \gg a$

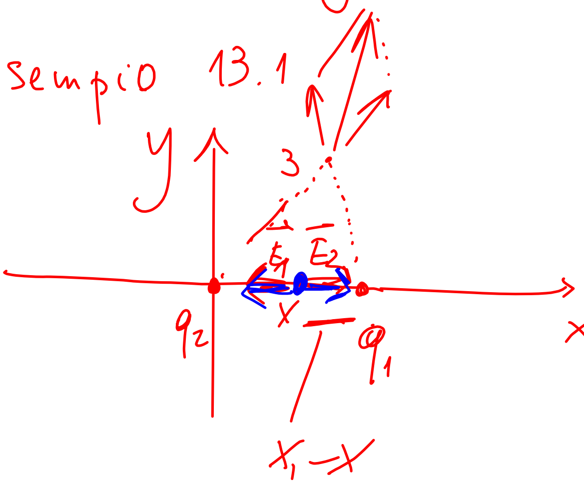
Come dire limite per $\frac{a}{y} \to 0$ $\left(\begin{array}{l} \text{o } y \to \infty \\ \text{o } a \to 0 \end{array} \right)$

$$|E_1 + E_2| = \frac{2kaq}{(a^2+y^2)^{3/2}} \longrightarrow 0 \text{ per } \frac{a}{y} \to 0$$

$[a^2 + y^2 \sim y^2 \text{ se } a \ll y]$

$$\sim \frac{2kaq}{y^3}$$

Esempio 13.1



$q_1 = 10 \, \mu C$

$x_1 = 3 \, m$

$q_2 = 8 \, \mu C$ $\quad x_2 = 0$

dove mettiamo q_3 in modo che su di essa la forza sia nulla?

$$|E_2| = k\frac{q_2}{x^2} \qquad |E_1| = k\frac{q_1}{(x_1-x)^2}$$

$$\vec{F} = q_3\vec{E} \qquad \vec{F}_2 = q_3\vec{E}_2 \qquad \vec{F}_1 = q_3\vec{E}_1$$

$$|E_2| = |E_1| \qquad \cancel{k}\frac{q_2}{x^2} = \cancel{k}\frac{q_1}{(x_1-x)^2}$$

$$\frac{\overset{4}{\cancel{8}}\,\cancel{\mu C}}{x^2} = \frac{\overset{5}{\cancel{10}}\,\cancel{\mu C}}{(x_1-x)^2}$$

$$4(x_1-x)^2 = \underbrace{5x^2 = 4x_1^2 + 4x^2 - 8x_1x}$$

$$x^2 + 8xx_1 - 4x_1^2 = 0$$

$x_1 = 3$ (metri)

$$x^2 + 24x - 36 = 0$$

$a = 1 \qquad b = 24 \qquad c = -36$

$$ax^2 + bx + c = 0 \qquad x_\pm = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_\pm = \frac{-24 \pm \sqrt{24^2 + 4 \cdot 36}}{2} =$$

$4 \cdot 9$

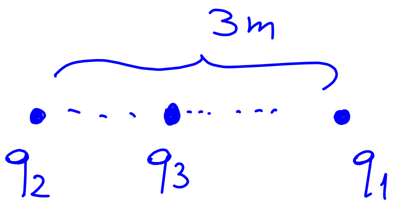
$24^2 = (6 \cdot 4)^2$

$$= \frac{-\overset{12}{\cancel{24}} \pm \overset{2}{\cancel{4}}\sqrt{36 + 9}}{\cancel{2}} =$$

$$= -12 \pm 2\sqrt{45}$$

$1.4\ m$ soluzione del problema

$-25.4\ m$ campi che si sommano invece che sottrarsi



RIEPILOGO

posizione $\vec{r}(t)$

velocità $\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt}$

accelerazione $\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$

particella ferma : $\vec{r}(t) \equiv \vec{r}_0 \qquad \vec{v}(t) \equiv 0 \qquad \vec{a} \equiv 0$

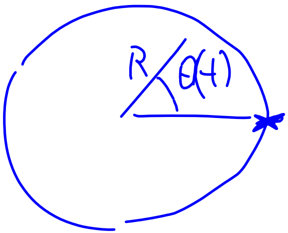
moto uniforme : $\vec{v}(t) \equiv \vec{v}_0 \qquad \vec{a} \equiv 0 \qquad \vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}\,t$

moto uniformemente accelerato : $\vec{a}(t) \equiv a_0 = \text{costante}$

$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a}_0\, t \qquad \vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + a_0 \frac{t^2}{2}$

moto circolare uniforme

$$\vec{r}(t) = R\left(\cos(\omega t+\theta_0),\ \operatorname{sen}(\omega t+\theta_0)\right)$$



$$\theta(t) = \omega t$$

$$|\vec{r}(t)| \equiv R$$

$$|\vec{v}(t)| = \omega R$$

$$\vec{a}(t) = -\omega^2\,\vec{r}(t)$$

$$\frac{d\,\operatorname{sen} x}{dx} = \cos x \qquad \frac{d\cos x}{dx} = -\operatorname{sen} x$$

$$\Rightarrow \frac{d^2\operatorname{sen} x}{dx^2} = -\operatorname{sen} x \qquad \frac{d^2\cos x}{dx^2} = -\cos x$$

$\vec{F} = m\vec{a}$

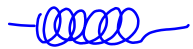
$\vec{F}$ = costante (es. $m\vec{g}$)

$\Rightarrow$ moto uniforme accelerato

$\vec{F} = 0 \Rightarrow$ moto uniforme

in una dimensione:

$F = -kx$ moto armonico



molla

$$\| $$

$$ma = m\frac{d^2x}{dt^2}$$

$$\boxed{\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x}$$

$$x(t)$$

$$x(t) = A\,\text{sen}(\omega t + \varphi)$$

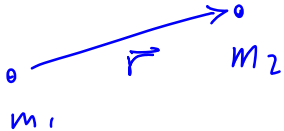
$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

$$\frac{d\,\text{sen}(\alpha x)}{dx} = \alpha\cos(\alpha x)$$

$$\frac{d^2\text{sen}(\alpha x)}{d\alpha^2} = -\alpha^2\text{sen}(\alpha x)$$

$$x(t) = A\,\mathrm{sen}(\omega t) + B\cos(\omega t)$$

Forza di gravità $$\vec{F} = -G\,\frac{m_1 m_2 \vec{r}}{r^3}$$



Forza coulombiana $$\vec{F} = k\,\frac{q_1 q_1 \vec{r}}{r^3}$$

Energia

cinetica $$K = \frac{m}{2}v^2$$

potenziale $U(x)$ (se c'è) $$F = -\frac{dU}{dx}$$

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Impulso $\vec{p} = m\vec{v}$ (conservazione dell'impulso in assenza di forze esterne)

Lavoro $\Delta L = F \Delta x$ Forza × spostamento

potenza $W = \dfrac{\Delta L}{\Delta t} = F \cdot v$

Energia totale $= K + U$ = energia cinetica + energia potenziale

Conservazione dell'energia

urto

ferma

prima

dopo

$v' = ?$ $\quad V = ?$

Sistema isolato

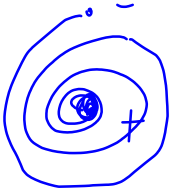
Nessuna forza esterna

Nessuna energia potenziale

Si conservano sia l'impulso che l'energia

$$p = \underbrace{mv + \cancel{M \cdot 0}}_{\text{prima}} = \underbrace{-mv' + MV}_{\text{dopo}}$$

$$v' = -v + \frac{M}{m}V$$



Atomo

$$v' = -v + \frac{M}{m} V$$

$$K = \frac{mv^2}{2} + \cancel{\frac{M\,0^2}{2}} = \frac{m v'^2}{2} + \frac{MV^2}{2}$$

prima dopo

$$\cancel{\frac{m}{2} v^2} = \frac{m}{2}\left(\cancel{v^2} + \frac{M^2}{m^2}V^2 - 2vV\frac{M}{m}\right) + \frac{MV^2}{2}$$

$$0 = \frac{M^2 V^{\cancel{2}}}{2m} - v\cancel{V}M + \frac{M}{2}V^{\cancel{2}}$$

$V = 0$ è il prima

$V \neq 0$ è il dopo

$$v\cancel{M} = \frac{V\cancel{M}}{2}\left(1+\frac{M}{m}\right)$$

$$\boxed{V = \frac{2v}{1+\frac{M}{m}}}$$

$$v' = -v + \frac{M}{m}V = -v + \frac{M}{m}\,\frac{2v}{1+\frac{M}{m}} =$$

$$= -v + \frac{2vM}{m+M} =$$

$$\boxed{v' = \frac{M-m}{M+m}\,v}$$

Palla contro il muro $\quad M \to \infty$

$V \to 0$

$v' \to v$

Fisica 5: Il diametro della luna è pari a 3500 km, mentre la distanza tra la terra e la luna è pari a 3.84×10^5 km.

1. Quale è il diametro dell'immagine formata da un telescopio di focale 2.10 m? (3,-1)
   d [cm] = $\boxed{1.91}$ A $\boxed{2.22}$ B $\boxed{1.91}$ C $\boxed{0.549}$ D $\boxed{1.04}$ E $\boxed{0.618}$

Compito n. 101

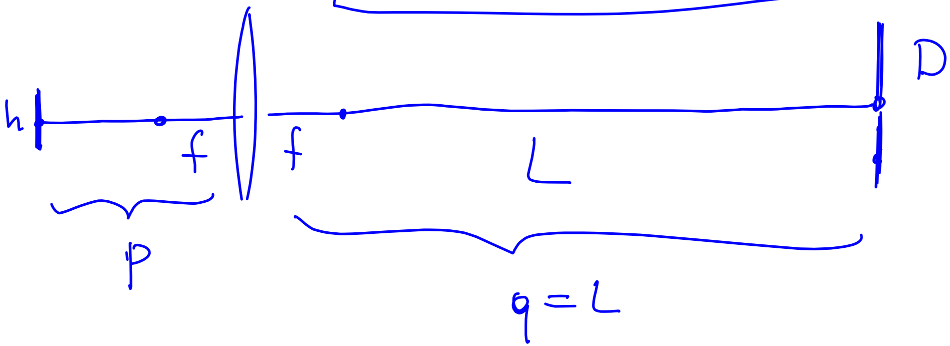
$d_{luna} = 3.5 \cdot 10^3 \text{ Km} = D$

$d_{terra-luna} = 3.84 \cdot 10^5 \text{ Km} = L$

$f = 2.1 \text{ m}$

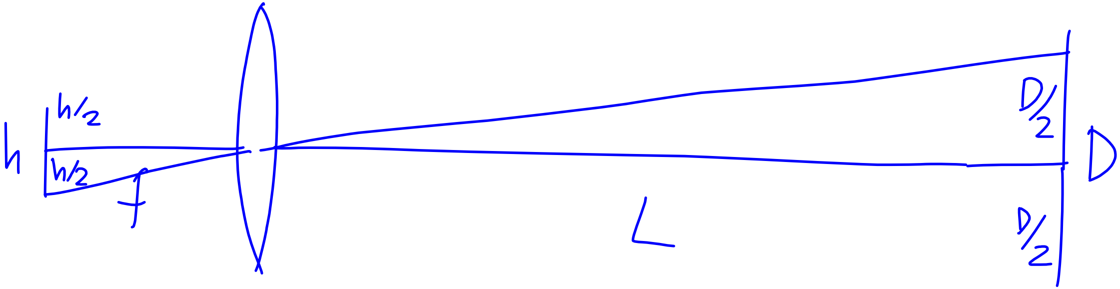
Lente:

$$\boxed{\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}}$$



$$\frac{1}{p} = \frac{1}{f} - \frac{1}{L} = \frac{1}{f} - \frac{1}{\infty} = \frac{1}{f}$$

$$\underline{p = f}$$



$$\frac{h}{\cancel{2}} : f = \frac{D}{\cancel{2}} : L \qquad h = \frac{D}{L} f =$$

$$= \frac{3.5 \cdot \cancel{10}^{\cancel{3}}\ \cancel{km}}{3.84 \cdot 10^{\cancel{5}\,2}\ \cancel{km}}\ 2.1 \text{ m} = 1.91 \text{ cm}$$

Fisica 2: Un turista sbadato lascia cadere dalla Torre di Pisa una borsa con la sua macchina fotografica. La borsa cade per 55 m prima di toccare terra, e ha una massa di 4.10 kg.

1. Quale è il lavoro compiuto dalla forza di gravità, tra il momento in cui la borsa inizia a cadere e il momento in cui tocca terra? (5,-1)
   L [J] = $\boxed{2255}$ A $\boxed{4800}$ B $\boxed{2250}$ C $\boxed{5180}$ D $\boxed{484}$ E $\boxed{2440}$
2. Se la borsa arriva a terra con una velocità di 25.0 m/s, quanto vale, in media, la forza esercitata dalla resistenza dell'aria? Si supponga, per valutarla, che la forza esercitata sia costante. (5,-1)
   F [N] = $\boxed{17.7}$ A $\boxed{10.7}$ B $\boxed{37.2}$ C $\boxed{17.7}$ D $\boxed{58.4}$ E $\boxed{31.8}$

$h = 55\ m \qquad m = 4.1\ kg \qquad g = 10\ m/s^2$

$$\text{Lavoro} = mgh = 4.1 \cdot 10 \cdot 55 = 2255\ J$$

$$\cancel{K} = \frac{m}{2} V_{teorica}^2 = 2255\ J = K_{teorica}$$

$$K_{reale} = \frac{m}{2}(25)^2 = 1281\ J$$

differenza: $973.75\ J = F_{Attrito} \cdot \underset{\text{spostamento}}{55\ m}$

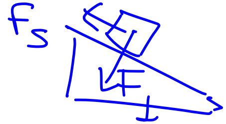
$$F_{Attrito} = 17.7\ N$$

$$V_{teorica} = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 55} = 33.2\ \frac{m}{s}$$

attrito statico

" dinamico

" viscoso



$$|F_s| = \mu_s |F_\perp|$$

$$|F_d| = \mu_d |F_\perp|$$

$$\vec{F}_v = -\gamma \vec{v}$$ si oppone alla velocità

r

$$\gamma = 6\pi\eta r$$ η = viscosità

velocità di sedimentazione v_s m

peso: mg

spinta Archimede: S

$$mg - S = \gamma v_s$$

$$v_s = \frac{mg - S}{6\pi\eta r}$$

Gas perfetti $\boxed{pV = nRT}$

pressione $\frac{F}{A} = \frac{\text{forza}}{\text{superficie}}$

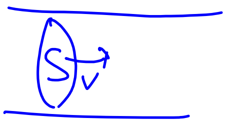
T = temperatura

V = volume

Fluidi : portata $Q = Sv$

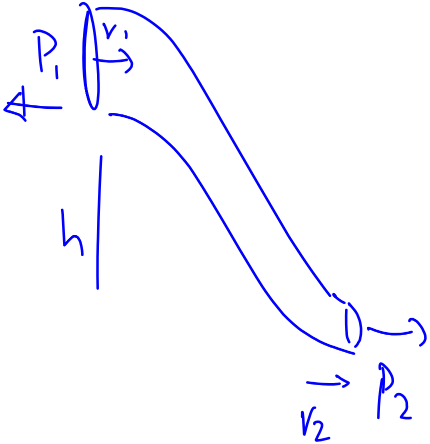
S area sezione condotto

v = velocità del fluido



Legge di continuità : si conserva la portata se il fluido è incomprimibile

Legge di Bernoulli



ρ = densità

$$p + \frac{\rho}{2} v^2 + \rho g h \quad \text{si conserva}$$

$$p_1 + \rho \frac{v_1^2}{2} + \rho g h_1 = p_2 + \rho \frac{v_2^2}{2} + \rho g h_2$$

Primo principio della termodinamica

E_{int}

$$\delta E_{int} = \delta Q + \delta L$$

δQ: calore fornito dall'esterno

δL: lavoro fatto sul sistema

$$\delta L = -p\,\delta V$$

Fisica 1: Abbiamo a disposizione un argano per sollevare un carico di mangime al primo piano di un magazzino. Vogliamo capire se l'argano riesce a portare su tutto il mangime in una sola volta, o se siano necessari diversi cicli di lavoro.

1. Sapendo che il dislivello da far superare al carico è pari a 5.00 m, che l'argano ha una potenza di 360 W, e che impiega 9.0 secondi per far salire il carico, quale è la massa massima che possiamo spostare per ogni ciclo di lavoro fatto dall'argano? (5,-1)
   m [kg] = 64.8 A 239 B 64.8 C 23.9 D 546 E 21.6

Fisica 6: Si osserva che un secchio di massa 12.0 kg, sorretto da una fune, a un dato istante si sta muovendo verso il basso con una velocità di 4.00 m/s, e ha una accelerazione, diretta verso l'alto, di 4.80 $\mathrm{m/s^2}$. È presente la gravità.

1. Quanto vale la tensione nella fune nello stesso istante? (3,-1)
   T [N] = 178 A 178 B 2500 C 57.6 D 62.4 E 151

Compito n. 101

Fisica 2: Con una differenza di pressione di 50 cm H_2O ai capi di un tubo lungo 100 cm e di raggio 1 mm si produce un flusso di 2 $\mathrm{cm^3/s}$. Per ottenere un flusso di 10 $\mathrm{cm^3/s}$ lasciando invariati gli altri parametri, occorre una differenza di pressione: (3,-1)
□ 10 cm H_2O □ 100 cm H_2O □ 250 cm H_2O □ 500 cm H_2O □ 1000 cm H_2O

Fisica 2: Una muta di cani tira una slitta, alla velocità di 2 m/s, per 1300 m e compie un lavoro di 0.25 MJ. Si sa che la slitta ha una massa di 200 kg.

1. Che forza applicano i cani alla slitta? (3,-1)
   F [N] = 192 A 77.4 B 677 C 2000 D 192 E 400