LEZ. LUN. 11/11/19 8.30 → 9.30 spostata

a GIO 14/11/19 8.30 → 9.30 aula magna

Borsa, Lascialfari, Principi di Fisica

Giancoli, Fisica con fisica moderna

Fisica classica ... deterministica

cinematica il movimento

dinamica le cause del movimento

fluidi

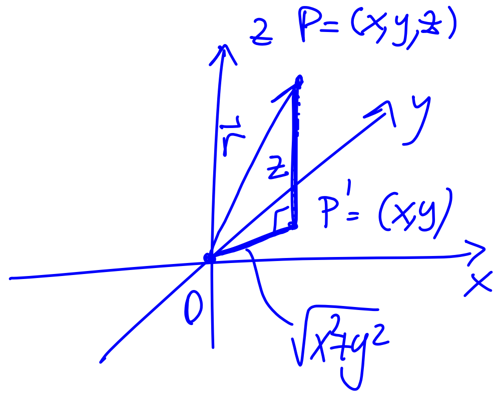
termodinamica (temperatura, calore, statistica)

onde (luce, ottica, acustica)

gravità, elettromagnetismo

atomo : 10^{-8} cm

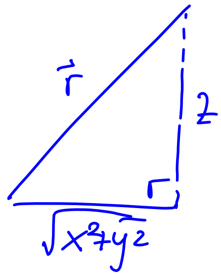
localizzare punti nello spazio



(x, y, z) vettore riga

$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ vettore colonna

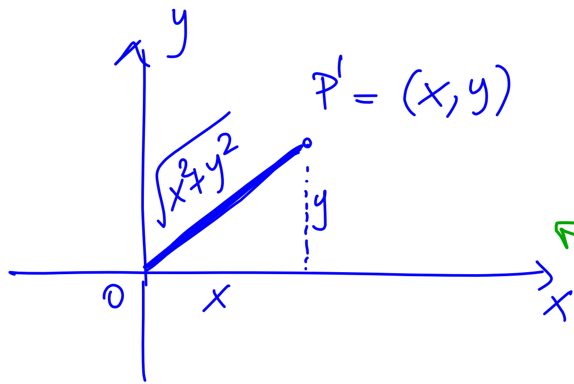
$\vec{r} = (x, y, z)$

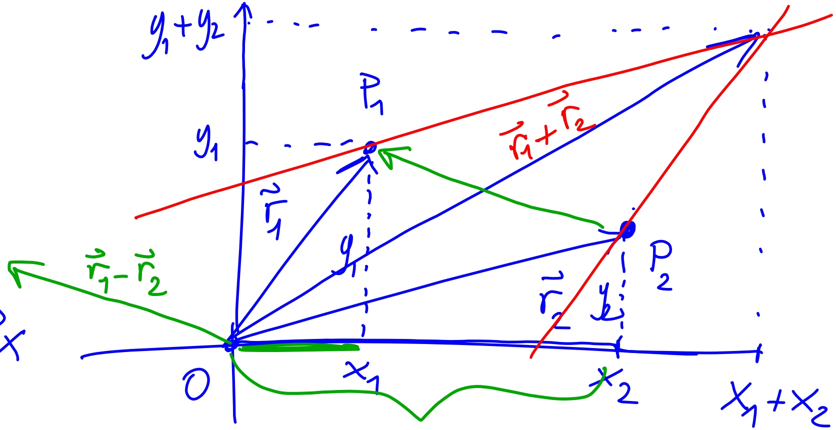


modulo del vettore = lunghezza di $\vec{r}$ =

$= \sqrt{x^2+y^2+z^2}$ = distanza tra O e $\vec{r}$

o valore assoluto





$$\vec{r}_1 = (x_1, y_1, z_1) \qquad \vec{r}_2 = (x_2, y_2, z_2)$$

$$\vec{r}_1 + \vec{r}_2 = (x_1 + x_2, y_1 + y_2, z_1 + z_2)$$

$$\vec{r}_1 - \vec{r}_2 = (x_1 - x_2, y_1 - y_2, z_1 - z_2)$$

Attenzione alle notazioni dei testi. Si può trovare anche
$\vec{r} = (x_1, x_2, x_3)$

Spazio tempo : $(t, x, y, z) \dashrightarrow (x_0, x_1, x_2, x_3)$

$\vec{A} = (A_x, A_y, A_z)$ $\qquad$ $\vec{B} = (B_x, B_y, B_z)$

prodotto scalare tra due vettori $\rightarrow$ trasposta (= scambio di righe con colonne)

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = (A_x, A_y, A_z) \cdot (B_x, B_y, B_z)^t$$

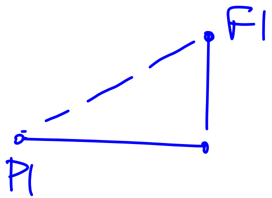
$$= \begin{pmatrix} A_x & A_y & A_z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

Esempio: $\quad \vec{r} = (x, y, z)$

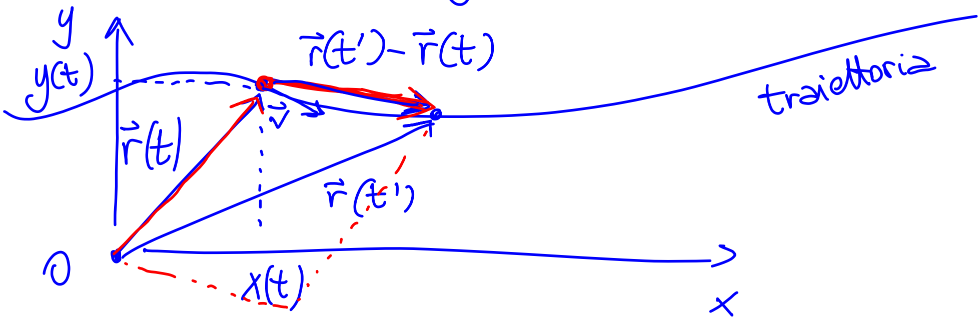
$$\vec{r} \cdot \vec{r} = \begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = x^2 + y^2 + z^2$$

lunghezza del vettore al quadrato

$$|\vec{r}| = \sqrt{\vec{r} \cdot \vec{r}}$$



$$\vec{r}(t) = (x(t), y(t), z(t))$$



la velocità è un vettore

$$\vec{r}(t) + (\vec{r}(t') - \vec{r}(t)) = \vec{r}(t')$$

$$\text{velocità media} = \frac{\vec{r}(t') - \vec{r}(t)}{t' - t} =$$

$$= \left(\frac{x(t') - x(t)}{t' - t}, \frac{y(t') - y(t)}{t' - t}, \frac{z(t') - z(t)}{t' - t} \right)$$

$t' = t + \delta \qquad t' - t = \delta$

$f(x)$ derivata $f'(x)$ $\dfrac{df(x)}{dx}$

$$\lim_{\delta \to 0} \left(\frac{x(t+\delta) - x(t)}{\delta}, \frac{y(t+\delta) - y(t)}{\delta}, \frac{z(t+\delta) - z(t)}{\delta} \right) =$$

$$= \left(\dot{x}(t), \dot{y}(t), \dot{z}(t) \right) =$$

$$= \left(\frac{dx(t)}{dt}, \frac{dy(t)}{dt}, \frac{dz(t)}{dt} \right) = \left(v_x(t), v_y(t), v_z(t) \right) =$$

$$= \vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = \dot{\vec{r}}(t)$$

Unità di misura

	sistema internazionale → SI MKS	CGS
lunghezza	m	cm
massa	Kg	gr
tempo	s	s

Grandezze fondamentali:

1m = 100 cm   1 Kg = 1000 gr   1 Km = 1000 m

Tutte le altre grandezze sono derivate da queste

Es.: velocità $\frac{\text{lunghezza}}{\text{tempo}}$ MKS $\frac{m}{s}$ CGS $\frac{cm}{s}$

Es.: $V = 60 \frac{km}{ora} = 60 \frac{1000\ m}{60 \text{ minuti}} = \cancel{60} \cdot \frac{\overset{50}{\cancel{1000}}\ m}{\cancel{60} \cdot \underset{3}{\cancel{60}}\ s} = \simeq 17 \frac{m}{s}$

$$90\ \frac{Km}{ora} = \cancel{90}^{\,1\,\cancel{3}} \cdot \frac{100\cancel{0}\ m}{\cancel{60}_{2} \cdot \cancel{60}_{2}\ s} = 25\ \frac{m}{s}$$

$$\vec{v}(t) = \dot{\vec{r}}(t) = \left(\dot{x}(t),\ \dot{y}(t),\ \dot{z}(t)\right) = \left(v_x(t), v_y(t), v_z(t)\right)$$

accelerazione = variazione della velocità nell'unità di tempo

$$\vec{a}(t) = \dot{\vec{v}}(t) = \left(\dot{v}_x(t),\ \dot{v}_y(t),\ \dot{v}_z(t)\right) = \left(\ddot{x}(t), \ddot{y}(t), \ddot{z}(t)\right) = \ddot{\vec{r}}(t)$$

accelerazione istantanea

	MKS	CGS
unità di misura dell'accelerazione :	$\frac{m}{s^2}$	$\frac{cm}{s^2}$

Cinematica. Tipi di moto

1) $\vec{v}(t) = \vec{0} = (\dot{x}(t), \dot{y}(t), \dot{z}(t)) = (0, 0, 0)$

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = 0 \\ \dot{y}(t) = 0 \\ \dot{z}(t) = 0 \end{cases} \qquad \begin{aligned} x(t) &= C_x \\ y(t) &= C_y \\ z(t) &= C_z \end{aligned}$$

$\vec{r}(t) = (C_x, C_y, C_z) =$

$= \text{cost.} = \vec{C}$

<u>siete fermi</u>

2) $\vec{v}(t) = \vec{u} = \text{costante} = (u_x, u_y, u_z) \qquad \vec{C} = (C_x, C_y, C_z)$

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = u_x = \text{cost.} \\ \dot{y}(t) = u_y = \text{cost.} \\ \dot{z}(t) = u_z = \text{cost.} \end{cases} \qquad \begin{cases} x(t) = u_x t + C_x \\ y(t) = u_y t + C_y \\ z(t) = u_z t + C_z \end{cases}$$

$f'(x) = a \Rightarrow f(x) = ax + C \qquad \boxed{\vec{r}(t) = \vec{u}\, t + \vec{C}}$

$$\vec{u}\,t + \vec{c} = (u_x, u_y, u_z)\,t + (c_x, c_y, c_z)$$

$$= (u_x t, u_y t, u_z t) + (c_x, c_y, c_z) =$$

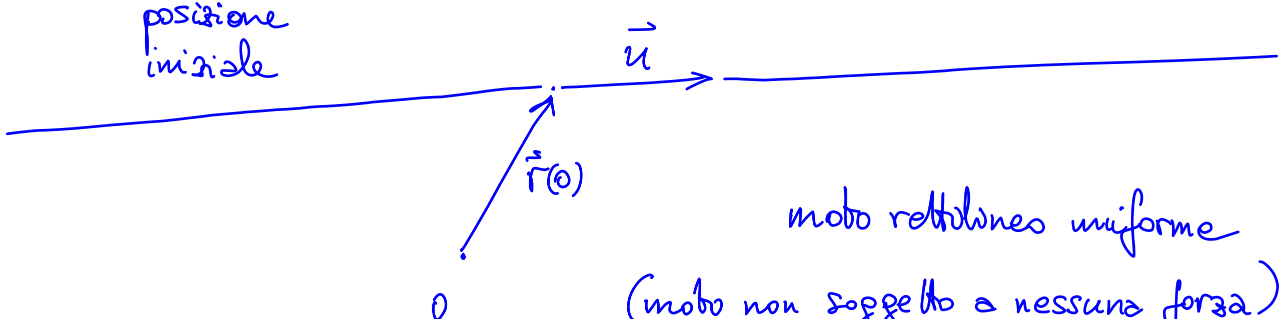
$$= (u_x t + c_x,\ u_y t + c_y,\ u_z t + c_z) =$$

$$= (x(t),\ y(t),\ z(t)) = \vec{r}(t)$$

$$\vec{r}(t) = \vec{u}\,t + \vec{c} \qquad\qquad \vec{r}(t) = \vec{r}(0) + \vec{u}\cdot t$$

equazione di una retta
in 3 dimensioni

$$t = 0: \quad \vec{r}(0) = \vec{c} = \vec{r}_0$$



moto rettilineo uniforme

(moto non soggetto a nessuna forza)

3) $\vec{a} = \text{costante} = (a_x, a_y, a_z)$ caduta dei gravi

$= (\dot{v}_x(t), \dot{v}_y(t), \dot{v}_z(t))$

$$\begin{cases} \dot{v}_x(t) = a_x \\ \dot{v}_y(t) = a_y \\ \dot{v}_z(t) = a_z \end{cases} \qquad \begin{cases} V_x(t) = a_x \cdot t + c_x = \dot{x}(t) \\ V_y(t) = a_y \cdot t + c_y = \dot{y}(t) \\ V_z(t) = a_z t + c_z = \dot{z}(t) \end{cases}$$

$V_x(t) = a_x t + c_x \qquad V_x(0) = c_x$

$\vec{v}(t) = \vec{a} t + \vec{c} = \vec{a} \cdot t + \vec{v}(0)$

$f'(x) = ax + c$

$f(x) = \dfrac{ax^2}{2} + cx + d$

$x(t) = a_x \dfrac{t^2}{2} + c_x t + d_x$

$$\begin{cases} x(t) = a_x \dfrac{t^2}{2} + c_x t + d_x \\ y(t) = a_y \dfrac{t^2}{2} + c_y t + d_y \\ z(t) = a_z \dfrac{t^2}{2} + c_z t + d_z \end{cases}$$

$\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$

$\vec{c} = (c_x, c_y, c_z)$

$\vec{d} = (d_x, d_y, d_z)$

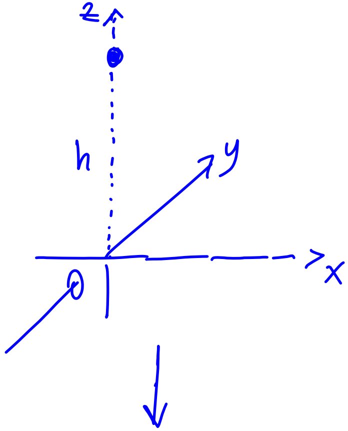
$$\vec{r}(t) = \frac{t^2}{2}\vec{a} + t\,\vec{c} + \vec{d}$$

naturalmente moto uniformemente accelerato

$\vec{v}(t) = t\,\vec{a} + \vec{c}$ $\qquad \vec{c} = \vec{V}(0) = \vec{v}_0$ velocità iniziale

$t = 0$: $\vec{r}(0) = \vec{d} = \vec{r}_0$ posizione iniziale

$$\vec{r}(t) = \frac{t^2}{2}\vec{a} + t\,\vec{v}_0 + \vec{r}_0$$



grave che cade ~~da fermo~~ $\longrightarrow \vec{v}_0 = 0$

da un'altezza h

$$\vec{r}_0 = (0, 0, h)$$

La legge dei gravi dice che l'accelerazione di un grave è costante, rivolta verso il basso e in valore assoluto uguale a $g = 9{,}81 \frac{m}{s^2} \simeq 10 \frac{m}{s^2}$

$$\vec{a} = (0, 0, -g)$$

$$\vec{r}(t) = \frac{t^2}{2}\vec{a} + t\vec{v}_0 + \vec{r}_0 = \frac{t^2}{2}(0, 0, -g) + (0, 0, h) =$$

$$= \left(0,\ 0,\ -g\frac{t^2}{2} + h\right)$$

$x(t) = y(t) = 0$

$z(t) = -g\frac{t^2}{2} + h$

$$z(t) = -\frac{g}{2}t^2 + h \qquad g = 10\,\frac{m}{s^2}$$

Se $h = 20\,m$ dopo quanto tempo il corpo arriva a terra?

$$z(t) = 0 = -\frac{g}{2}t^2 + h \qquad \frac{g}{2}t^2 = h \qquad gt^2 = 2h$$

$$t^2 = \frac{2h}{g} \qquad t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2\cdot 2\cancel{0}\,\cancel{m}}{1\cancel{0}\,\frac{\cancel{m}}{s^2}}} = \sqrt{4\,s^2} = 2\,s$$

Con quale velocità si schianta?

$$\vec{v}(t) = (0, 0, -gt) \qquad a\ t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \qquad \dot{z}(t) = -g\sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$\dot{z}(t) = -g\sqrt{\frac{2h}{g}} = -\sqrt{g^{\cancel{2}}\frac{2h}{\cancel{g}}} = -\sqrt{2gh}$$

$$|\dot{z}(t)| = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 10\,\frac{m}{s^2} \cdot 20\,m} = 20\sqrt{\frac{m^2}{s^2}} = 20\,\frac{m}{s}$$

$$= 20\,\frac{m}{s} = 2\cancel{0}\,\frac{km}{1\cancel{000}}\,\frac{36\cancel{00}}{ora} = 72\,\frac{km}{ora}$$

$$ora = 3600\,s \qquad \frac{3600}{ora} = \frac{1}{s}$$

Moto di un proiettile $\vec{a} = (0, 0, -g)$

$$\vec{r}(t) = \frac{t^2}{2}\vec{a} + t\vec{v}_0 + \vec{r}_0 = \left(0, 0, -\frac{gt^2}{2}\right) +$$

$$+ (t u_x, t u_y, t u_z) + (x_0, y_0, z_0) =$$

$$= \left(t u_x + x_0,\ t u_y + y_0,\ -g\frac{t^2}{2} + t u_z + z_0 \right)$$

Supponiamo $\vec{r}_0 = 0 = (x_0, y_0, z_0)$ $\quad u_y = 0$

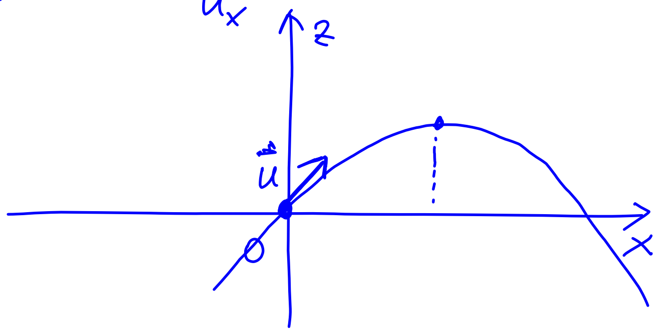
$$\vec{r}(t) = \left(t u_x,\ 0,\ -g\frac{t^2}{2} + t u_z \right)$$

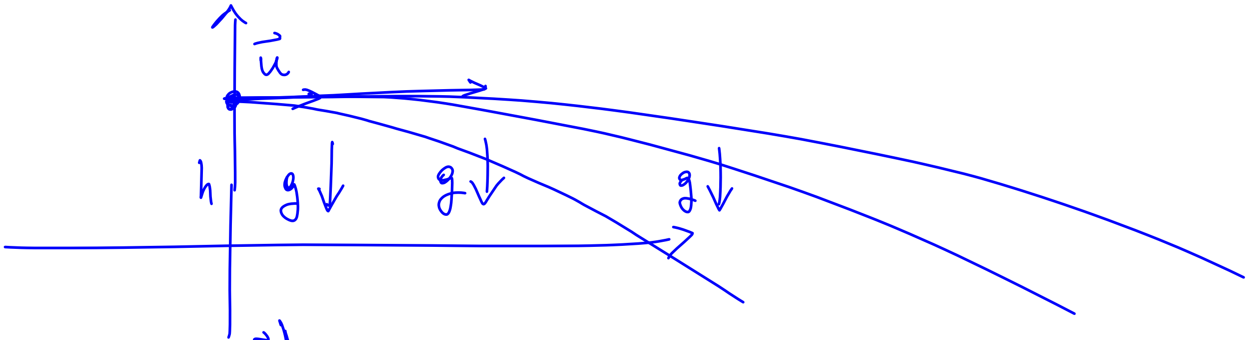
$$x(t) = t u_x \qquad z(x) = ?$$

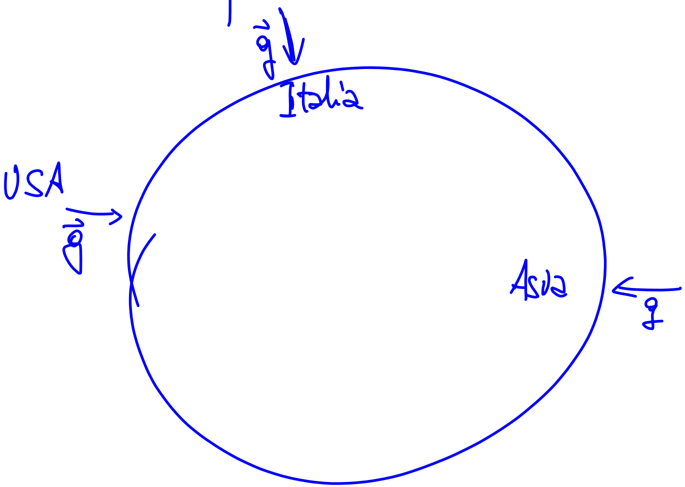
$$z(t) = -\frac{g}{2} t^2 + t u_z$$

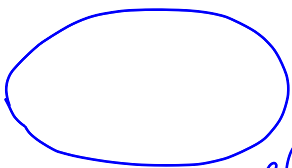
$$t = \frac{x}{u_x} \qquad z(x) = -\frac{g}{2}\left(\frac{x}{u_x}\right)^2 + u_z \frac{x}{u_x} =$$

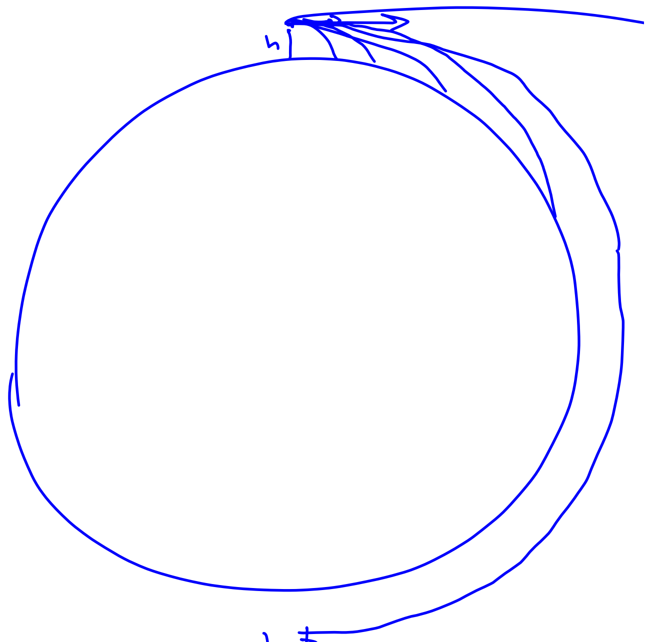
$$= -\underbrace{\frac{g}{2u_x^2}}_{\text{cost.}} x^2 + \underbrace{\frac{u_z}{u_x}}_{\text{cost.}} x$$



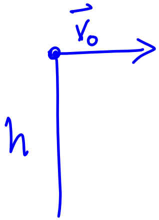





ellisse



orbita



da altezza h ($\vec{r}_0 = (0,0,h)$)

con velocità iniziale $\vec{v}_0 = (u_x, 0, 0)$

$\vec{a} = (0, 0, -g)$

$$\vec{r}(t) = \frac{t^2}{2}\vec{a} + t\,\vec{v}_0 + \vec{r}_0 =$$

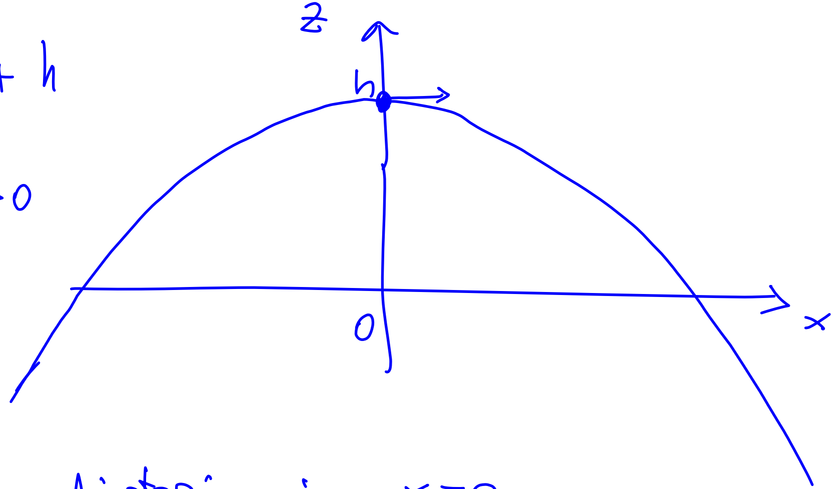
$$= \frac{t^2}{2}(0,0,-g) + t\,(u_x, 0, 0) + (0,0,h) =$$

$$= \left(t u_x,\ 0,\ -g\frac{t^2}{2} + h\right)$$

$x(t) = t\,u_x \qquad y(t) = 0 \qquad t = \dfrac{x}{u_x}$

$$z(t) = -\frac{g}{2}t^2 + h = -\frac{g}{2}\left(\frac{x}{u_x}\right)^2 + h = -\frac{g}{2u_x^2}x^2 + h$$

$$z(x) = -\frac{g}{2u_x^2}\,x^2 + h$$



$$z(0) = h$$

$g>0 \quad h>0$

$u_x>0$

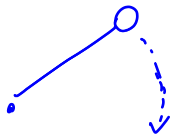
$$\lim_{x\to\pm\infty} z(x) = -\infty$$

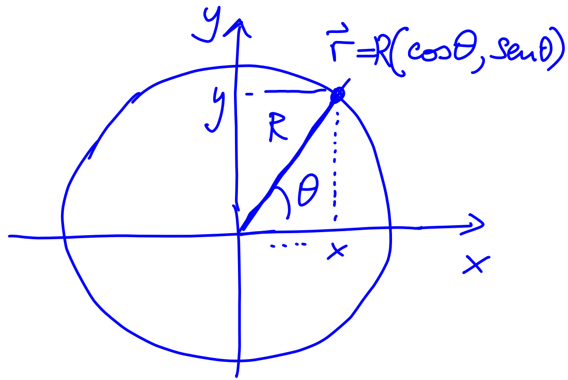
$$z'(x) = -\frac{g}{u_x^2}\,x$$

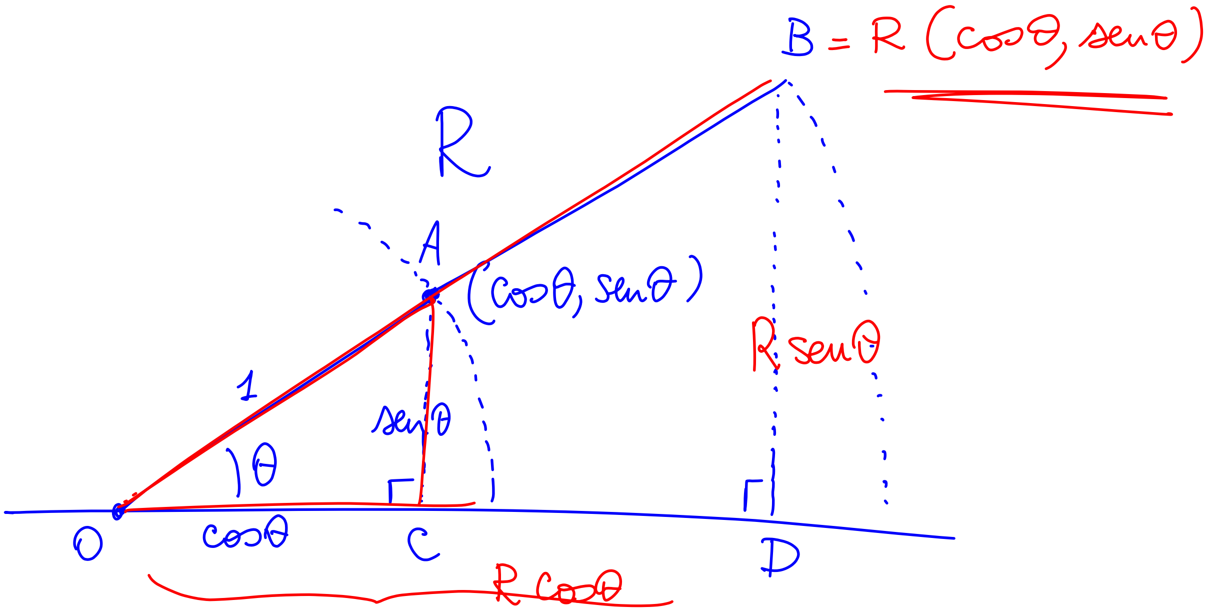
punti stazionari: $x=0$

cresce per $x<0$

Moto circolare







Proporzione :

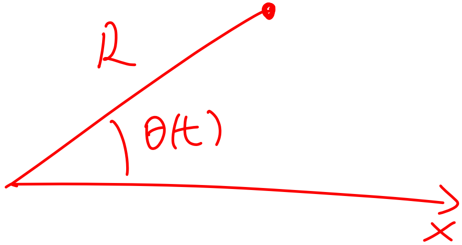
$$\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{BD}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{OD}}{\overline{OC}} =$$

$$\frac{R}{1} = \frac{\overline{BD}}{\operatorname{sen}\theta} = \frac{\overline{OD}}{\cos\theta}$$

$\overline{BD} = R \operatorname{sen} \theta$

$\overline{OD} = R \cos \theta$

Moto circolare : $(x, y) = R\left(\cos\theta(t), \operatorname{sen}\theta(t)\right)$



velocità angolare: $\dot{\theta}(t)$

Moto circolare uniforme : la velocità angolare è costante $\dot{\theta}(t) = \text{cost.} = \omega$

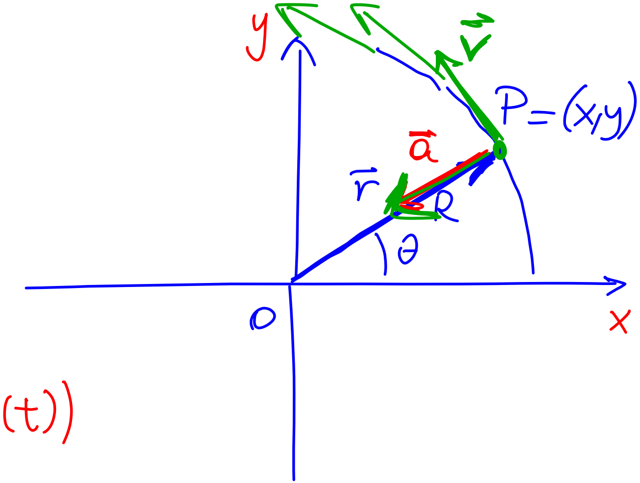
$\Rightarrow \quad \theta(t) = \omega t + C \qquad \theta(0) = C = \theta_0$

$\theta(t) = \omega t + \theta_0$ angolo iniziale

$$\left(x(t), y(t)\right) = R\left(\cos(\omega t + \theta_0), \operatorname{sen}(\omega t + \theta_0)\right)$$

$$x(t) = R\cos(\omega t + \theta_0)$$

$$y(t) = R\,\mathrm{sen}(\omega t + \theta_0)$$



$$\vec r(t) = (x(t), y(t))$$

velocità $\qquad \vec v(t) = (v_x(t), v_y(t))$

$$\dot x(t) = -R\,\mathrm{sen}(\omega t + \theta_0)\cdot\omega = -R\omega\,\mathrm{sen}(\omega t + \theta_0) = v_x(t)$$

$$\dot y(t) = R\cos(\omega t + \theta_0)\cdot\omega = R\omega\cos(\omega t + \theta_0) = v_y(t)$$

accelerazione $\qquad \underbrace{\vec a(t) = (\ddot x(t), \ddot y(t)) = -\omega^2\vec r(t)}$

$$\dot v_x(t) = -R\omega^2\cos(\omega t + \theta_0) = \ddot x(t) = -\omega^2 x(t)$$

$$\dot v_y(t) = -R\omega^2\,\mathrm{sen}(\omega t + \theta_0) = \ddot y(t) = -\omega^2 y(t)$$

$$|\vec{r}| = \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{R^2\cos^2(\omega t+\theta_0) + R^2\operatorname{sen}^2(\omega t+\theta_0)} =$$

$$\operatorname{sen}^2(x) = (\operatorname{sen}(x))^2$$

$$= R\sqrt{\cos^2(\omega t+\theta_0) + \operatorname{sen}^2(\omega t+\theta_0)} = R$$

$$|\vec{v}(t)| = \sqrt{v_x(t)^2 + v_y(t)^2} = \sqrt{R^2\omega^2\operatorname{sen}^2(\omega t+\theta_0) + R^2\omega^2\cos^2(\omega t+\theta_0)} =$$

$$-R\omega\operatorname{sen}(\omega t+\theta_0) = v_x(t)$$

$$R\omega\cos(\omega t+\theta_0) = v_y(t)$$

$$= R\omega\sqrt{\operatorname{sen}^2(\omega t+\theta_0) + \cos^2(\omega t+\theta_0)} =$$

$$= R\omega = v \qquad \omega = \frac{v}{R}$$

$$|\vec{a}(t)| = |-\omega^2\vec{r}(t)| = \omega^2|\vec{r}(t)| = \omega^2 R$$

$$\equiv$$

$$a = \omega^2 R = \frac{v^2}{R^{\cancel{2}}}\cancel{R} = \frac{v^2}{R}$$

accelerazione centrifuga

Dinamica $\vec{F} = m\vec{a}$

$\vec{a}$ = accelerazione

m = massa

forza "causa del moto"

legge di Newton

Peso : mg forza peso

unità di misura della forza : Newton (MKS)

$1\,N = 1\,kg \cdot \frac{m}{s^2}$ $1\,N = 1\,\frac{kg \cdot m}{s^2}$

$F = ma$

Se pesate $60\,kg = m$ $P = mg = 60\,kg \cdot 10\,\frac{m}{s^2} =$

$= 600\,\frac{kg \cdot m}{s^2} = 600\,N$

$\vec{F} = m\vec{a}$ $\qquad$ $\vec{a} = \ddot{\vec{r}}(t)$ $\qquad$ l'incognita è $\vec{r}(t)$

dinamica

Es: moto uniformemente accelerato : $\vec{a}$ = costante

$\vec{F} = m\vec{a}$ = costante

$\vec{P} = m\vec{g}$ $\qquad$ $\vec{g} = (0, 0, -g)$

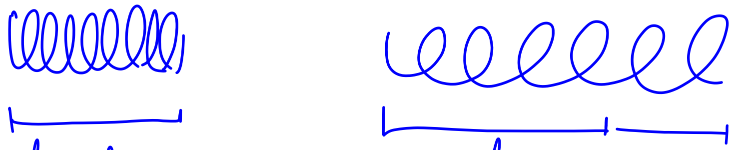
moto uniforme (rettilineo): $\vec{v}(t)$ = costante

$\vec{a}(t) = 0$ $\qquad$ $\vec{F} = 0$ $\qquad$ moto <u>non</u> soggetto a forze

moto circolare uniforme: $\vec{a}(t) = -\omega^2 \vec{r}(t)$

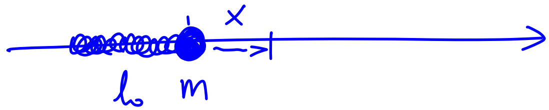
$\vec{F} = m\vec{a} = -m\omega^2 \vec{r}(t)$

Molla



l_0 = lunghezza a riposo $\qquad l_0 \qquad x$ spostamento

$F = -kx \qquad k$ costante elastica



$$ma = -kx \qquad a = \ddot{x}$$

$$m\ddot{x}(t) = -kx(t) \qquad \boxed{\ddot{x}(t) = -\frac{k}{m}x(t)}$$

$$f(x) = \text{sen}(x) \qquad f'(x) = \cos(x) \qquad f''(x) = -\text{sen}(x)$$

$$f'''(x) = -\cos(x) \qquad f^{IV}(x) = +\text{sen}(x) = f(x)$$

Chiamiamo $\dfrac{k}{m} = \omega^2 \qquad \omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$

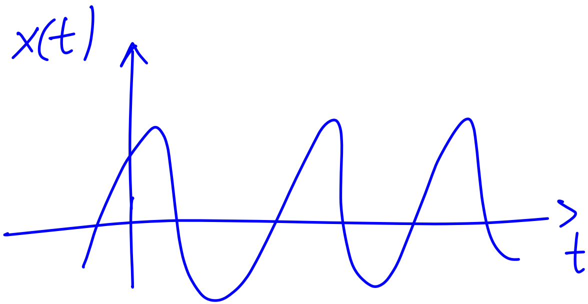
$x(t) = R\cos(\omega t + \theta_0)$ è la soluzione più generale

risolve $\ddot{x}(t) = -\frac{k}{m}\,x(t)$ dove $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

equazione differenziale del second' ordine

R e θ_0 sono due costanti arbitrarie

R e θ_0 sono determinate dalle condizioni iniziali



$\dot{x}(t) = -\omega R \,\mathrm{sen}(\omega t + \theta_0)$

$\omega =$ "frequenza" pulsazione delle oscillazioni

$x(0) = R\cos\theta_0$ posizione iniziale

$\dot{x}(0) = -\omega R \,\mathrm{sen}\,\theta_0$

$$R\cos(\omega t+\theta_0)$$

$$\cos(\alpha) = \cos(\alpha + 2\pi)$$

due tempi t_1 e t_2 tali che

$$\omega(t_1 - t_2) = 2\pi$$

$$\omega t_1 + \cancel{\theta_0} = \omega t_2 + \cancel{\theta_0} + 2\pi$$

descrivono la molla nella stessa posizione

cioè la molla ritorna nella stessa posizione

dopo un tempo $t_1 - t_2 = \frac{2\pi}{\omega} = T$ periodo dell'oscillazione

Si chiama frequenza $\frac{1}{T} = \nu = f = \frac{\omega}{2\pi}$

frequenza = # di oscillazioni al secondo

Se $T = \frac{1}{10}\,s$ = 1 decimo di secondo

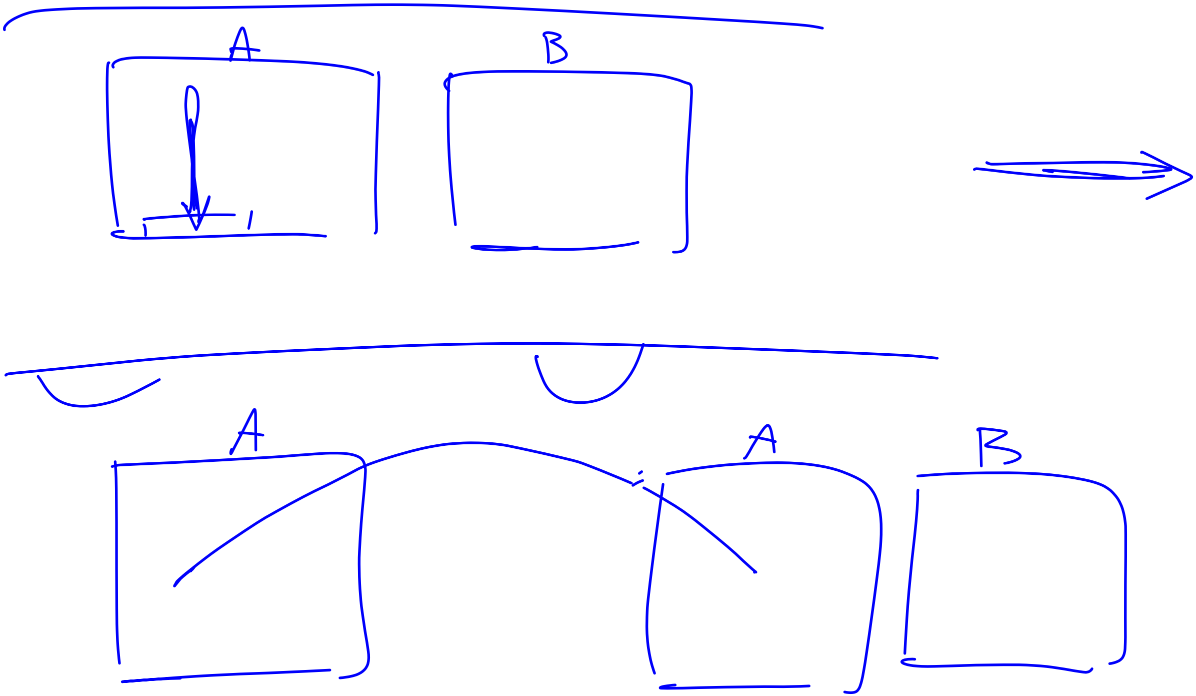
fa $\frac{1}{T}$ oscillazioni al secondo (10) unità di misura della frequenza

$$f = \frac{1}{T} \qquad \frac{1}{s} = \text{Hertz}$$

Leggi della dinamica

Primo principio: un corpo persevera in quiete o in moto rettilineo uniforme finché non agiscono su di esso forze esterne

Relatività galileiana: non è possibile fare un esperimento fisico che distingua il moto rettilineo uniforme dalla quiete. Cioè non esiste un sistema di riferimento assoluto in quiete. Si può solo parlare di moto uniforme o quiete in senso relativo



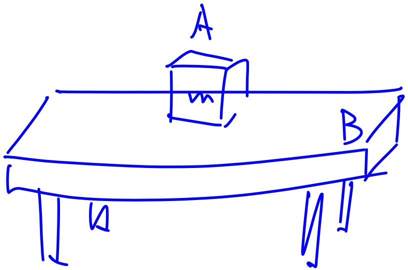
Secondo principio: l'accelerazione à subita da un corpo è proporzionale alla forza totale che agisce su di esso è inversamente proporzionale alla sua massa

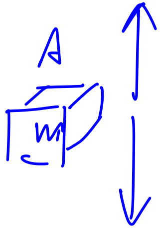
$$m\vec{a} = \sum_{i=1,2,3\ldots} \vec{F}_i = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \ldots$$

Somma su i

$$\vec{a} = \frac{1}{m}\sum_i \vec{F}_i$$

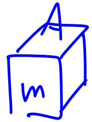
Terzo principio (azione e reazione): se un corpo A esercita una forza $\vec{F}$ su un corpo B, B esercita una forza $-\vec{F}$ su A





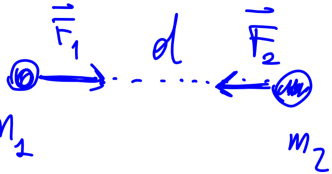
$$\vec{R} = -m\vec{g}$$

$$\vec{P} = m\vec{g}$$

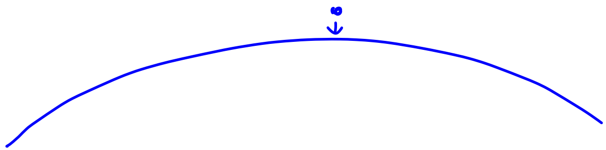
Su 

agisce la forza totale $\vec{R} + \vec{P} = 0$

Forza di gravità



$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$



Due corpi puntiformi di masse m_1 e m_2 sentono una forza attrattiva proporzionale alle masse e inversamente proporzionale al quadrato della distanza

$$|\vec{F}_G| = G\frac{m_1 m_2}{d^2}$$

G = costante di Newton

$$G = \frac{|\vec{F}_G|}{m_1 m_2} d^2$$

$$1\ N = Kg\ \frac{m}{s^2}$$

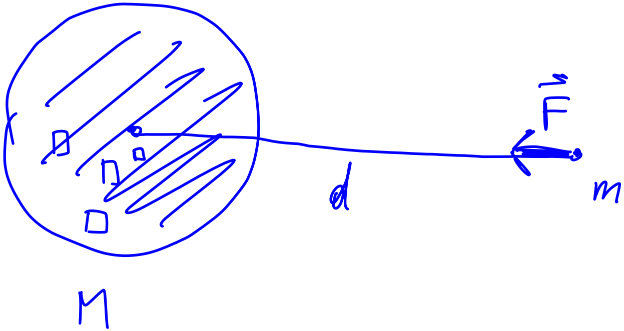
$$F = m a$$

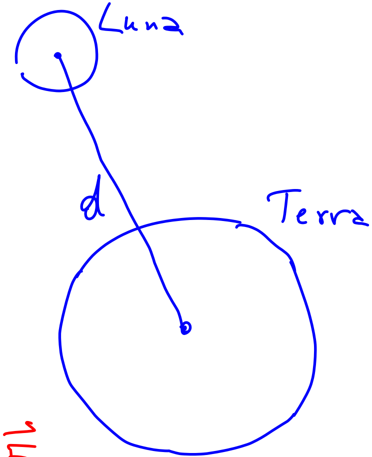
$$G = 6.67 \cdot 10^{-11}\ \frac{N}{Kg^2} m^2 =$$

$$= 6.67 \cdot 10^{-11}\ \frac{\cancel{Kg}\ m}{Kg^{\cancel{2}} \cdot s^2}\ m^2 = 6.67 \cdot 10^{-11}\ \frac{m^3}{Kg \cdot s^2}$$

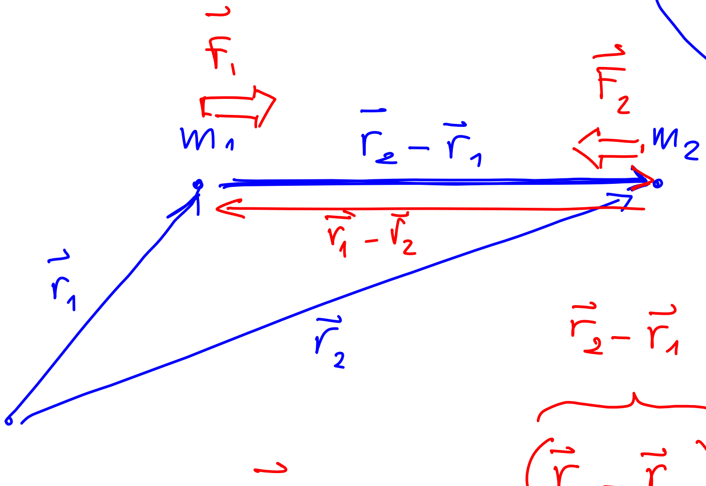
$$10^{-11} = \frac{1}{10^{11}} = \frac{1}{100 \text{ miliardi}}$$

Vale anche per corpi sferici con distribuzione di massa uniforme al loro interno





Come vettore



$\vec F_1 = -\vec F_2$ (azione e reazione)

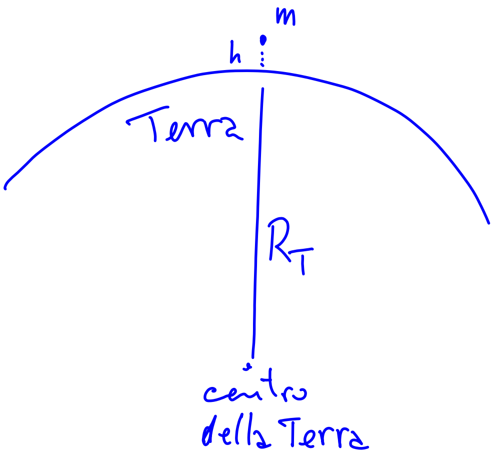
$\vec r_2 - \vec r_1 = \vec d$ distanza

$\dfrac{\vec d}{|\vec d|}$ = versore (vettore di modulo 1)

$$|F_2| = G\,\frac{m_1 m_2}{d^2}\left[\frac{\vec d}{d}\right]$$

$$\vec F_2 = -G\,\frac{(\vec r_2 - \vec r_1)\, m_1 m_2}{|\vec r_2 - \vec r_1|^3}$$

Esercizio. Sapendo che la Terra ha un raggio $R_T = 6300\,Km$, calcolare la massa M_T della Terra



$$h \ll R_T$$

"molto minore"

$$d = h + R_T \simeq R_T$$

$$|F| \simeq G \frac{m M_T}{R_T^2} = mg \qquad \text{peso}$$

$$M_T = \frac{g R_T^2}{G} = \frac{9.81 \frac{\cancel{m}}{\cancel{s^2}} (6300\,Km)^2}{6.67 \cdot 10^{-11} \frac{m^{\cancel{3}\,2}}{Kg \cdot \cancel{s^2}}} =$$

$$= Kg \frac{9.81 \cdot (6\,300\,000)^2}{6.67 \cdot 10^{-11}} =$$

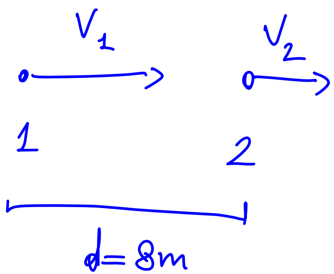
$$\frac{1}{10^{-11}} = 10^{11}$$

$6300000 = 6{,}3 \cdot 10^6$

$$= \frac{9{,}81}{6{,}67} \cdot 10^{11} \cdot (6{,}3)^2 \cdot 10^{12}\ Kg =$$

$$= 60 \cdot 10^{23}\ Kg = 6 \cdot 10^{24}\ Kg$$

Esercizio Auto 1 : $V_1 = 15\ \frac{m}{s}$ iniziale, decelera di $1\ \frac{m}{s^2}$ e segue un'Auto 2 a $d = 8m$, Auto 2 viaggia velocità costante $V_2 = 10\ \frac{m}{s}$

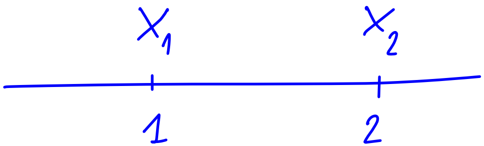


Dopo quanto tempo avviene il tamponamento ?

Scrivere le traiettorie $x(t) = x_0 + t v_0 + \frac{t^2}{2} a$

$$x_1(t) = x_1 + t v_1 + a_1 \frac{t^2}{2} \qquad v_1 = 15 \frac{m}{s} \qquad a_1 = -1 \frac{m}{s^2}$$

$$x_2(t) = x_2 + t v_2 + a_2 \frac{t^2}{2} \qquad a_2 = 0 \qquad v_2 = 10 \frac{m}{s}$$



$$x_2 - x_1 = d = 8 m$$

Tamponamento:

$$x_1(t) = x_2(t) \qquad x_1 + t v_1 + a_1 \frac{t^2}{2} = x_2 + t v_2$$

$$0 = x_1 - x_2 + t(v_1 - v_2) + a_1 \frac{t^2}{2} =$$

$$\tau = \frac{t}{s} \qquad t = \tau s$$

$$= -d + t(v_1 - v_2) + a_1 \frac{t^2}{2} =$$

$$= -8 \cancel{m} + t \cdot \frac{5 \cancel{m}}{s} - \frac{\cancel{m}}{s^2} \frac{t^2}{2} \qquad 0 = -8 + 5\left(\frac{t}{s}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{t}{s}\right)^2$$

$$0 = -8 + 5\tau - \frac{\tau^2}{2} \qquad \tau^2 - 10\tau + 16 = 0$$

$$(\tau - 8)(\tau - 2) = 0$$

due soluzioni

$t = 2s$

$t = 8s$

dopo 2s avviene il tamponamento

Impulso $\qquad \vec{F} = m\vec{a} \qquad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \dot{\vec{v}}$

$$\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\dot{\vec{v}} = \dot{\vec{p}} = \frac{d\vec{p}}{dt} \qquad \vec{p} = m\vec{v}$$

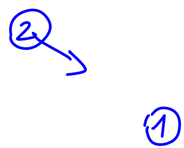
$\vec{p}$ si dice impulso $\qquad \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$

La legge generale è $\quad \sum_i \vec{F}_i = \frac{d\vec{p}}{dt}$

Se la forza totale che agisce su un corpo è nulla, l'impulso si conserva: $\quad \vec{F}_{tot} = \sum_i \vec{F}_i = 0 \Rightarrow$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{p} = \text{costante}$$

urti



l'impulso totale si conserva

$$\vec{F}_2 = \frac{d\vec{p}_2}{dt}$$

$$\vec{F}_1 = \frac{d\vec{p}_1}{dt}$$

$$\underbrace{\vec{F}_2 + \vec{F}_2}_{=0 \text{ per azione e reazione}} = \frac{d(\vec{p}_1 + \vec{p}_2)}{dt} \quad \Rightarrow \quad \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = 0$$

dopo lo scontro:

2 ---- 1 $\longrightarrow$

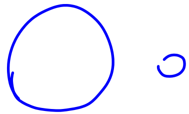
$\vec{p}_2 \neq 0$ $\quad$ $\vec{p}_1 = 0$

2 $\longrightarrow$ 1

$\vec{p}_2\,' = 0$ $\quad$ $\vec{p}_1\,' = \vec{p}_2$

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_1\,' + \vec{p}_2\,'$$

Bocce:



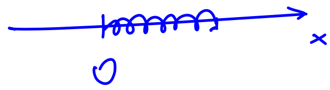
Tutorato mat/fis: non c'è né oggi né domani

recuperi: 28/11/2019 14.30 - 16.30

5/12/2019 14.30 - 16.30

Energia $\qquad \vec{F} = m\vec{a}$

in una dimensione $\qquad F = ma = m\dfrac{dv}{dt}$



$x(t) \quad v(t) = \dot{x}(t) \qquad a(t) = \ddot{x}(t) = \dot{v}(t)$

F sia funzione della posizione : $F = F(x)$

$$F(x(t)) = m\,a(t) = m\,\dot{v}(t)$$

moltiplichiamo a des e sin per $v(t) = \dot{x}(t)$

$$F(x(t))\,\dot{x}(t) = \underbrace{m\,\dot{v}(t)\,v(t)}_{}$$

$$\boxed{\begin{array}{c} f(x)\,f'(x) \\ \text{ha primitiva} \\ \dfrac{f^2(x)}{2} \end{array}}$$

derivata di $\dfrac{f^2(x)}{2} = \dfrac{y^2}{2} \qquad \left(y = f(x)\right)$

$$y \cdot f'(x) = f(x)\,f'(x)$$

$$\underbrace{F(x(t))\,\dot{x}(t)}_{\text{ha primitiva } -U(x(t))} = \underbrace{m\,\dot{v}(t)\,v(t)}_{\text{ha primitiva } \frac{mv^2}{2}}$$

(energia cinetica)

Se F è $F(x)$ sia $U(x)$ la primitiva cambiata di segno, cioè $\dfrac{dU(x)}{dx} = U'(x) = -F(x)$

Considerate $U(x(t))$

la derivata di $-U(x(t))$ rispetto al tempo è

$$-U'(x)\cdot\dot{x}(t) = +F(x(t))\,\dot{x}(t)$$

U si chiama energia potenziale

$$0 = \underbrace{m\,v(t)\,\dot v(t) - F(x(t))\,\dot x(t)}_{}$$

ha primitiva $\dfrac{mv^2}{2} + U(x) + C$

0 ha primitiva la costante

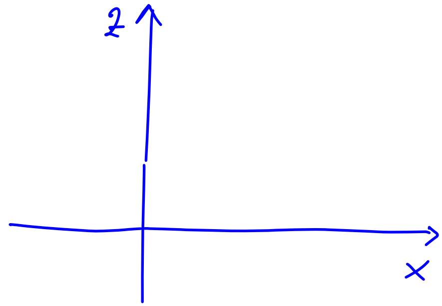
$0 = m v \dot v - F(x)\dot x$ è la derivata di

$\dfrac{mv^2}{2} + U(x)$ rispetto a t

Cioè $\dfrac{mv^2}{2} + U(x) = \text{costante} = \text{energia}$

Conservazione dell'energia

Il peso : $\vec{P} = m\vec{g}$



$ma = -mg \qquad a = \ddot{z}(t) \qquad z(t)$

$\qquad\qquad\qquad\quad = \dot{v}_z(t) \qquad v_z(t) = \dot{z}(t)$

$m\dot{v}_z = -mg = F(z)$

Moltiplico per v_z

$m v_z \dot{v}_z = -mg\, v_z = -mg\,\dot{z}$ passo alle primitive

$\frac{m v_z^2}{2} = -mgz + C \qquad E = \frac{m v_z^2}{2} + mgz$

E si conserva

altezza $z = h$ da fermi $v_z = 0$:

$E = mgh$

arrivo a terra : $z = 0$ $\quad v_z = ?$

$$E = \frac{m v_z^2}{2} + \cancel{mgz} = mgh$$

$$\frac{\cancel{m}}{2} v_z^2 = \cancel{m} g h \qquad v_z = \sqrt{2gh}$$

$\frac{U}{m}$ si chiama potenziale gravizionale $= gh$

$\frac{\vec{F}}{m}$ si chiama campo gravitazionale $= g$ in questo caso

Molla: $\quad F = -Kx \quad$ x = spostamento dalla posizione di equilibrio

$$U(x) = \frac{Kx^2}{2}$$

$U(x)$ è la funzione la cui derivata è $-F = Kx$

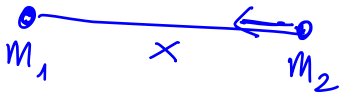
$$E = \frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2} \qquad x = x(t) \qquad v = v(t)$$

Verifica: derivo (rispetto al tempo)

$$0 = mv\cdot\dot{v} + kx\cdot\dot{x} = (m\dot{v} + kx)\,v$$

divido per v $\qquad m\dot{v} + kx = 0 \qquad ma = -kx = F$

Legge della gravitazione



$$F = -G\frac{m_1 m_2}{x^2} = m_2 a = m_2 \ddot{x} = m_2 \dot{v}$$

m_1 fissa nell'origine

m_2 mobile $\qquad x =$ posizione di 2

Cos'è $U(x)$? $\qquad \dfrac{dU(x)}{dx} = \dfrac{G m_1 m_2}{x^2} \qquad U(x) = -\dfrac{G m_1 m_2}{x}$

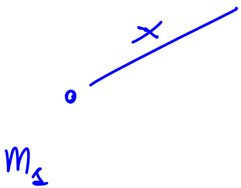
$\frac{f'(x)}{f(x)}$ ha come primitiva $\ln(f(x))$

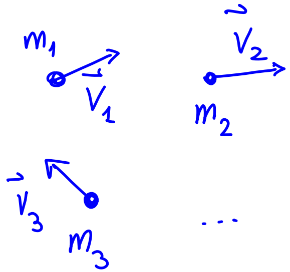
$\frac{1}{x^2}$ ha come primitiva $-\frac{1}{x} = -(x)^{-1}$

x^n ha derivata $n\,x^{n-1}$

$n = -1 \quad \to \quad -\frac{1}{x^2}$

$\frac{U(x)}{m_2} = -\frac{G m_1}{x}$ è il potenziale gravitazionale di m_1





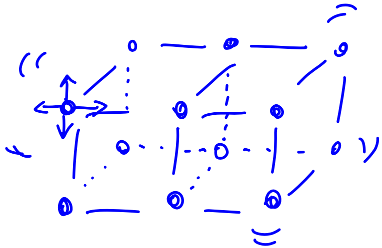
Energia cinetica

$$\vec{v}^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$$

$$K = \sum_i \frac{m_i \vec{v}_i^2}{2}$$

è l'energia delle particelle libere

Tavolo

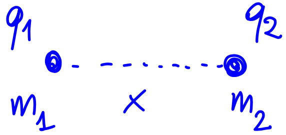


$$\vec{v} \cdot \vec{F} = m\vec{a} \cdot \vec{v}$$

primitiva è $\frac{m\vec{v}^2}{2}$

0

Se le particelle interagiscono c'è un'energia potenziale



$x =$ distanza

G è molto piccola

$$U(x) = -G \frac{m_1 m_2}{x}$$

energia potenziale gravitazionale

$m_1, m_2 > 0$

$$U(x) = k \frac{q_1 q_2}{x}$$

q_1, q_2 cariche elettriche

$k =$ costante

legge di Coulomb

$q_1 \gtrless 0$

$q_2 \gtrless 0$

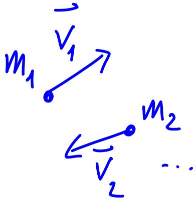
energia potenziale elettrostatica

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x}\right) = -\frac{1}{x^2}$$

$$F = -\frac{dU(x)}{dx} = k \frac{q_1 q_2}{x^2}$$

Conservazione dell'energia $\quad E = K + U$

proviene da $\vec{F} = m\vec{a}$



$$\vec{F}_i = m_i \vec{a}_i = m_i \dot{\vec{v}}_i$$

$$\vec{F}_{tot} = \sum_i \vec{F}_i = \sum_i m_i \vec{a}_i = \sum_i m_i \dot{\vec{v}}_i =$$

$$= \frac{d}{dt}\left(\sum_i m_i \vec{v}_i\right) = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

$\vec{p} = \sum_i m_i \vec{v}_i$ = impulso totale

$\vec{F}_{tot} = \sum_i \vec{F}_i$ = forza totale

Se la forza totale agente su un sistema è nulla l'impulso totale $\vec{p}$ si conserva (conservazione dell'impulso)

Lavoro

Una forza che sposta un oggetto "fa lavoro"

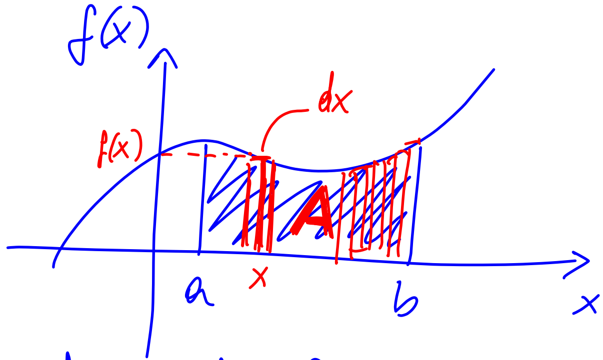
"Lavoro = forza per spostamento"

$$f'(x) = \frac{df(x)}{dx}$$

$$df = f'(x)\,dx$$

$$dL = F\,dx$$

$$\frac{dL}{dx} = F(x)$$



Se $\mathcal{F}(x)$ è la primitiva di $f(x)$

allora $A = \mathcal{F}(b) - \mathcal{F}(a) = \int_a^b f(x)\,dx$ ← somma

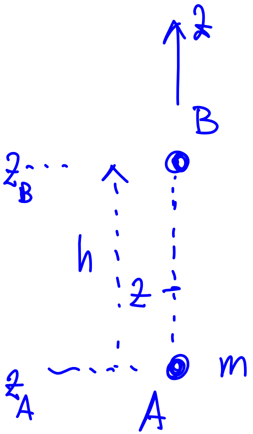
$$F(x) = -\frac{dU(x)}{dx}$$

$$\mathcal{F}(x) = -U(x)$$

L <u>fatto dalla forza</u> F nello spostamento da A a B è
(x_A, x_B)

$$L = \int_{x_A}^{x_B} F(x)\,dx = \mathcal{F}(x_B) - \mathcal{F}(x_A) =$$

$$= -U(x_B) + U(x_A) = U(x_A) - U(x_B)$$



$\vec{g}\downarrow$

$$U(z) = mgz$$

$$L_{A\to B} = U(z_A) - U(z_B) =$$

$$= mgz_A - mgz_B = mg(z_A - z_B)$$

$$= -mgh$$

Se voglio sollevare un peso di un'altezza h devo fare una forza uguale e opposta alla forza peso

Quindi il lavoro che faccio io è mgh

Potenza $= W = \frac{dL}{dt}$ è il lavoro fatto nell'unità di tempo

$$K = \frac{mv^2}{2}$$

$$dL = F(x)\,dx \qquad F = ma$$

$$W = \frac{dL}{dt} = F(x)\frac{dx}{dt} = F \cdot v = mav = \frac{dK}{dt}$$

Unità di misura MKS $F = ma$

F : N Newton $N = \frac{Kg\, m}{s^2}$

E energia forza × spostamento $= N \cdot m = \frac{Kg\, m^2}{s^2} = J$

L

U Joule

K

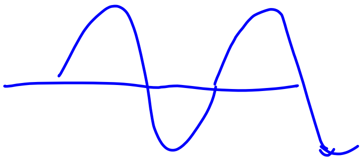
W potenza $\frac{E}{t} = \frac{Joule}{sec} = F \cdot v = N \cdot \frac{m}{s} = \frac{Kg\, m^2}{s^3}$

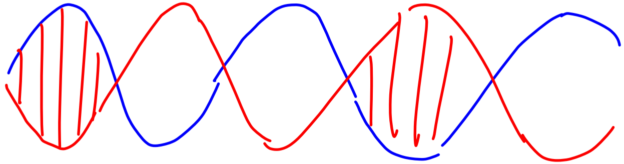
Watt

chilowatt = 1000 Watt

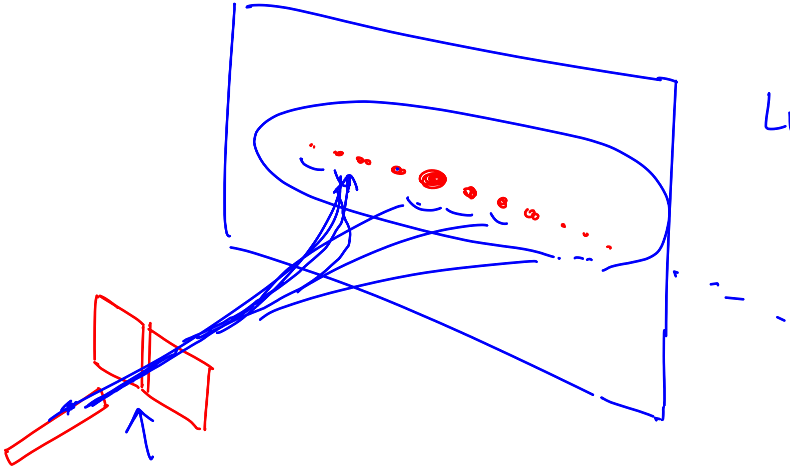
chilowattora = 1000 Watt · 1 ora = 1000 · 3600 W · s =

misura dell'energia $= 3{,}6 \cdot 10^6$ J





la somma è zero

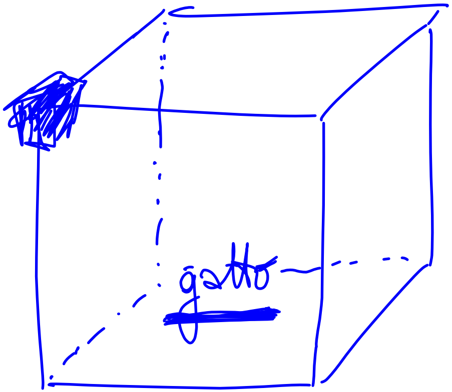


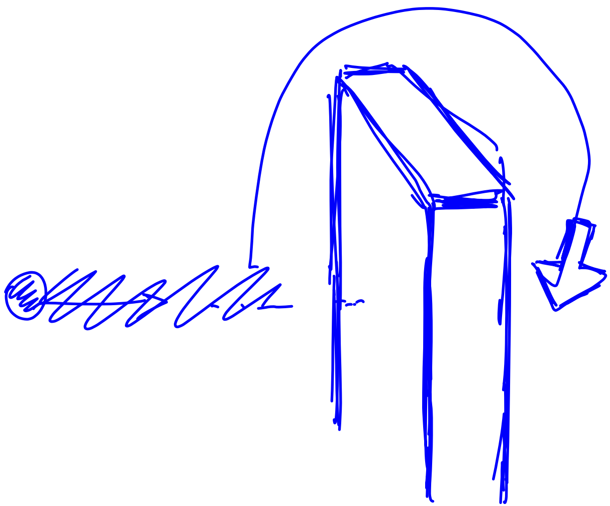
Luminosità = probabilità che il fotone singolo finisca nella zona corrispondente

un fotone solo attraverso la fenditura: cosa fa?

Schroedinger

il gatto di Schroedinger

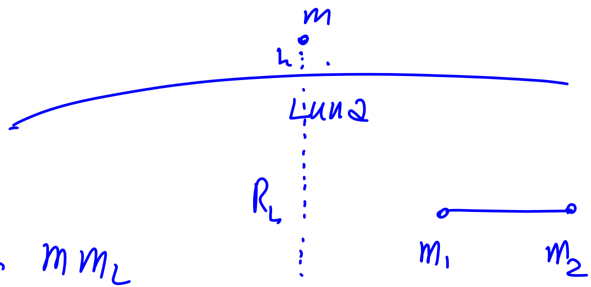




Accelerazione gravitazionale g_L sulla luna

$m_L = 7.348 \cdot 10^{22}$ kg

raggio $R_L = 1737$ km



$$F = -G\frac{m\, m_L}{d^2} = -G\frac{m\, m_L}{R_L^2} = -m\, g_L$$

$h \ll R_L \qquad d \simeq R_L$

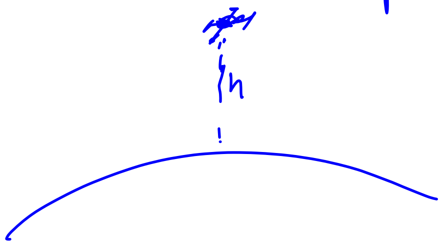
$1737 = 1{,}737 \cdot 10^3$

$1737\,\text{km} = 1{,}737 \cdot 10^6\,\text{m}$

$$g_L = G\frac{m_L}{R_L^2} = 6.67 \cdot 10^{-11}\frac{m^3}{\cancel{kg}\cdot s^2}\;\frac{7.348\cdot 10^{22}\,\cancel{kg}}{(1737\ \text{km})^2} =$$

$$= 6.67\cdot \cancel{10^{-11}}\frac{m^{\cancel{3}}}{s^2}\cdot\frac{7.348\cdot\cancel{10^{22}}}{(1.737)^2\cdot\cancel{10^{22}}\;\cancel{m^2}} = 1{,}6\ \frac{m}{s^2}$$

SSI : stazione spaziale internazionale



$h = 400 \text{ Km}$

$R_T = 6371 \text{ Km}$

h non è trascurabile rispetto a R_T

$d = R_T + h$

$$F = -G \frac{m M_T}{d^2} = -G \frac{m M_T}{(R_T+h)^2} = -m g_{SSI}$$

a terra $(h=0)$ $$-G \frac{m M_T}{R_T^2} = -m g$$

dividido termine per termine : $$\frac{g_{SSI}}{g} = \frac{R_T^2}{(R_T+h)^2}$$

$$g_{SSI} = g \left(\frac{R_T}{R_T+h} \right)^2 =$$

$$= 9.81\ \frac{m}{s^2}\left(\frac{6371}{6371+400}\right)^2 = 8.7\ \frac{m}{s^2}$$

Quanto Lavoro richiede portare una borsa di $m = 4\,Kg$ fino al 4° piano? $(h = 12\,m)$

$$L = \underset{\substack{\parallel \\ \text{peso} \\ \parallel \\ mg}}{\text{forza}} \times \underset{\substack{\parallel \\ h = 12\,m}}{\text{spost.}} = mgh = 4\,Kg\ 10\,\frac{m}{s^2}\ 12\,m =$$

$$= 480\ \frac{Kg\ m^2}{s^2} = 480\,J$$

Quanta potenza media per fare questo lavoro in un minuto?

$$W = \frac{L}{t} = \frac{\overset{8}{\cancel{480}}\,J}{\cancel{60}\,s} = 8\ Watt$$

vostro corpo : macchina con rendimento $\eta = 40\%$

$$\text{rendimento} = \frac{\text{Lavoro utile}}{\text{Lavoro speso}} = \eta = \frac{480\,J}{\text{Lavoro speso}} = \frac{4\cancel{0}}{10\cancel{0}}$$

$$= 0.4$$

$$\text{Lavoro speso} = \frac{\text{Lavoro utile}}{\eta} = \frac{\overset{12}{\cancel{4}80}\,J}{\frac{\cancel{4}}{10}} = 1200\,J$$

$$\sim 287 \text{ cal}$$

$$1 \text{ caloria} = 4.184\,J$$

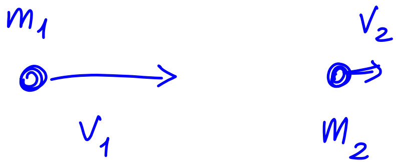
$$1\,J = \frac{1}{4.184} \text{ cal}$$

Sistema isolato: sistema in cui si conservano l'impulso totale e l'energia totale

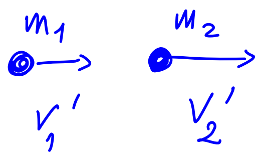
l'impulso si dice anche quantità di moto

Es.: urti

prima



dopo



Impulso: $\underbrace{m_1 v_1 + m_2 v_2}_{\text{prima}} = \underbrace{m_1 v_1' + m_2 v_2'}_{\text{dopo}}$

Energia: solo cinetica

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 V_2^2}{2} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 V_2'^2}{2}$$

prima

$$\begin{cases} m_1 v_1 + m_2 V_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2' = P \\ \dfrac{m_1 v_1^2}{2} + \dfrac{m_2 V_2^2}{2} = \dfrac{m_1 v_1'^2}{2} + \dfrac{m_2 V_2'^2}{2} = E \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_1 v_1' + m_2 v_2' = P \\ \dfrac{m_1 v_1'^2}{2} + \dfrac{m_2 V_2'^2}{2} = E \end{cases} \qquad m_1 v_1' = P - m_2 v_2'$$

Ricavo v_1' dalla prima: $v_1' = \dfrac{P}{m_1} - \dfrac{m_2}{m_1} v_2'$

$$E = \frac{m_2 {v_2'}^2}{2} + \frac{m_1}{2}\left(\frac{P}{m_1} - \frac{m_2}{m_1} v_2'\right)^2 =$$

$$= \frac{m_2}{2} {V_2'}^2 + \frac{m_1}{2}\left(\frac{P^2}{m_1^2} + \frac{m_2^2}{m_1^2} {V_2'}^2 - \frac{2 P m_2}{m_1^2} V_2'\right) =$$

$$= \frac{m_2}{2} {V_2'}^2 + \frac{P^2}{2m_1} + \frac{m_2^2}{2m_1} {V_2'}^2 - \frac{P m_2}{m_1} V_2'$$

$$a x^2 + b x + c = 0 \qquad x = V_2'$$

$$a = \frac{m_2}{2} + \frac{m_2^2}{2m_1} = \frac{m_2 (m_1 + m_2)}{2 m_1} \qquad b = -\frac{P m_2}{m_1}$$

$$c = \frac{P^2}{2m_1} - E \qquad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$b^2 - 4ac = \frac{P^2 m_2^2}{m_1^2} - 4\frac{m_2(m_1+m_2)}{2m_1}\underbrace{\left(\frac{P^2}{2m_1} - E\right)}_{}$$

Caso semplice $v_2 = 0$

$$P = m_1 v_1 \qquad E = \frac{m_1 v_1^2}{2} \qquad \frac{P^2}{2m_1} = \frac{m_1^{\cancel{2}} v_1^2}{2\cancel{m_1}} = E$$

<u>$c = 0$</u>

$$ax^2 + bx = 0 \qquad x(ax+b) = 0$$

$$x = 0 \qquad x = -\frac{b}{a}$$

$v_2' = 0$

(situaz. iniziale, nessun urto)

$$v_2' = \frac{P\cancel{m_2}}{\cancel{m_1}}\,\frac{2\cancel{m_1}}{\cancel{m_2}(m_1+m_2)} = \frac{2m_1}{m_1+m_2}v_1$$

$$v_2' = \frac{2m_1}{m_1+m_2} v_1 \qquad v_1' = \frac{P}{m_1} - \frac{m_2}{m_1} v_2' =$$

$$= v_1 - \frac{m_2}{\cancel{m_1}} \frac{2\cancel{m_1}}{m_1+m_2} v_1 =$$

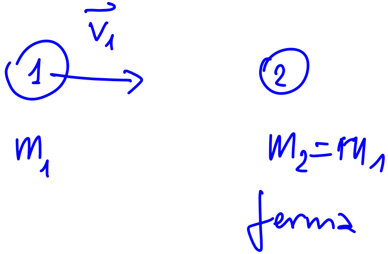
$$= \frac{m_1 - m_2}{m_1+m_2} v_1$$

Domani : 8.30 - 11.30

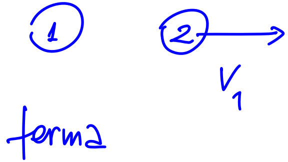
Lunedì : no lezione

Giovedì : 28 ancora 8.30 - 11.30

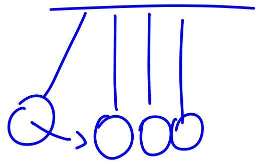
Urti : casi particolari : biliardo : $m_1 = m_2$



Prima

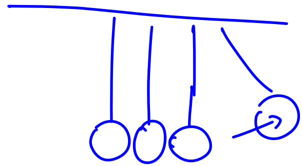


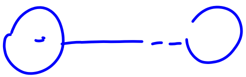
Dopo

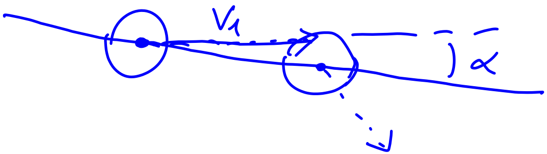


prima

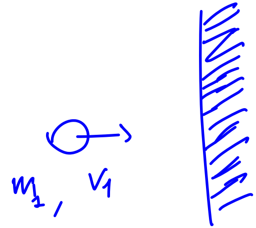
$v_2' = v_1$ $\qquad$ $v_1' = 0$







Caso particolare: muro



$v_2 = 0$

$m_2 = \infty$

$$\lim_{m_2 \to \infty} v_2' = \lim_{m_2 \to \infty} \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 = 0$$

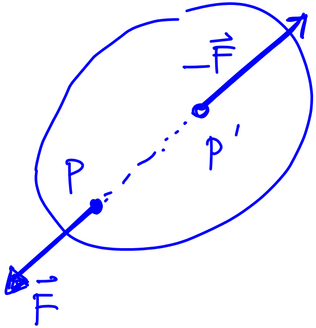
$$\lim_{m_2 \to \infty} v_1' = \lim_{m_2 \to \infty} \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 = -v_1$$

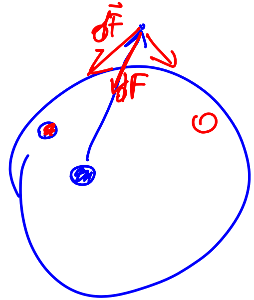
Hopital: $\dfrac{\text{der (num) risp. a } m_2}{\text{der (denom) risp. a } m_2}$

Statica

Corpo rigido esteso

indeformabile



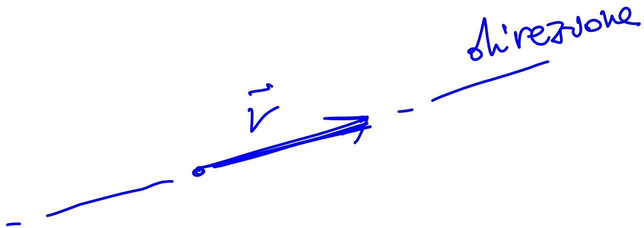


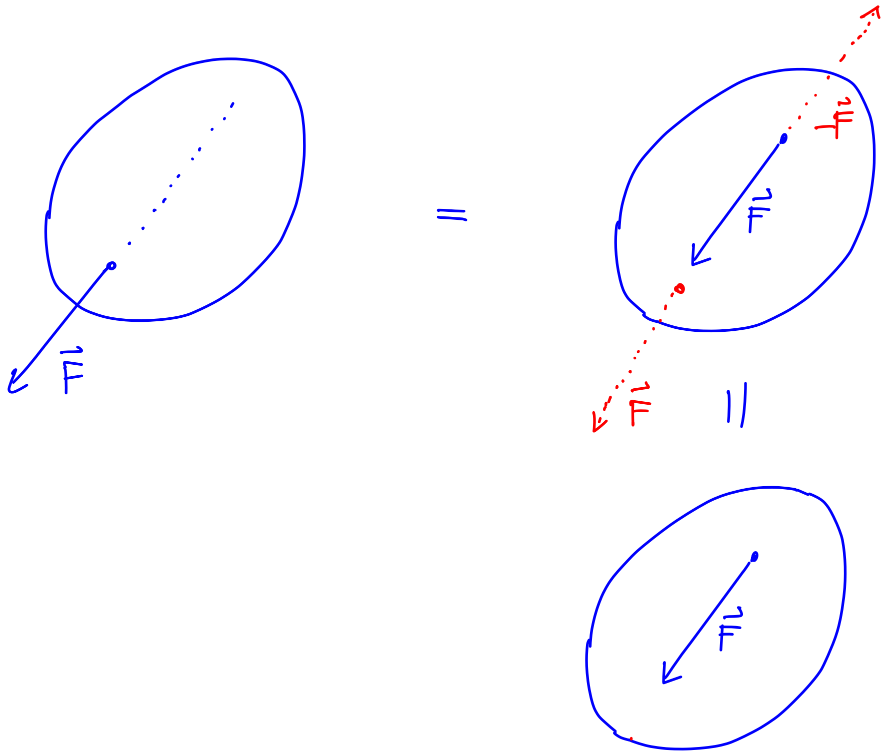
forze opposte che agiscono su punti P e P'

che appartengono alla direzione delle forze stesse

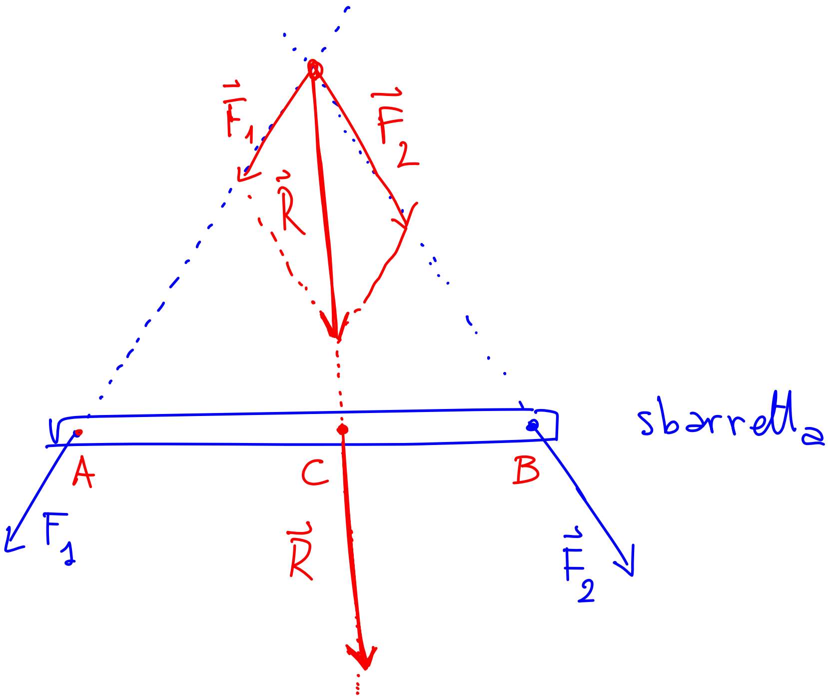
(è la retta a cui appartiene il vettore)

non hanno effetto sul corpo rigido

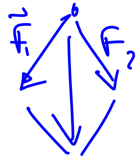




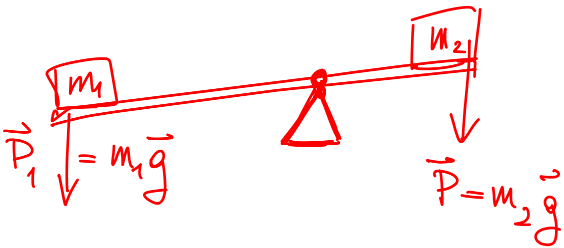
Coppia in rosso:
non ha alcun
effetto sul
corpo rigido



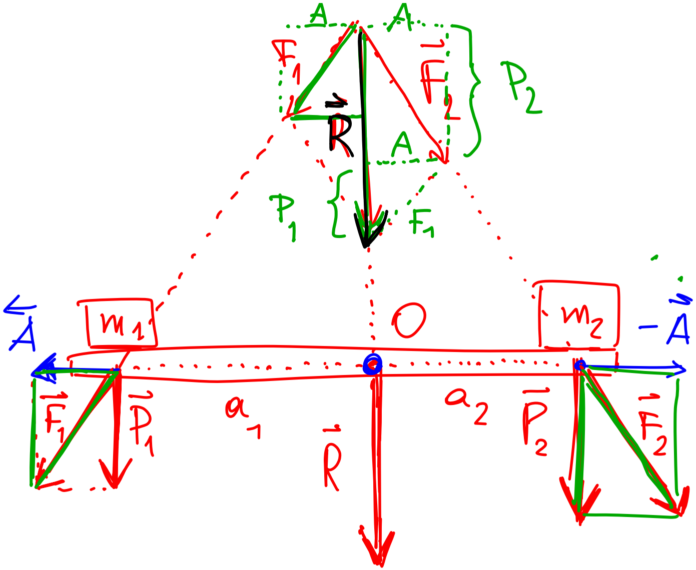
$\vec{F}_1$
$\vec{F}_2$
$\vec{R}$
sbarretta
A
C
B
F_1
$\vec{R}$
$\vec{F}_2$



$\vec{F}_1$
F_2



m_1
m_2
$\vec{P}_1 = m_1\vec{g}$
$\vec{P} = m_2\vec{g}$

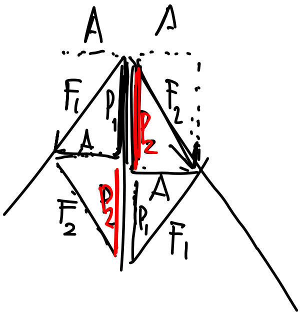


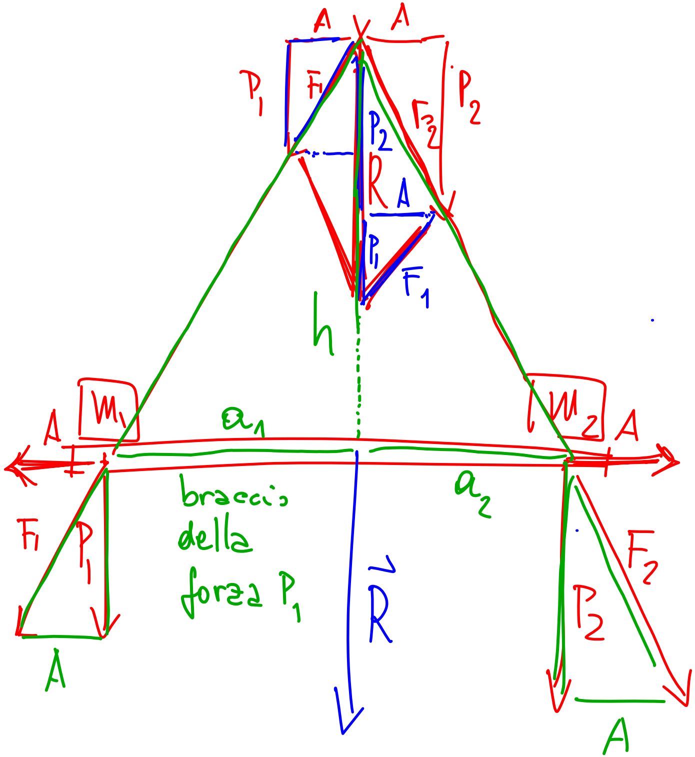
(Trascuro la massa della sbarretta)

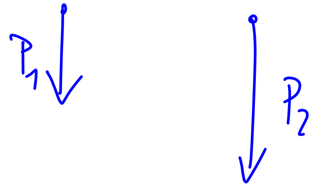
$$\vec{P}_1 = m_1 \vec{g}$$

$$\vec{P}_2 = m_2 \vec{g}$$

$$|\vec{R}| = |\vec{P}_1| + |\vec{P}_2| = (m_1 + m_2)\vec{g}$$







$$h : a_1 = P_1 : A$$

$$h : a_2 = P_2 : A$$

$$\frac{h}{a_1} = \frac{P_1}{A} \qquad \frac{h}{a_2} = \frac{P_2}{A}$$

$$\frac{h}{a_1} = \frac{P_1}{A} \qquad \frac{h}{a_2} = \frac{P_2}{A}$$

legge della leva

$\downarrow$

$$h = \frac{P_1}{A} a_1 \qquad \frac{P_2}{\cancel{A}} = \frac{\frac{P_1}{\cancel{A}} a_1}{a_2} \qquad \boxed{P_2 a_2 = P_1 a_1}$$

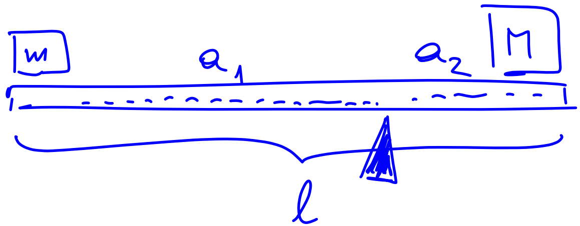
$P_1 a_1$ si chiama momento della forza P_1

Esempio:

$m = 1$ quintale $= 10^2\,kg$

$M = 1$ tonnellata $= 10^3\,kg$

$l = 11\,m$



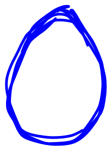
$$a_1 + a_2 = l \qquad m \cancel{g} a_1 = M \cancel{g} a_2$$

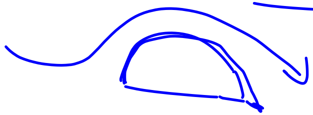
$$a_1 = a_2 \frac{M}{m} = 10\, a_2 \qquad a_1 + a_2 = 11$$

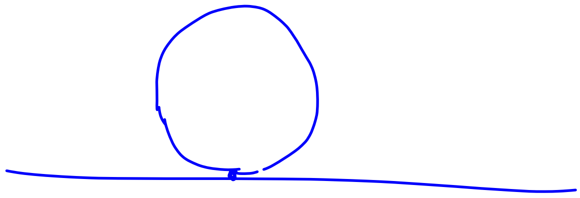
$a_1 = 10\, a_2$ $\qquad$ $a_1 = 10\, m$

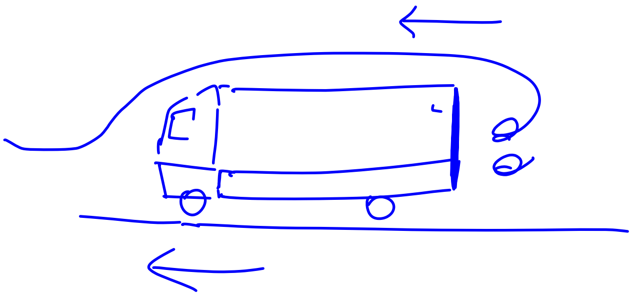
$11 = a_1 + a_2 = 10\, a_2 + a_2 = 11\, a_2$ $\qquad$ $a_2 = 1\, m$

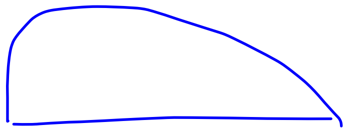
Attrito









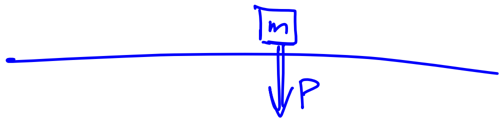


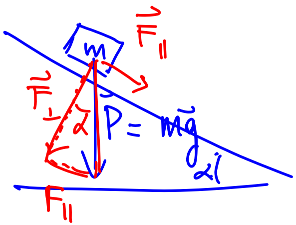
1) attrito statico , attrito dinamico

si oppone alla messa in moto (soglia = forza minima da fare per mettere il corpo in moto)

si oppone al moto del corpo che si sta già muovendo

entrambi sono $\propto$ alla componente della forza (che agisce sul corpo) perpendicolare alla superficie su cui il corpo si deve muovere

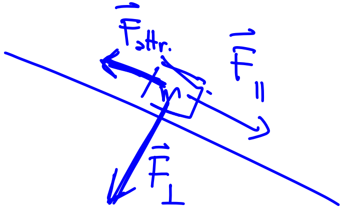




$$|\vec{F}_{\parallel}| = mg \operatorname{sen} \alpha$$ ← determina il moto

$$|\vec{F}_{\perp}| = mg \cos \alpha$$ ← determina l'attrito

attrito statico = $\mu_s |\vec{F}_\perp| \equiv |\vec{F}_s|$ μ_s = coefficiente di attrito statico



attrito dinamico : $\mu_d |\vec{F}_\perp| = |\vec{F}_d|$ μ_d = coefficiente di attrito dinamico

$$\mu_d \leq \mu_s$$

Finché $|\vec{F}_\parallel| \leq |\vec{F}_s|$. il corpo non si muove

Quando $|\vec{F}_\parallel| > |\vec{F}_s|$, il corpo si muove con legge

$$ma = |\vec{F}_\parallel| - |\vec{F}_d| = mg \operatorname{sen}\alpha - \mu_d mg \cos\alpha$$

$$a = g(\operatorname{sen}\alpha - \mu_d \cos\alpha)$$ accelerazione

$$a \geq 0 \quad \Longrightarrow \quad \text{sen}\,\alpha \geq \mu_d \cos\alpha \qquad \left(0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\text{tg}\,\alpha \geq \mu_d$$

D'altra parte deve valere $\quad |F_{\parallel}| \geq |F_s|$

$$\cancel{mg}\,\text{sen}\,\alpha \geq \mu_s \cancel{mg} \cos\alpha$$

$$\text{tg}\,\alpha \geq \mu_s$$

Siccome deve valere $\text{tg}\,\alpha \geq \mu_s$ e sappiamo $\mu_s \geq \mu_d$, allora anche $\text{tg}\,\alpha \geq \mu_d$, cioè $a \geq 0$

Attrito viscoso

corpo di forma sferica in un fluido di raggio r

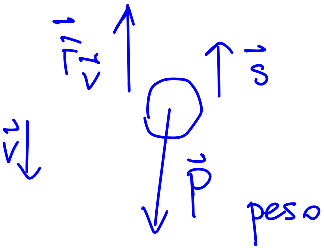
la forza d'attrito viscoso è

$$\vec{F}_v = -6\pi\eta r\,\vec{v}$$

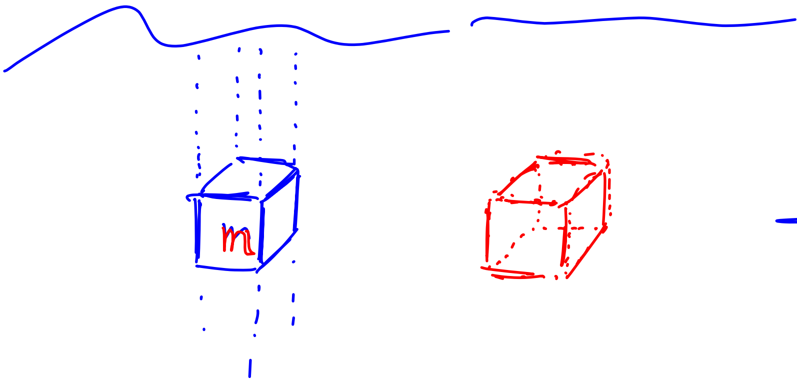
$\vec{v}$ = velocità del corpo

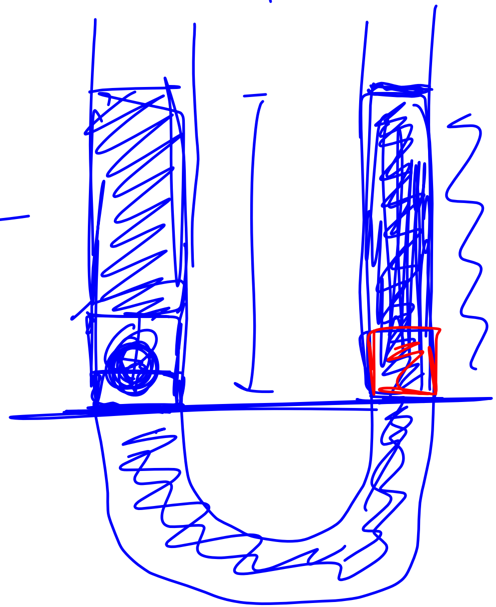
η: costante, coefficiente di attrito viscoso

Corpo in un fluido

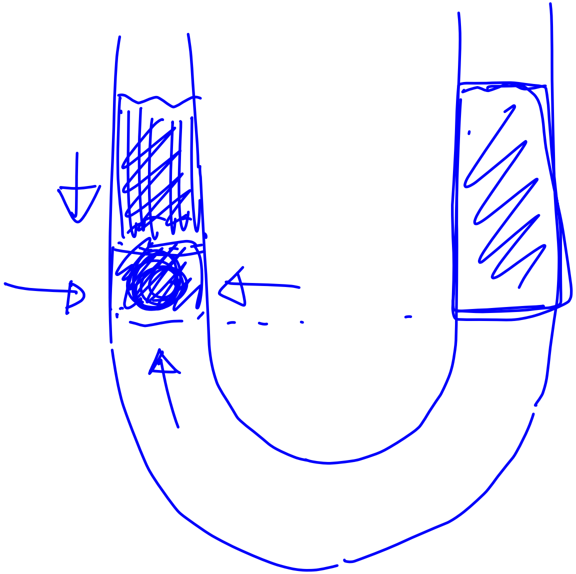


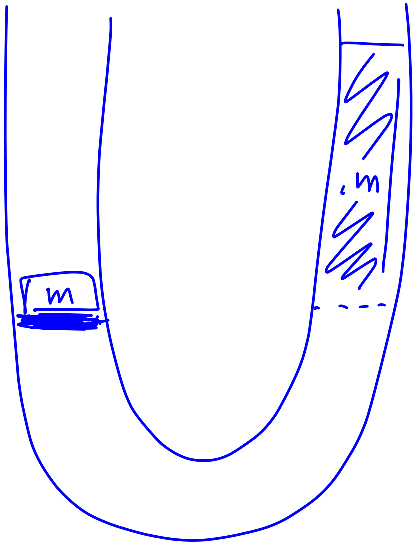
Spinta di Archimede: un corpo immerso in un fluido riceve una spinta (= forza) verso l'alto pari al peso del fluido spostato



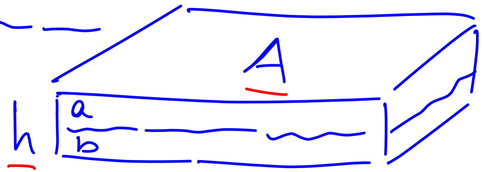


$$\vec{S} = \vec{g}\, m_{\text{liquido spostato}}$$





Esercizio.



H_2O

$$\rho_{H_2O} = \text{massa per unità di volume} = \frac{1\,kg}{l}$$

$$l = \text{litro} = 1\,dm^3 = (10^{-1}\,m)^3$$

$$h = a + b$$

Parallelepipedo di densità ρ

$$= (10^{-1}\,m)^3 = 10^{-3}\,m^3$$

$$P = \text{peso} = Mg \qquad M = \rho V \qquad V = Ah$$

$$P = g\rho A h$$

$$S = g\, m_{liq.\,spostata} \qquad m_{liq.\,spost.} = \rho_{H_2O}\, V_{liq.\,spost.}$$

$$V_{liq.\,spost.} = bA$$

$$S = g\,\rho_{H_2O}\, b\, A$$

Di quanto è sommerso il parallelepipedo? (b)

$$S = P \qquad \cancel{g}\,\rho\,\cancel{A}\,h = \cancel{g}\,\rho_{H_2O}\,b\,\cancel{A}$$

$$b = \frac{\rho h}{\rho_{H_2O}} \qquad b = h\,\frac{\rho}{\rho_{H_2O}}$$

Galleggia solo se $b < h$

che $\Rightarrow$ $h \frac{\rho}{\rho_{H_2O}} < h$ $\qquad \rho < \rho_{H_2O}$

Affonda se $\rho > \rho_{H_2O}$

Esempio Attrito viscoso sferetta di raggio r e densità ρ in un fluido di densità ρ' e viscosità η

$$\vec{F}_{attrito} = -6\pi\eta r\vec{v}$$

$S = g\rho' \frac{4}{3}\pi r^3$ verso l'alto

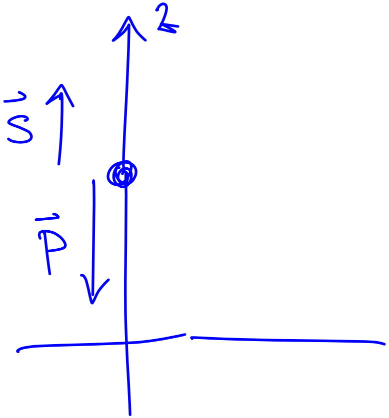
$P = g\rho \frac{4}{3}\pi r^3$ verso il basso

raggio r:

circonferenza $= 2\pi r$

area cerchio $= \pi r^2$

volume sfera $= \frac{4}{3}\pi r^3$



$$\vec{F}_{tot} = m\vec{a}$$

$m =$ massa della sferetta

$$m = \rho \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$a = \ddot{z} = \dot{v}$$

z

$v = \dot{z}$

$a = \ddot{z}$

$$m\dot{v} = \vec{F}_{tot} = -mg + S - 6\pi\eta r v$$

$$\rho \frac{4}{3}\cancel{\pi} r^{\cancel{3}\,2}\dot{v} = -\rho\frac{4}{3}\cancel{\pi} r^{\cancel{3}\,2} g + \rho' g \frac{4}{3}\cancel{\pi} r^{\cancel{3}\,2} - 6\cancel{\pi}\eta\cancel{r} v$$

moltiplico tutto per $\dfrac{3}{4\rho r^2}$

$$\dot{v} = -g + \frac{\rho'}{\rho}g - \cancel{6}^{\,3}\eta v \frac{3}{\cancel{4}_{2}\rho r^2}$$

$$\dot v = -g + \frac{\rho'}{\rho} g - \cancel{6}^{\,3}\eta v \frac{3}{{}_2\cancel{4}\rho r^2}$$

$$a = \dot v = \underbrace{-g + g\frac{\rho'}{\rho}}_{c_1} - \underbrace{\frac{9\eta}{2r^2\rho}}_{c_2} v$$

$$\dot v = c_1 - c_2 V$$

ammette una soluzione semplice:

Cerco una soluzione con

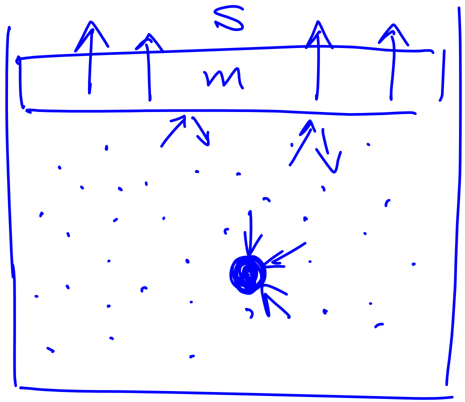
$V =$ costante

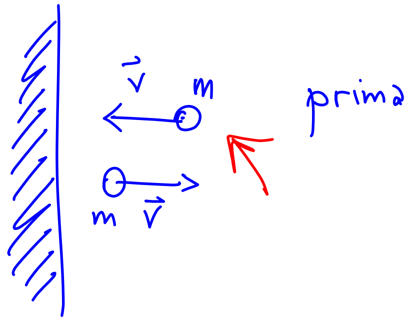
$$\dot v = 0 \qquad c_1 - c_2 V = 0 \qquad V = \frac{c_1}{c_2} = \frac{-g + g\frac{\rho'}{\rho}}{\frac{9\eta}{2\rho r^2}}$$

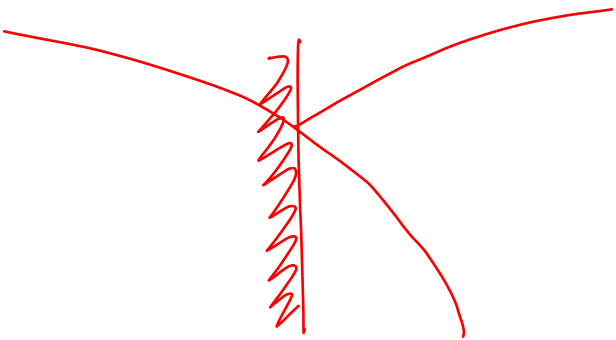
velocità di sedimentazione

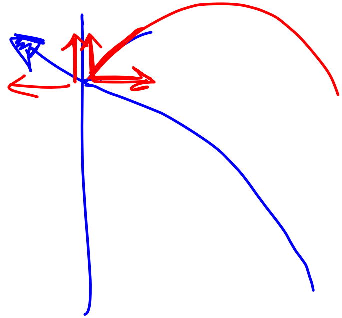
Dinamica dei fluidi

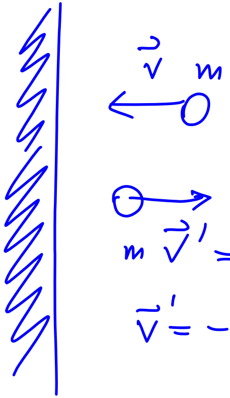
Forza ····> Pressione $= \dfrac{\text{forza}}{\text{superficie}}$











$m\vec v' = \vec p' = -\vec p$

$\vec v' = -\vec v$

$\vec p = m\vec v$

Variazione della quantità di moto

$$\Delta\vec p = \vec p' - \vec p = -\vec p - \vec p = -2\vec p$$

$$\vec F = m\vec a = m\dot{\vec v} = \frac{d\vec p}{dt}$$

Se N molecole rimbalzano nel tempo Δt esercitano su S una forza

$$\vec F = \frac{N\Delta\vec p}{\Delta t} \qquad \frac{\vec F}{S} = \vec P$$

In equilibrio (e in assenza di gravità) la pressione di un fluido è la stessa in tutti i punti e in tutte le direzioni.

Unità di misura della pressione

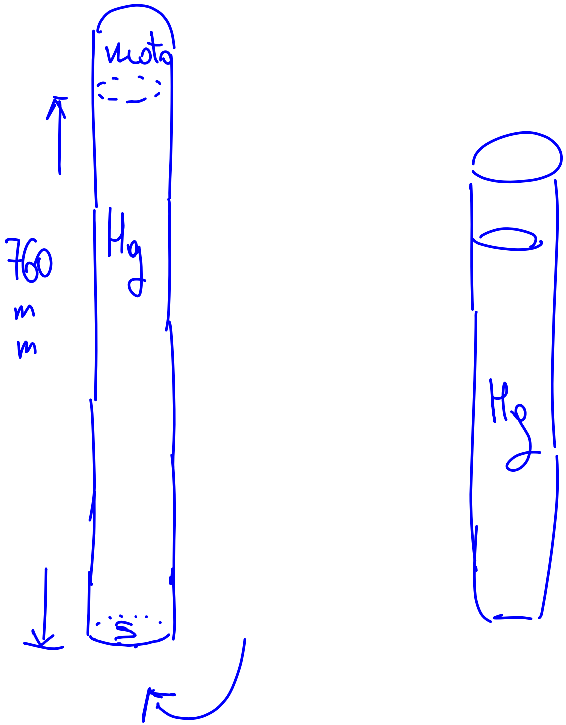
MKS $\quad \dfrac{F}{S} = \dfrac{N}{m^2} = \dfrac{kg\,\frac{\cancel{m}}{s^2}}{m^{\cancel{2}}} = \dfrac{kg}{m\,s^2} = \text{Pascal}$

CGS $\quad \dfrac{F}{S} = \dfrac{gr}{cm\,s^2} = \text{baria}$

$1\,\text{Pascal} = \dfrac{10^{\cancel{3}}\,gr}{\cancel{10^{2}}\,cm \cdot s^2} = 10\ \text{barie}$

$1\,\text{atm} \simeq 10^6\ \text{barie} = 10^5\ \text{Pascal}$

1 atm = pressione colonna di 760 mm di mercurio
Hg



Leva idraulica

fluido incomprimibile

la pressione è la stessa ovunque

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} \qquad \boxed{\frac{\text{Forza su pistone}}{\text{superficie pistone}}}$$

M_1 : peso $= M_1 g$

$$P_1 = \frac{M_1 g}{S_1} = P_2 = \frac{M_2 g}{S_2}$$

pressione

$$M_2 = \frac{M_1 S_2}{S_1}$$

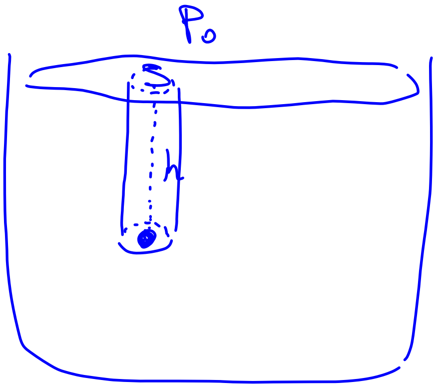
$$= M_1 \frac{S_2}{S_1}$$

se $S_2 < S_1$ $\quad M_2 < M_1$

Se $S_2 = \frac{1}{10} S_1$ $\quad M_2 = \frac{1}{10} M_1$

Legge di Stevino   fluido in equilibrio

Considero una



pressione a profondità h =

Se il fluido ha densità ρ

il peso di un cilindro di fluido di base S

e altezza è $g\rho S h = F$(orza)

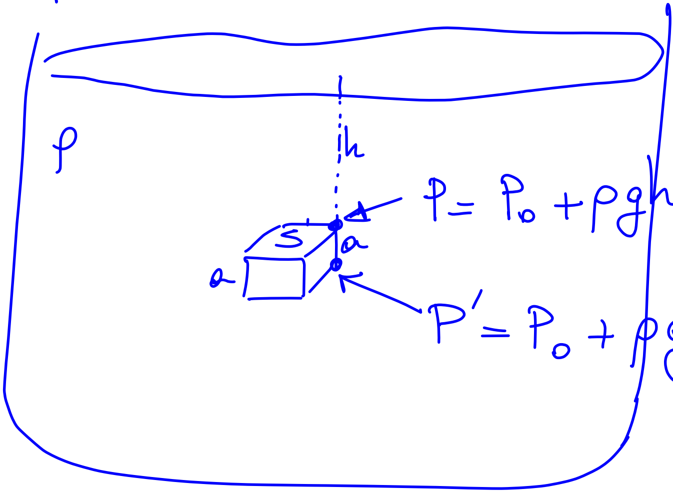
quindi la pressione a profondità h è $\frac{g\rho \cancel{S} h}{\cancel{S}} = \rho g h$

$$P(h) = P_0 + \rho g h$$

P_0 = pressione atmosferica

Principio di Archimede

ρ = densità del fluido



$$P = P_0 + \rho g h$$

$$P' = P_0 + \rho g (h+a)$$

differenza di pressione fra sopra e sotto =

$$= P' - P = \cancel{P_0} + \rho g(\cancel{h}+a) - (\cancel{P_0} + \cancel{\rho g h}) =$$

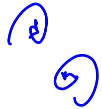
$$= \rho g a$$

$$\text{Spinta (forza)} = \rho g \underbrace{a S} = g \underbrace{\rho V}_{\text{massa fluido spostato}}$$

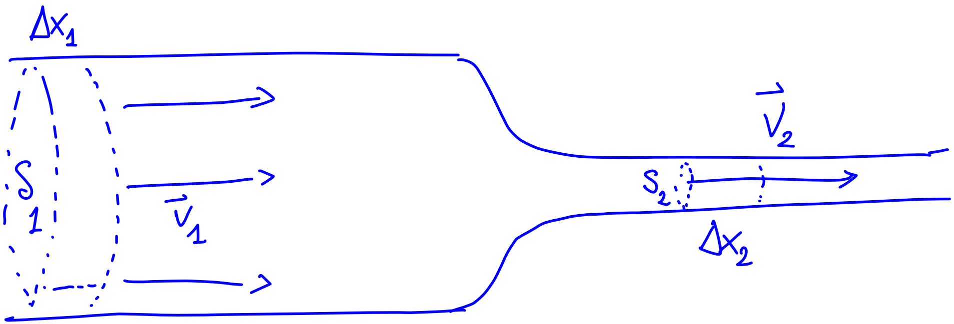
Fluido perfetto: fluido incomprimibile

senza attrito (viscosità)

e irrotazionale   non ha vortici



condotto



Sia Δx_1 lo spostamento del liquido nella zona 1 nel tempo Δt, e Δx_2 quello della zona 2

Il volume di liquido spostato è $S_1 \Delta x_1 = S_2 \Delta x_2$

dividendo per Δt :

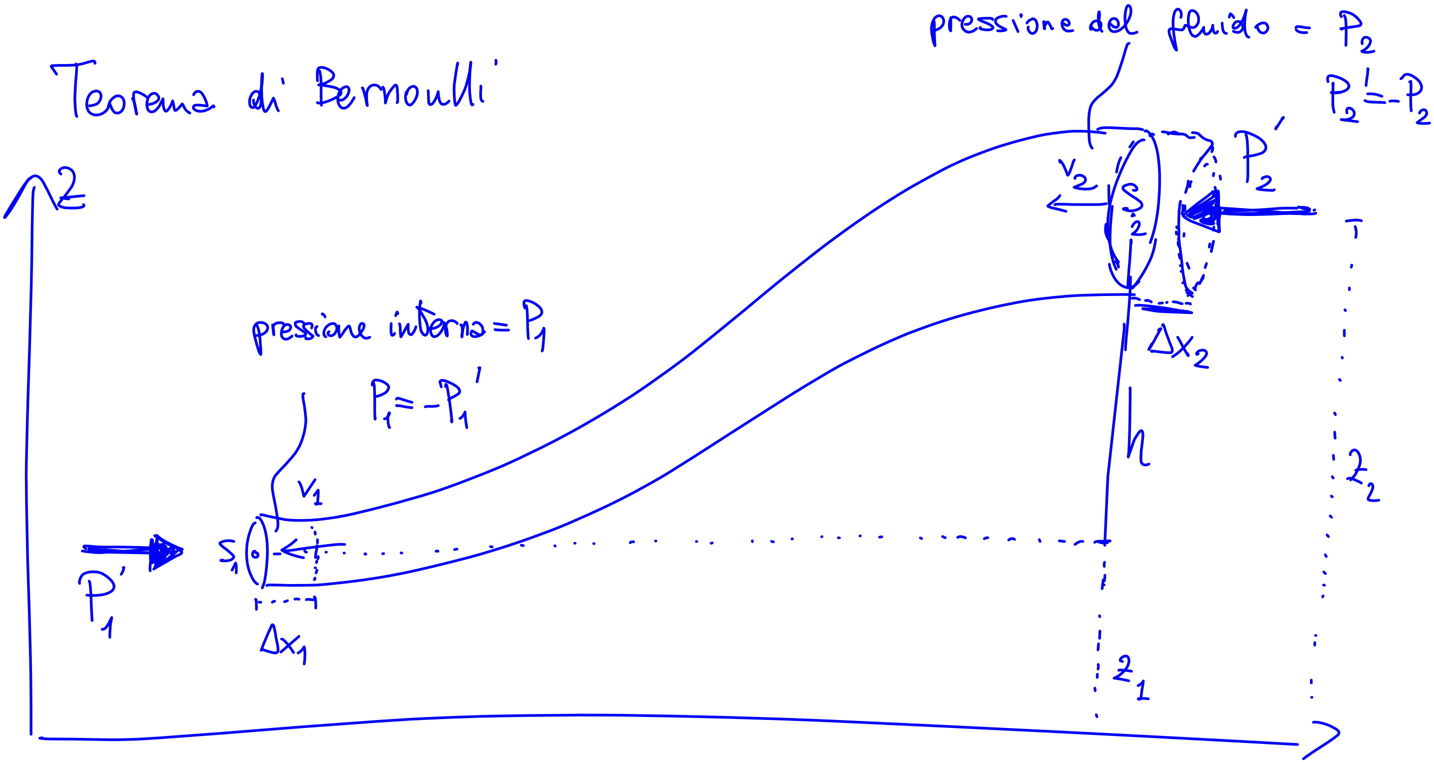
$$S_1 \frac{\Delta x_1}{\Delta t} = S_2 \frac{\Delta x_2}{\Delta t}$$

$$S_1 v_1 = S_2 v_2 = Q$$ portata del condotto

la portata è la stessa in tutti i punti del condotto
(equazione di continuità)

$$v_2 = \frac{S_1}{S_2} v_1$$

Teorema di Bernoulli



$z_2 = z_1 + h$

Sia ρ la densità del fluido (incomprimibile)

ρ = costante in tutto il condotto

Portata $Q = S_1 v_1 = S_2 v_2$

Considero intervallo di tempo Δt

$\Delta x_1 = v_1 \Delta t$ = spostamento del liquido nella zona 1

$\Delta x_2 = v_2 \Delta t$ = " " " " " 2

$K = \frac{m v^2}{2}$ energia cinetica

$U = m g h$ energia potenziale

Bilancio energetico

Energia totale $(K+U)_2$ − Energia totale $(K+U)_1$ =

= Lavoro delle forze esterne su 2 −

lavoro su 1 $= P_2' S_2 \Delta x_2 - P_1' S_1 \Delta x_1 =$

$= - P_2 S_2 \Delta x_2 + P_1 S_1 \Delta x_1$

$$K_2 = \frac{m_2 v_2^2}{2} = \rho \frac{S_2 \Delta x_2}{2} v_2^2 \qquad K_1 = \frac{m_1 v_1^2}{2} = \rho \frac{S_1 \Delta x_1 v_1^2}{2}$$

$$U_2 = m_2 g z_2 = \rho S_2 \Delta x_2 g z_2 \qquad U_1 = \rho S_1 \Delta x_1 g z_1$$

$$K_2 + U_2 - (K_1 + U_1) = -P_2 S_2 \Delta x_2 + P_1 S_1 \Delta x_1$$

$$K_2 + U_2 + P_2 S_2 \Delta x_2 = K_1 + U_1 + P_1 S_1 \Delta x_1$$

$$\rho S_2 \frac{\Delta x_2}{2} v_2^2 + \rho S_2 \Delta x_2 g z_2 + P_2 S_2 \Delta x_2 = (2 \to 1)$$

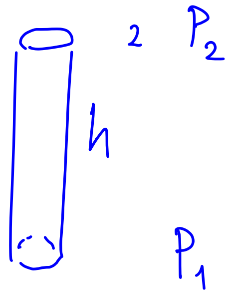
divido per Δt : $\qquad Q = S_2 v_2 = S_1 v_1$

$$\rho \overbrace{S_2 \frac{v_2}{2}} v_2^2 + \rho \underbrace{S_2 v_2} g z_2 + P_2 \underbrace{S_2 v_2} = (2 \to 1)$$

$$\rho \frac{\cancel{Q}}{2} v_2^2 + \rho \cancel{Q} g z_2 + P_2 \cancel{Q} = \rho \frac{\cancel{Q}}{2} v_1^2 + \rho \cancel{Q} g z_1 + P_1 \cancel{Q}$$

$$\frac{\rho}{2} v_2^2 + \rho g z_2 + P_2 = \frac{\rho}{2} v_1^2 + \rho g z_1 + P_1$$

$$z_2 = z_1 + h$$



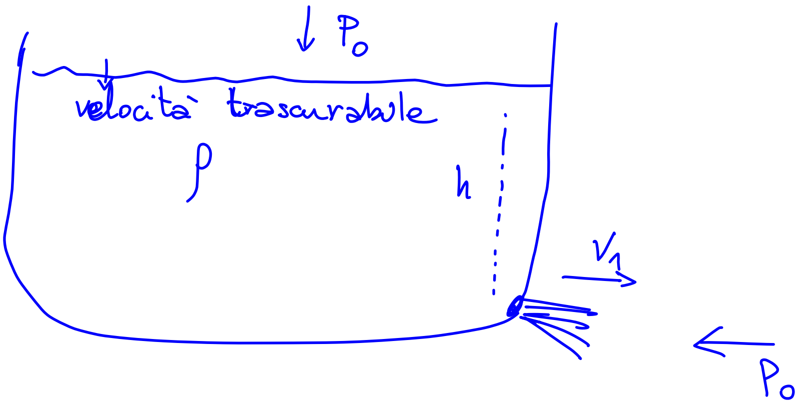
Caso particolare (Stevino)

fluido fermo $\quad v_1 = v_2 = 0$

$$\rho g z_2 + P_2 = \rho g z_1 + P_1$$

$$P_1 = P_2 + \rho g h$$

Teorema di Torricelli

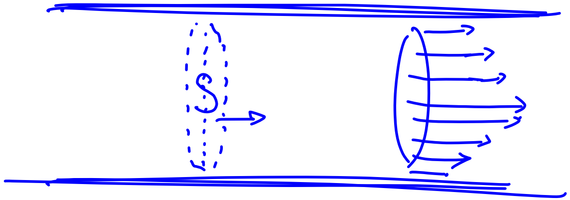


$P_2 = P_1 = P_0 \qquad v_2 = 0$

$$\cancel{\rho} g z_2 + \cancel{P_0} = \frac{\cancel{\rho}}{2} v_1^2 + \cancel{\rho} g z_1 + \cancel{P_0}$$

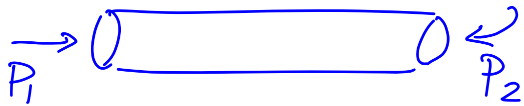
$$\frac{v_1^2}{2} = g(z_2 - z_1) = gh \qquad v_1 = \sqrt{2gh}$$

Viscosità



$$Q = S\, v_{media}$$

portata

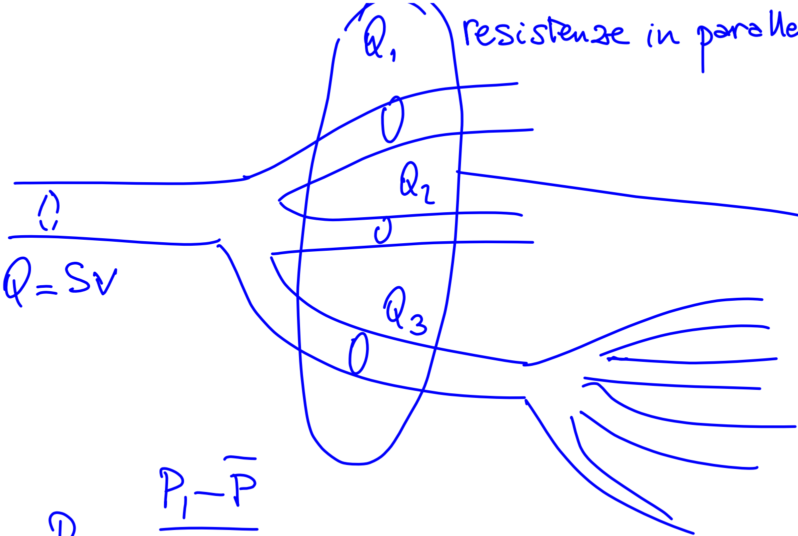


Resistenza di un condotto :

$$P_1 \neq P_2 \qquad R = \frac{\Delta P}{Q} = \frac{P_1 - P_2}{Q}$$

Q = portata

resistenze in parallelo



$Q = Sv$

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

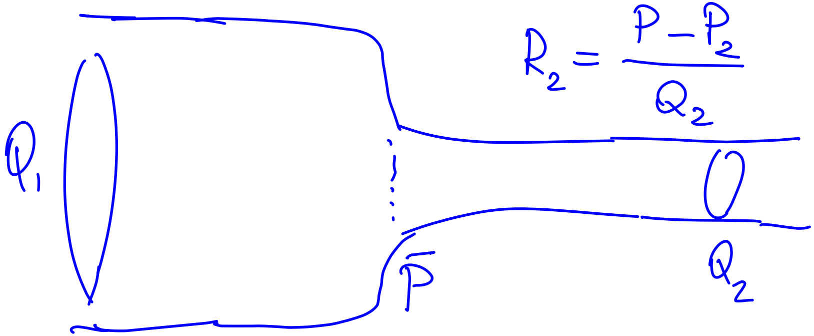
R_{tot}

$$\frac{1}{R_{tot}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$R_1 = \frac{P_1 - \bar{P}}{Q_1}$$

$$Q_1 = Q_2$$

$$R_2 = \frac{\bar{P} - P_2}{Q_2}$$



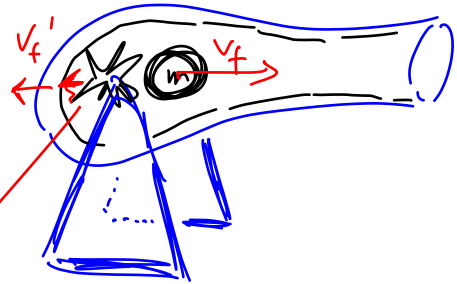
resistenze in Serie

Resistenza totale:

$$R_{tot} = \frac{P_1 - P_2}{Q} =$$

$$= \frac{P_1 - \bar{P} + \bar{P} - P_2}{Q} = R_1 + R_2$$

Es. 3.8 Cannone $M = 1500\ Kg$ spara un proiettile di $m = 10\ Kg$ a una velocità $v_f = 1000 \frac{m}{s}$



polvere da sparo

Calcolare la velocità di rinculo v_f' del cannone

Non si conserva l'energia di palla + cannone

Si conserva sicuramente la quantità di moto

Situazione iniziale: tutto fermo $v_i = 0$ (palla)

$v_i' = 0$ (cannone)

$v_{\text{polvere da sparo}} = 0$

$$p = m v_i + M v_i' + (\text{polv. sp.}) = 0$$

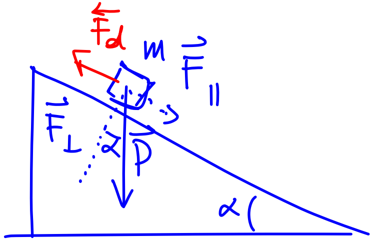
$$= m v_f + M v_f'$$

$$m v_f = - M v_f'$$

$$v_f' = -v_f \frac{m}{M} = -\frac{\cancel{1000}^{20}\ m}{s} \frac{\cancel{10}\ \cancel{kg}}{\cancel{1500}_{3}\ \cancel{kg}} = -6{,}67\ \frac{m}{s}$$

Es.: 2.3 Sciatore in discesa

Calcolare l'accelerazione con cui scende



$\alpha = 30^\circ = \frac{\pi}{6}$

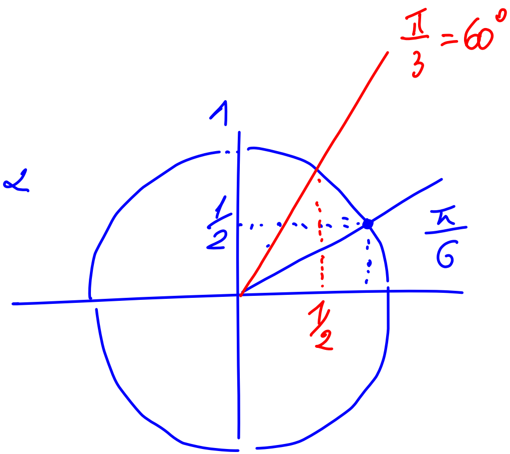
$|F_d| = \mu_d |F_\perp|$

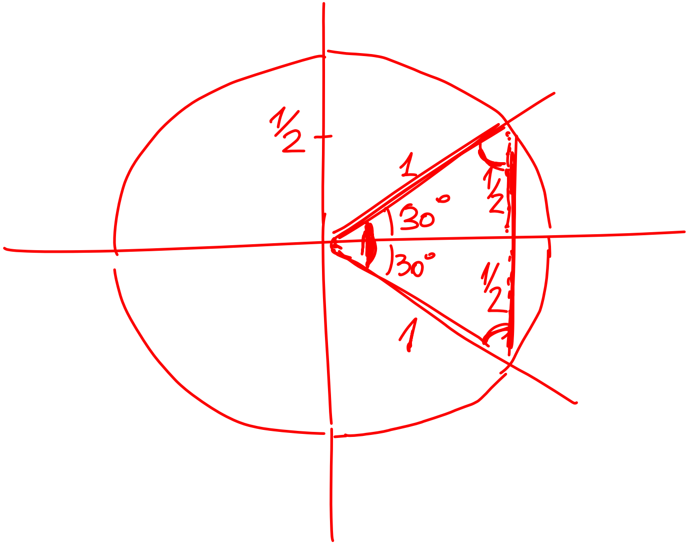
$\mu_d = 0.12$ coeff. d'attrito dinamico

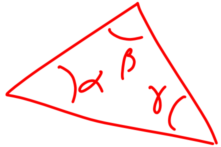
$$\vec{P} = m\vec{g} = \vec{F}_\perp + \vec{F}_\parallel$$

$|F_\perp| = mg \cos\alpha$ $\quad |F_\parallel| = mg \operatorname{sen}\alpha$

$\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$ $\quad \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$







$\alpha + \beta + \gamma = 180°$

equilatero : $\alpha = \beta = \gamma = 60°$

$\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = ?$

$\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$

$\operatorname{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$\operatorname{sen}\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha}$

$\cos\alpha = \sqrt{1-\operatorname{sen}^2\alpha}$

$$\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{1-\left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{1-\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$F_{tot} = m\, a_{\parallel} = F_{\parallel} - F_d = mg \operatorname{sen}\alpha - \mu_d\, mg \cos\alpha$$

$$a_{\parallel} = g\,(\operatorname{sen}\alpha - \mu_d \cos\alpha) =$$

$$= 10\,\frac{m}{s^2}\left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\,0.12\right) \simeq 4\, m/s^2$$

Calcolare la velocità raggiunta dopo $t = 5\,s$ partendo da fermo (vel. iniz. $= 0$)

accel. = variaz. velocità nell'unità di tempo

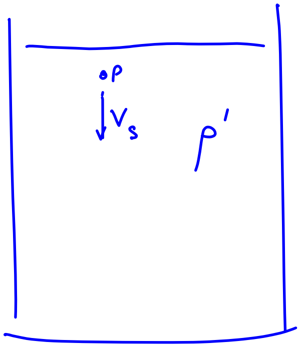
$$v_{\parallel} = a_{\parallel}\, t = 4\,\frac{m}{s^{\cancel{2}}} \cdot 5\,\cancel{s}$$

$$= 20\,\frac{m}{s}$$

Es.: 3.9

Calcolare la velocità di sedimentazione v_s per corpuscoli di raggio $r = 0.1$ mm, densità $\rho = 1.1 \frac{gr}{cm^3}$, in un liquido di densità $\rho' = 1 \frac{gr}{cm^3}$ e coeff. di viscosità $\eta = 0.01$ poise $= 0.01 \frac{gr}{cm \cdot s}$ (in gravità $\vec{g}$)

Legge di Poiseuille $\vec{F}_v = -6\pi\eta r \vec{v}$



$$v_s = \frac{-g + g\frac{\rho'}{\rho}}{\frac{9\eta}{2\rho r^2}} = \frac{2g\left(\frac{\rho'}{\rho} - 1\right)\rho r^2}{9\eta} =$$

$$= \frac{2}{9\eta} g r^2 (\rho' - \rho) =$$

$$= \frac{2 \cdot \cancel{cm} \cdot \cancel{s}}{g \cdot 0.01\,\cancel{gr}} \; \frac{10\,m}{s^{\cancel{2}}} \; (0.1\,mm)^2 \; (1 - 1.1) \; \frac{\cancel{gr}}{cm^{\cancel{3}\,2}} =$$

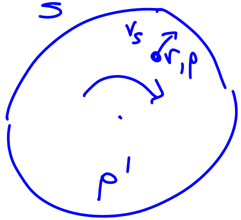
$$= \frac{2}{g} \; \frac{10}{0.01} \; (0.1)^2 \; (-0.1) \; \frac{100\,cm}{s} \; \frac{\left(\frac{cm}{10}\right)^2}{cm^2} =$$

$$= \frac{2}{g} \; \frac{\cancel{10}}{\frac{1}{\cancel{100}}} \; \cancel{\left(\frac{1}{10}\right)^2} \; \left(-\frac{1}{\cancel{10}}\right) \; \frac{\cancel{100}\,cm}{s} \; \frac{\cancel{cm^2}\,\cancel{\left(\frac{1}{10}\right)^2}}{\cancel{cm^2}} =$$

$$= -\frac{2}{g} \; \frac{cm}{s} = -0.22 \; \frac{cm}{s}$$

Es. 3.10 centrifuga

movimento radiale



$\eta = 0.01$ poise

<u>Calcolare v_s</u>

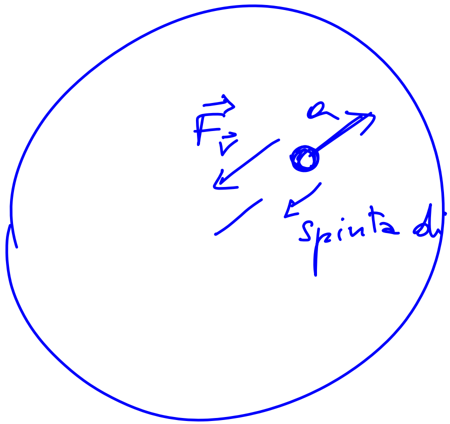
corpuscolo $r = 0.01$ mm $\rho = \frac{2\,gr}{cm^3}$ in fluido di $\rho' = \frac{1\,gr}{cm^3}$

centrifuga : 1000 giri al minuto = ω

accelerazione centrifuga

distanza dal centro $R = 50$ cm

$a = \omega^2 R$



$$v_s = \frac{2 a r^2}{9 \eta} (\rho' - \rho)$$

$$\omega = \text{velocità angolare} = \frac{\text{angolo}}{\text{unità di tempo}} = \frac{100\cancel{0} \cdot \cancel{2}\pi}{\cancel{6}\cancel{0}_{3} \, s} =$$

$$\simeq 105 \, \frac{1}{s} = 105 \, Hz$$

$$a = \frac{(105)^2}{s^2} \, 50 \text{ cm} = 5.5 \cdot 10^5 \, \frac{\text{cm}}{s^2}$$

$$V_s = \frac{2}{g} \frac{5.5 \cdot 10^5 \frac{cm}{s^{\cancel{2}}} \; \cancel{cm \cdot s}}{0.01 \; \cancel{gr}} \left(\frac{1}{1000}\cancel{cm}\right)^2 (-1) \frac{\cancel{gr}}{\cancel{cm^3}} =$$

$$= -\frac{2}{g} \frac{5.5 \cdot \cancel{10^5}}{\frac{1}{10\cancel{0}}} \frac{1}{\cancel{10^6}} \frac{cm}{s} =$$

$$= -\frac{2}{g} 5.5 \cdot 10 \frac{cm}{s} = -\frac{110}{g} \frac{cm}{s} \simeq -12.2 \frac{cm}{s}$$

$$a = 5.5 \cdot 10^5 \frac{cm}{s^2} \qquad \frac{a}{g} = \frac{5.5 \cdot 10^{\cancel{5}\,2}}{\cancel{10^3}} = 550$$

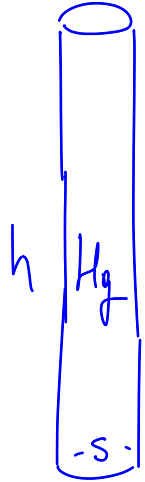
$$g = 10 \frac{m}{s^2} = \frac{1000}{s^2} cm \qquad a = 550\, g \;\; !!$$

Es. 6.2

CGS		MKS	
$\frac{gr}{cm\, s^2} = \text{baria}$		$\text{Pascal} = \frac{kg}{m \cdot s^2}$	pressione
$\frac{gr \cdot cm}{s^2} = \text{dyne}$		$\text{Newton} = \frac{kg \cdot m}{s^2}$	forza
$\frac{gr \cdot cm^2}{s^2} = \text{erg}$		$\text{Joule} = \frac{kg \cdot m^2}{s^2}$	energia

1 atmosfera = pressione di una colonna di mercurio alta $h = 76\, cm$ (a °C)

$$\rho_{Hg} = 13.6 \frac{gr}{cm^3} \qquad \rho_{H_2O} \simeq \frac{1\, kg}{dm^2} = \frac{\cancel{1000}\, gr}{(\cancel{10}\, cm)^3} = \frac{1\, gr}{cm^3}$$



$$\text{peso} = \rho_{Hg}\, S\, h\, g$$

$$\text{pressione } (1 \text{ atm}) = \frac{\text{peso}}{S} = \rho_{Hg}\, h\, g =$$

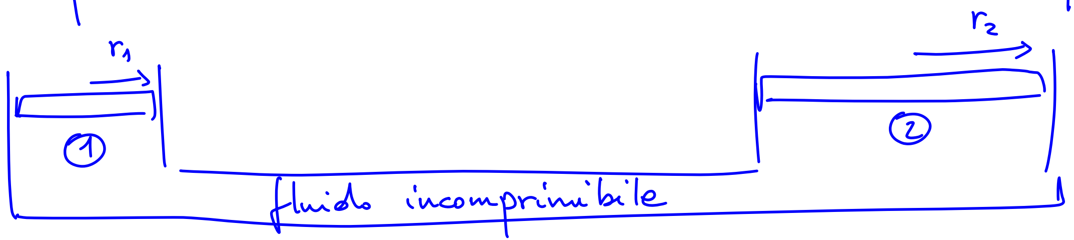
$$= 13.6 \ \frac{gr}{cm^{\cancel{3}\,2}} \ 76 \ \cancel{cm} \ \frac{9.81 \cdot 100 \ \cancel{cm}}{s^2} =$$

$$= 13.6 \cdot 76 \cdot 9.81 \cdot 100 \ \underbrace{\frac{gr}{cm \cdot s^2}}_{\text{baria}} =$$

$$\simeq 10^6 \text{ barie} \simeq 10^5 \text{ Pascal}$$

$$1 \text{ baria} = 1 \ \frac{gr}{cm \cdot s^2} = 1 \ \frac{kg \cdot 1\cancel{00}}{10\cancel{00} \cdot m \cdot s^2} = \frac{1}{10} \text{ Pascal}$$

Esempio 6.1 Leva idraulica o elevatore a pressione



pistoni circolari

$r_1 = 6$ cm $\quad r_2 = 24$ cm

Quale forza devo esercitare su 1 se voglio sollevare in 2 un'auto di 1529 Kg $= M$

Pascal: la pressione è la stessa in tutti i punti del fluido

$$P_1 = P_2 = \frac{F_2}{S_2} = \frac{Mg}{\pi r_2^2}$$

$$\parallel$$

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_1}{\pi r_1^2}$$

$$F_1 = \frac{\cancel{\pi} r_1^2 \, Mg}{\cancel{\pi} r_2^2} = \frac{(6 \cancel{cm})^2}{(24 \cancel{cm})^2} \, 1529 \, Kg \; 10 \, \frac{m}{s^2} =$$

$$= \frac{\cancel{6} \cdot \cancel{6}}{\cancel{6} \cdot 4 \cdot \cancel{6} \cdot 4} \cdot 15290 \, \frac{Kg\, m}{s^2} =$$

$$\simeq 955 \, N \quad \text{traduciamolo in peso (massa)}$$

$$\parallel$$

$$m_1 g \qquad m_1 = \frac{955 \, \frac{Kg \, \cancel{m}}{\cancel{s^2}}}{10 \, \frac{\cancel{m}}{\cancel{s^2}}} \simeq 95.5 \, Kg$$

Esempi 6.3, 6.4

Esercizi: 6.1, 6.7

Temperatura = misura del moto microscopico di atomi, molecole

In gas (perfetto)

la velocità più probabile è $v = \sqrt{\frac{2k_bT}{m}}$

m = massa della molecola k_B = costante di Boltzmann

$$K = \frac{mv^2}{2} = \frac{\cancel{m}}{\cancel{2}} \frac{\cancel{2}k_BT}{\cancel{m}} = k_BT$$

T = temperatura in °K gradi Kelvin

$$k_B = 1.381 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Joule}}{°K}$$

$T = 0 \Rightarrow v = 0$: tutte le molecole sono ferme
zero assoluto

Gradi Celsius = gradi Kelvin − 273

temperatura in gradi Celsius =

temperatura in gradi Kelvin − 273

$0\,°C = 273\,°K$

Gas perfetto se gli atomi o le molecole NON interagiscono tra loro. Non c'è energia potenziale, ma solo energia cinetica

$$K = \sum_i \frac{m_i}{2} \vec{v}_i^{\,2}$$

$$\vec{v}^{\,2} = \vec{v} \cdot \vec{v} = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 = |\vec{v}|^2$$

Le velocità degli atomi hanno una certa distribuzione

La distribuzione di velocità è la funzione che mi dice quanti atomi hanno la velocità v

$f(v)\,\Delta V_x\,\Delta V_y\,\Delta V_z$ = frazione di atomi con velocità

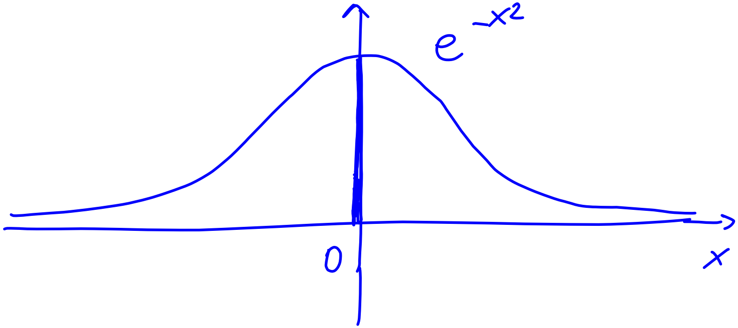
che ha componente x compresa tra V_x e $V_x + \Delta V_x$

y " " V_y e $V_y + \Delta V_y$

z " " V_z e $V_z + \Delta V_z$

Nel caso del gas perfetto la distribuzione di velocità è Gaussiana

$$f(x) = e^{-\frac{x^2}{2}c} \qquad c = \text{costante} > 0$$



velocità media $\quad v_m = \sqrt{\dfrac{3 k_B T}{m}} \qquad \dfrac{m v_m^2}{2} = K_m = \dfrac{3}{2} k_B T$

$k_B = 1.381 \cdot 10^{-23} \dfrac{J}{°K} \qquad T \geqslant 0$

°C gradi Celsius $\qquad$ 0 °C : coesistono acqua e ghiaccio

100 °C : " " e vapore

$T_{Celsius} \geqslant -273\ °C$

Equazione di stato: lega pressione, volume, la temperatura
P V T

e il numero di atomi
N

1 mole di un gas = quantità di gas che ha una massa in grammi uguale al numero di massa della molecola del gas

di massa = # protoni + # neutroni = # nucleoni

H idrogeno

massa = 1

1 mole di H = quantità di H che pesa 1 gr

C_{12} 6 protoni + 6 neutroni

1 mole di C_{12} = quantità di C_{12} che pesa 12 gr

$1 \text{ mole} = N_A \text{ molecole}$ $\qquad N_A = \#$ di Avogadro $=$

$$= 6.022 \cdot 10^{23}$$

Legge di stato dei gas perfetti : $\qquad PV = N \kappa_B T$

$n = \#$ di moli $\qquad\qquad = R\, n\, T$

$$R = 8.315 \frac{J}{{}^\circ K}$$

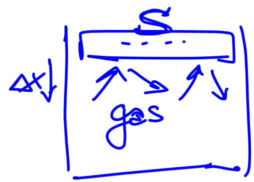
$$N \kappa_B = R n \qquad N_A \cancel{n} \kappa_B = R \cancel{n}$$

$$N = N_A n \qquad \boxed{N_A \kappa_B = R}$$

$$6.022 \cdot \cancel{10^{23}} \cdot 1.381 \cdot \cancel{10^{-23}} \simeq 8.315$$

$$\boxed{PV = nRT}$$

$P \cdot \text{Volume} = \text{energia}$

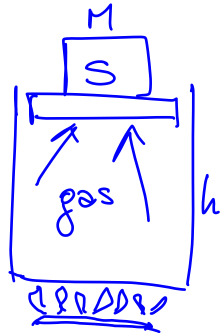


$$P = \frac{F}{S} \qquad V = S \cdot \Delta x$$

$$PV = F \cdot \Delta x$$

Lavoro $\quad dL = F \cdot dx$

gas $\quad dL = P \cdot dV = \frac{F}{S} S dx$



$V = Sh$

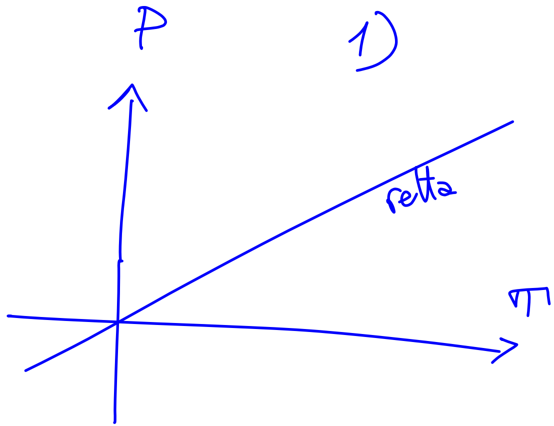
Trasformazioni :

1) isocora : $V =$ costante

2) isobare : $P =$ costante

3) isoterme : $T =$ costante

1) $P = \frac{nR}{V} T \qquad P = \text{cost.}\ T$

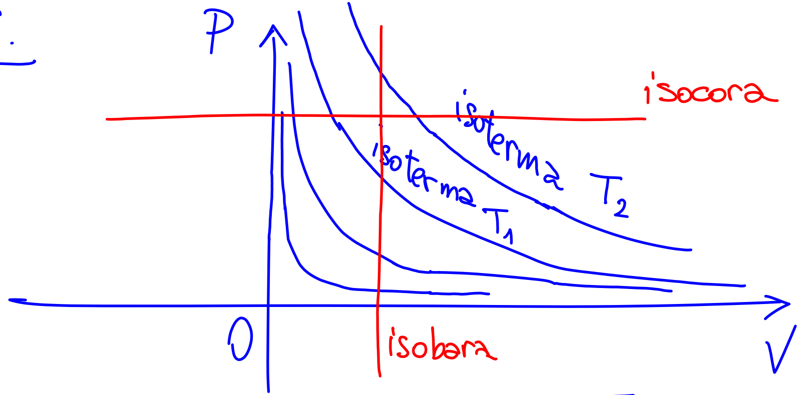


2) $V = \frac{nR}{P} T \qquad V = \text{cost.}\ T$

3) $PV = \text{cost.} \qquad P = \frac{\text{cost.}}{V}$ ✓

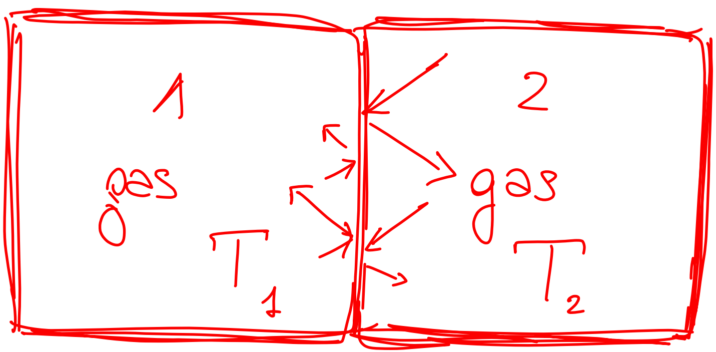
3) $P = \dfrac{\text{cost.}}{V}$

$f(x) = \dfrac{1}{x}$



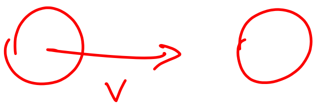
$T_2 > T_1$

$\text{cost.} = nRT$

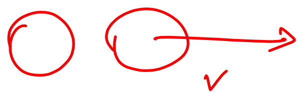


Se $T_1 \neq T_2$ si dice che siamo fuori dall'equilibrio (termico)

prima



dopo



Raggiungono l'equilibrio termico quando $T_1' = T_2'$

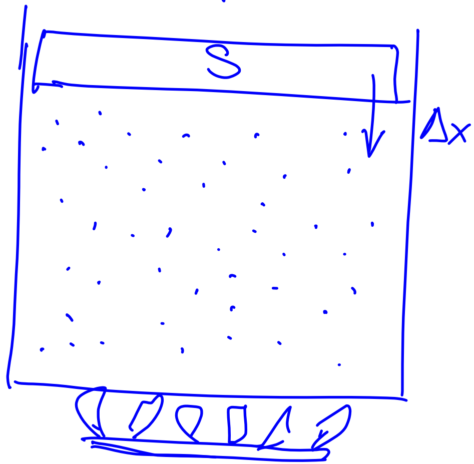
La quantità di energia scambiata da un sistema con l'ambiente esterno o altro sistema dovuta a una differenza di temperatura si chiama calore

Termodinamica

Primo principio:

Ogni sistema possiede un'energia interna E_{int} e la variazione infinitesima δE_{int} di energia interna è la somma tra il calore δQ fornito dall'esterno e il lavoro δL fatto dalle forze esterne sul sistema

$$\delta E_{int} = \delta Q + \delta L$$



Esempio: Gas perfetto (monoatomico)

$$E_{int} = K = \sum_i \frac{m_i v_i^2}{2} =$$

$$= \frac{m}{2} v_m^2 N = N_A n \frac{\cancel{m}}{2} \frac{3 k_B T}{\cancel{m}} =$$

$$= \frac{3}{2} n N_A k_B T = \frac{3}{2} n R T$$

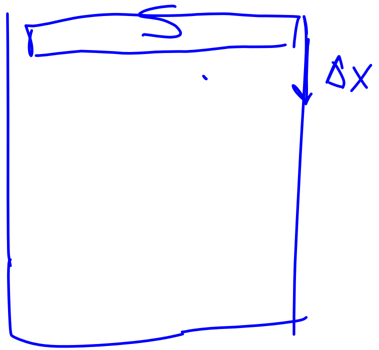
biatomico

$$E_{int} = \frac{5}{2} n R T$$

4) Trasformazioni adiabatiche: senza scambio di calore con l'esterno: $\delta Q = 0$

$$P V^{\gamma} = \text{cost.} \qquad \gamma = \text{cost.} \qquad P = \frac{\text{cost.}}{V^{\gamma}}$$

$\delta Q = 0 \quad \Rightarrow \quad \delta E_{int} = \cancel{\delta Q} + \delta L = \delta L =$



$= F\, dx = \dfrac{F}{S}\, \underline{S\, dx} =$

forza esterna

$\delta, \Delta, d \qquad = -P\, dV$

$E_{int} = \dfrac{3}{2} n R T = C\, T$

(monoatomico)

$\delta E_{int} = C\, \delta T$

$dE_{int} = \boxed{C\, dT} = dL = \boxed{-P\, dV}$

dividido per dV

$$C \frac{dT}{dV} = -P$$

$$PV = nRT \qquad T = \frac{PV}{nR} \qquad P = P(V)$$ da trovare

$$C\frac{dT}{dV} = -P \qquad T = T(V) = \frac{P(V)\,V}{nR}$$

$V =$ incognita x

$$\frac{C}{nR}\left[P + \frac{dP}{dV}V\right] = -P$$

$$P(V) = f(x)$$

$$T = \frac{x\,f(x)}{nR}$$

$$P + VP' = -\frac{nR}{C}P$$

$$P' = \frac{dP}{dV} = f'$$

$$VP' = -P - \frac{nR}{C}P -$$

$$= -\underbrace{\left(1 + \frac{nR}{C}\right)}_{\text{costante}}P \qquad \text{costante} = \gamma$$

$$VP' = -\gamma P$$

$$x f' = -\gamma f$$

$$x f' = -\gamma f \qquad x \frac{f'}{f} = -\gamma \qquad \boxed{\frac{f'}{f} = -\frac{\gamma}{x}}$$

$\frac{f'}{f}$ ha come primitiva $\ln f$

$\frac{1}{x}$ " " " $\ln x$

prendo la primitiva dei due membri

Se f_1 e f_2 hanno la stessa derivata $(f_1' = f_2')$ allora $f_1 - f_2$ ha derivata nulla, quindi è costante: $f_1 - f_2 = \text{cost.}$, $f_1 = f_2 + \text{cost.}$

le primitive di $\frac{f'}{f}$ e $-\frac{\gamma}{x}$ differiscono al più per una costante

$a \ln x = \ln x^a$

$\ln x^2 = \ln(x \cdot x) =$
$= \ln x + \ln x =$
$= 2 \ln x$

$$\ln f(x) = -\gamma \ln x + \text{cost.}$$

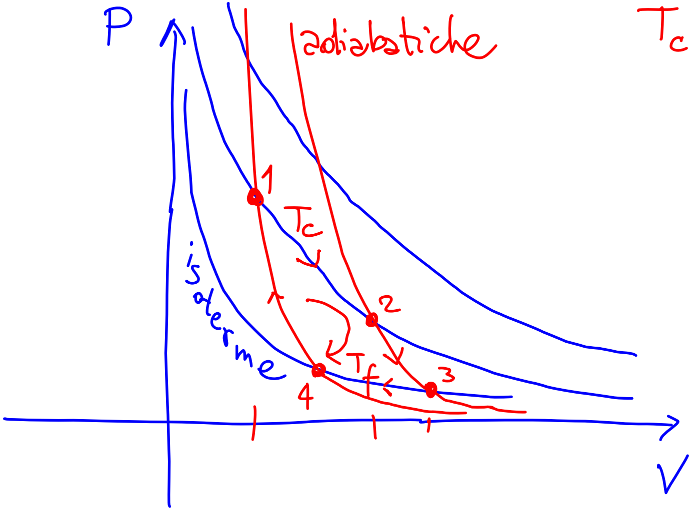
$$\ln f(x) + \gamma \ln x = \text{cost.}$$

$$\ln f(x) + \ln x^\gamma = \text{cost.}$$

$$\ln \left[f(x)\, x^\gamma \right] = \text{cost.}$$

$$f(x)\, x^\gamma = \text{cost}$$

$$P V^\gamma = \text{cost.}$$



$T_c > T_f$

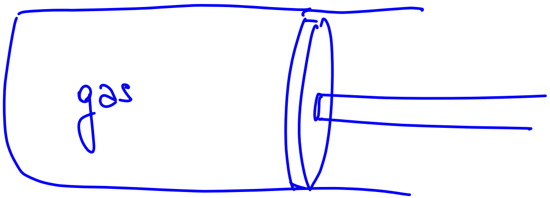
Ciclo di Carnot

$1 \to 2$ espansione isoterma

$2 \to 3$ " adiabatica

$3 \to 4$ compressione isoterma

$4 \to 1$ " adiabatica



$$\eta = 1 - \frac{T_f}{T_c} < 1$$

Secondo principio della termodinamica

1 Kelvin Non può esistere una macchina che trasformi calore in lavoro (operando ciclicamente) assorbendo il calore da un solo termostato

Termostato, sistema che mantiene costante la temperatura

2. Clausius: non è possibile che il calore passi spontaneamente (senza lavoro esterno) da un oggetto più freddo a uno più caldo

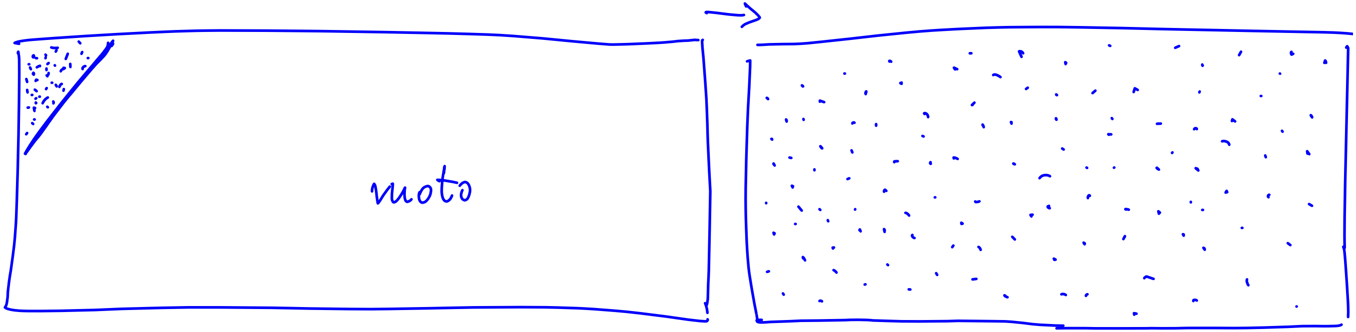
3ª formulazione : legge dell'aumento dell'entropia

l'entropia di un sistema isolato non può mai diminuire

L'entropia : misura il # di configurazioni possibili di un sistema

"è misura del grado di disordine di un sistema"

irreversibilità



Lemma di ricorrenza di Poincaré : un sistema isolato torna infinite volte arbitrariamente vicino alla configurazione iniziale

Esempio 8.5 una macchina termica assorbe

$Q_c = 5 \cdot 10^3$ J in un ciclo e trasferisce

$Q_f = 3.5 \cdot 10^3$ J a un serbatoio freddo

a) calcolare il lavoro utile

b) calcolare il rendimento

a) $\delta E_{int} = \delta Q + \delta L$ se faccio un ciclo $\delta E_{int} = 0$

$\delta Q = -\delta L$ Lavoro utile $= Q_c - Q_f = 1.5 \cdot 10^3$ J

b) $$\eta = \frac{\text{Lavoro utile}}{\text{energia spesa}} = \frac{Q_c - Q_f}{Q_c} = 1 - \frac{Q_f}{Q_c}$$

$$= 1 - \frac{3.5 \cdot \cancel{10^3 J}}{5 \cdot \cancel{10^3 J}} = \frac{1.5}{5} = \frac{3}{10} = 0.3 = 30\%$$

$$\eta_{reale} = 1 - \frac{Q_f}{Q_c}$$

Q_f = calore scambiato col termostato freddo

Q_c = calore scambiato col termostato caldo

$$\eta_{ideale} = 1 - \frac{T_f}{T_c}$$

$$\eta_{reale} \leq \eta_{ideale}$$

Esempio 8.6 macchina a vapore

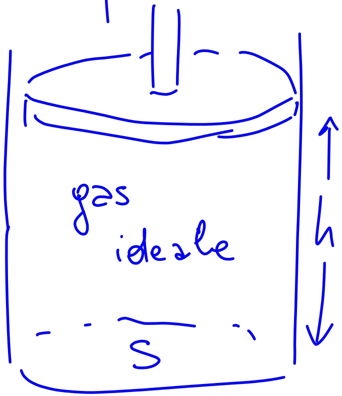
Temperatura caldaia $= T_c = 600\,°K$

temperatura di scarico dell'aria $= T_f = 295\,°K$

Qual è il rendimento massimo (se la macchina fosse un ciclo di Carnot con un gas perfetto)?

$$\eta_{ideale} = 1 - \frac{T_f}{T_c} = 1 - \frac{295}{600} = \frac{305}{600} \sim 51\,\%$$

Esempio 7.1



isoterma a $T = 300°K$

pressione iniziale è $p_i = 100\ kPa$

$h_i = 20\ cm$

A quale altezza finale h_f la pressione è $p_f = 150\ kPa$

$$PV = nRT \qquad V = Sh \qquad \cancel{S} \quad \cancel{n}$$

$$P_i S h_i = nRT = P_f S h_f \implies P_i h_i = P_f h_f$$

$$h_f = \frac{P_i h_i}{P_f} = h_i \frac{P_i}{P_f} = h_i \frac{\overset{2}{\cancel{100}}}{\underset{3}{\cancel{150}}} = \frac{40}{3}\ cm = 13.3\ cm$$

Esempio 7.2 isobara gas ideale $P_i = P_f = P$

$V_i = 4$ litri $T_i = 20\ °C$

$110 + 273 = 383$

Calcolare V_f se $T_f = 110\ °C$

$20 + 273 = 293$

$PV = nRT$

$PV_i = nRT_i$

$PV_f = nRT_f$

$$\frac{V_i}{V_f} = \frac{T_i}{T_f}$$

$$V_f = V_i \frac{T_f}{T_i} = 4 \text{ litri } \frac{383\ °\cancel{K}}{293\ °\cancel{K}} =$$

$$= 5.2 \text{ litri}$$

Esempio 8.1 gas perfetto

$p_i = 0.25 \cdot 10^5\ Pa$ $p_f = 1.2 \cdot 10^5\ Pa$

$V_i = 12\ m^3$ $V_f = 2.5\ m^3$

Calcolare il lavoro fatto dalle forze esterne nei 2 casi:

a) andare da (i) a (f) a temperatura costante

b) fare 2 passaggi: isobara + isocora

Lavoro infinitesimo forze esterne $\underline{\underline{dL = -P\,dV}}$

$$F_{ext}\,dx = \frac{F_{ext}}{S} S\,dx = P_{ext}\,dV = -P\,dV$$

$$\frac{dL}{dV} = -P$$

$$\frac{df}{dx} = -\frac{nRT}{x}$$

a) $PV = nRT = \text{costante}$

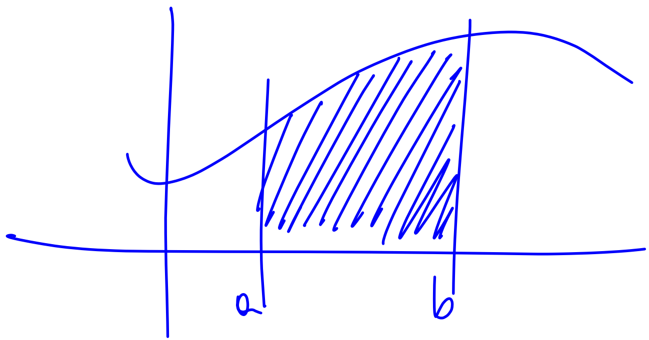
$$P = \frac{nRT}{V} \qquad \frac{dL}{dV} = -\frac{nRT}{V}$$

$$\Rightarrow \quad L(V) = -nRT \ln V + C$$

$$i) \to f) \; : \quad \underbrace{L(V_f) - L(V_i)} = -nRT \ln V_f + \cancel{C} - \left(-nRT \ln V_i + \cancel{C}\right)$$

$$= -nRT \left(\ln V_f - \ln V_i\right) =$$

$$= -nRT \ln \frac{V_f}{V_i}$$



$$nRT = P_i V_i = P_f V_f = 0{,}25 \cdot 10^5 \; Pa \cdot 12 \; m^3 =$$

$$= 3 \cdot 10^5 \; J = 1.2 \cdot 10^5 \; Pa \cdot 2.5 \; m^3 \quad \text{ok}$$

$$\text{Lavoro} = -nRT \ln \frac{V_f}{V_i} = -3 \cdot 10^5 J \ln \frac{2.5 \cancel{m^3}}{12 \cancel{m^3}} = 4{,}7 \cdot 10^5 J$$

b) isobara $P_i \quad V_i \longrightarrow P_i \quad V'$

isocora $P_i \quad V' \longrightarrow P_f \quad V_f$

$V' = V_f$

1) isobara $P_i \quad V_i \longrightarrow P_i \quad V_f$ $\qquad dL = -P\,dV$

2) isocora $P_i \quad V_f \longrightarrow P_f \quad V_f$ $\qquad dL = \cancel{-P\,dV}$ $\quad dV = 0$

2) non fa lavoro

1) $dL = -P_i\,dV$ $\qquad \dfrac{dL}{dV} = -P_i = \text{costante}$

$$L(V) = -P_i V + C$$

Lavoro fatto durante 1) $= L(V_f) - L(V_i) =$

$$= -P_i V_f + \cancel{C} - \left(-P_i V_i + \cancel{C}\right)$$

$$= P_i (V_i - V_f) = 0.25 \cdot 10^5 \, Pa \, (12 - 2.5) \, m^3$$

$$= 2.4 \cdot 10^5 \, J$$

Fare Es. 7.1

Capitoli 1,2,3 completi

4.1 Le forze
4.2 Il momento di una forza
4.3 Condizioni di equilibrio traslazionale e rotazionale
4.4 Composizione di forze parallele: il baricentro

5.1 Forze e campi di forza
5.2 Lavoroed energia
5.3 Energia cinetica e teorema dell'energia cinetica
5.4 Energia potenziale e forze conservative
5.5 Conservazione dell'energia meccanica
5.7 Potenza e rendimento

6.1 Equilibrio di un fluido
6.2 Misura della pressione
6.5 Dinamica dei fluidi perfetti
6.6 Regime laminare e regime turbolento
6.7 Idrodinamica della circolazione del sangue

7.2 Legge dei gas perfetti
7.3 Leggi dei gas reali (cenni)

8.1 Sistema e stato termodinamico
8.2 Trasformazioni termodinamiche
8.3 Lavoro in termodinamica
8.4 Calore e temperatura. Principio zero
8.5 Energia interna. Calore e primo principio della termodinamica
8.7 Capacità termica e calori specifici
8.8 Trasformazioni di stato e calori latenti
8.9 Secondo principio della termodinamica

10.1 Perturbazioni e modello ondulatorio
10.2 Legge di propagazione delle onde
10.3 Interferenza delle onde
10.4 Onde stazionarie

11.1 Natura della luce e principio di Huigens
11.2 Leggi della riflessione e rifrazione
11.3 La dispersione della luce e il prisma
11.4 Il diottro
11.5 Le lenti sottili

12.1 Microscopio e ingrandimento (primi paragrafi)

13.2 La carica elettrica
13.3 La legge di Coulomb. Princ. di sovrapposizione
13.4 Il campo elettrico. Linee di campo+Esempio 13.5

Paragrafi 13.6 13.8 13.9 13.10 13.11

Due corpi a contatto si scambiano calore fino ad uguagliare le loro temperature

Il corpo più freddo assorbe calore da quello più caldo

La quantità di calore Q assorbita da un corpo è proporzionale alla sua massa m e alla variazione di temperatura

$$Q = c\, m\, (T_f - T_i)$$

c calore specifico

T_i temperatura iniziale

T_f " finale

$c\, m$ si chiama capacità termica

$$C = \frac{Q}{m \Delta T} = \frac{J}{kg \cdot °K}$$

1 caloria = quantità di calore assorbita da 1 gr d'acqua a 14.5 °C per innalzare la sua temperatura di 1 °C

1 caloria = 4.18 J

calore specifico dell'acqua in calorie

$$C_{H_2O} = \frac{Q}{m \cdot °C} = 1 \frac{cal}{gr \cdot °C}$$

Esempi $\quad C \left(\frac{J}{Kg \cdot °C} \right)$

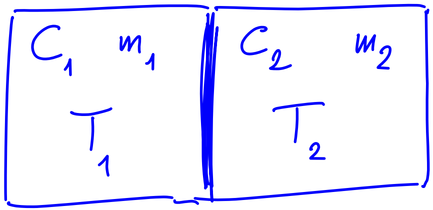
oro	129	ferro	448	
alluminio	900	ghiaccio	2090	a $-5°C$
		acqua	4186	a $15°C$

$$C_{H_2O} = \frac{4186\ J}{1000\ gr \cdot °C} \sim 4.186 \frac{J}{gr \cdot °C}$$

$$\sim 1 \frac{cal}{gr \cdot °C}$$

Nei gas vale una legge simile, ma bisogna distinguere un calore specifico C_p a pressione e uno C_V a volume costante

Temperatura di equilibrio



Trovare la temperatura T_f di equilibrio

Calori assorbiti :

$$Q_1 = C_1 m_1 (T_f - T_1) \qquad Q_2 = C_2 m_2 (T_f - T_2)$$

$$Q_1 + Q_2 = 0 = c_1 m_1 (T_f - T_1) + c_2 m_2 (T_f - T_2) =$$

$$= T_f (c_1 m_1 + c_2 m_2) - c_1 m_1 T_1 - c_2 m_2 T_2$$

$$T_f = \frac{c_1 m_1 T_1 + c_2 m_2 T_2}{c_1 m_1 + c_2 m_2}$$

Posso usare sia °C che °K

$$C^\circ \longrightarrow {}^\circ K \qquad T_{^\circ C} = T_{^\circ K} - 273$$

$$T_f = \frac{c_1 m_1 T_1 + c_2 m_2 T_2}{c_1 m_1 + c_2 m_2}$$

Siano tutti °C

$$\frac{c_1 m_1 (T_{1\,^\circ K} - 273) + c_2 m_2 (T_{2\,^\circ K} - 273)}{c_1 m_1 + c_2 m_2} =$$

$$= \underbrace{\frac{c_1 m_1 T_{1\,^\circ K} + c_2 m_2 T_{2\,^\circ K}}{c_1 m_1 + c_2 m_2}}_{= T_{f\,^\circ K}} - 273$$

Esercizio 8.4 A 1 litro d'acqua a 70 °C viene aggiunto $\frac{1}{2}$ litro d'acqua a 300 °C

Trovare la temperatura di equilibrio

$$V_1 = 1\,\ell \qquad T_1 = 70\ °C \qquad c_1 = c_2 = c_{H_2O}$$

$$V_2 = \frac{1}{2}\,\ell \qquad T_2 = 300\ °C \qquad m_1 = \rho V_1 \quad m_2 = \rho V_2$$

$$T_f = \frac{\cancel{c_1} m_1 T_1 + \cancel{c_2} m_2 T_2}{\cancel{c_1} m_1 + \cancel{c_2} m_2} = \frac{\cancel{\rho} V_1 T_1 + \cancel{\rho} V_2 T_2}{\cancel{\rho} V_1 + \cancel{\rho} V_2} =$$

$$= \frac{V_1 T_1 + V_2 T_2}{V_1 + V_2} = \frac{1 \cdot 70\,°C + \frac{1}{2}\,300\,°C}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{220}{\frac{3}{2}}\ °C =$$

$$= 146.7\ °C$$

Cambiamenti di stato
(transizioni di fase)

solido
liquido
gassoso

calore latente di fusione

calore latente di evaporazione

$$\boxed{Q = K\, m}$$

il calore Q assorbito dalla trasformazione è proporzionale alla massa m che viene trasformata

K = calore latente

$K \simeq$ costante durante la fusione

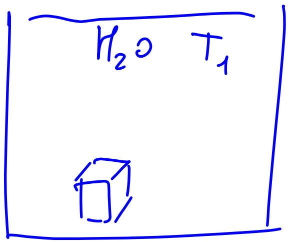
K decresce colla temperatura nell'evaporazione ghiaccio → acqua $\qquad K = \frac{80\ cal}{gr} \qquad C_{H_2O} = \frac{1\ cal}{gr \cdot {}^\circ K}$

$K\ (J/kg)$	fusione	temp di fusione	temp. evapor.
oro	$6.14 \cdot 10^4$	1063 °C	2660 °C
alluminio	$3.97 \cdot 10^5$	660 °C	2450 °C

Esercizio 8.6 $\quad$ acqua a $T_1 = 20°C \quad V_1 = 10$ litri

aggiungo $m_2 = 1\ Kg$ di ghiaccio a $T_2 = 0°C$

Trovare la temperatura finale T_f di equilibrio



Calore di fusione: $Q = K m =$

$$= \cancel{1 Kg}\ \frac{80\ Kcal}{\cancel{Kg}} = 80\ Kcal$$

L'acqua circostante si raffredda per sciogliere il ghiaccio

$$-Q = c\, m_1 (T_1' - T_1)$$

Sia T_1' la nuova temperatura

$$c = \frac{1\, cal}{gr\ °C} \qquad m_1 = \rho V_1 \qquad V_1 = 10\, \ell$$

$$\rho = \frac{1\, Kg}{\ell}$$

$$-8\cancel{0}\ \cancel{Kcal} = \frac{1\, \cancel{cal}}{\cancel{gr}\ °C}\, 1\cancel{0000}\, \cancel{gr}\, (T_1' - T_1)$$

$$m_1 = 10\, Kg$$

$$T_1' = T_1 - 8\,°C = 12\,°C$$

Adesso abbiamo $V_1 = 10\, \ell$ d'acqua a $12\,°C = T_1'$

$+ V_2 = 1\, \ell$ d'acqua a $0\,°C = T_2$

$$T_f = \frac{V_1 T_1' + V_2 T_2}{V_1 + V_2} = \frac{10\, \cancel{\ell} \cdot 12\,°C}{11\, \cancel{\ell}} \simeq 11\,°C$$

Esercizio 8.1 Consideriamo la fusione di $m = 2\,kg$ di ghiaccio. Si trova che richiede $160\,Kcal = Q$

Calcolare K = calore latente del ghiaccio e la variazione di energia interna (trascurando la variazione di volume)

$$Q = K m \qquad K = \frac{Q}{m} = \frac{\cancel{160}^{\,8}\,\cancel{K}cal}{\cancel{2}\cdot\cancel{K}gr} = \frac{80\,cal}{gr}$$

1° principio della termodinamica

$$\Delta E_{int} = Q + \Delta L \qquad \Delta L = L_f - L_i$$

ma $dL = -P\,dV$

$dV = 0 \Rightarrow dL = 0$

$$\Delta E_{int} = Q = 160\,Kcal \qquad \frac{dL}{dV} = -P$$

Esercizio 8.2 Calcolare ΔL sapendo che nella fusione il volume diminuisce dell' 8.3% a $p = 1\,atm$ = costante

$$dL = -P\,dV \qquad L(V) = -PV + C$$

$$\Delta L = L_f - L_i = -PV_f + \cancel{C} - (-PV_i + \cancel{C}) =$$

$$= P(V_i - V_f) \qquad V_f = V_i\left(1 - \frac{8.3}{100}\right)$$

$$= P\,V_i\left(\cancel{1} - \cancel{1} + \frac{8.3}{100}\right) = 1\,atm \cdot 2\,l\,\frac{8.3}{100} =$$

$$= 10^5 \frac{J}{m^3}\,2\,(dm)^3\,\frac{8.3}{100} = \cancel{10^5}^{\,2} \frac{J}{\cancel{1000}\,\cancel{dm^3}} \cdot 2\,\cancel{(dm)^3}\,\frac{8.3}{\cancel{100}} = 16.6\,J$$

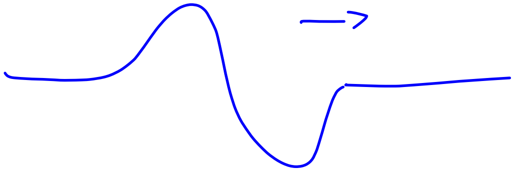
$$\simeq 4\,cal$$

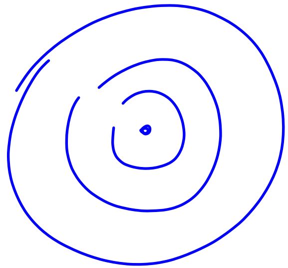
$$1\,atm \simeq 10^5\,Pa \qquad 1\,Pa = \frac{1\,J}{m^3} = P = \frac{F}{S} = \frac{F \cdot h}{S \cdot h} = \frac{\text{Lavoro}}{\text{Vol}}$$

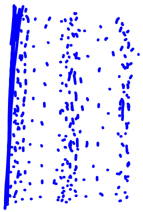
$$1\,m = 10\,dm$$

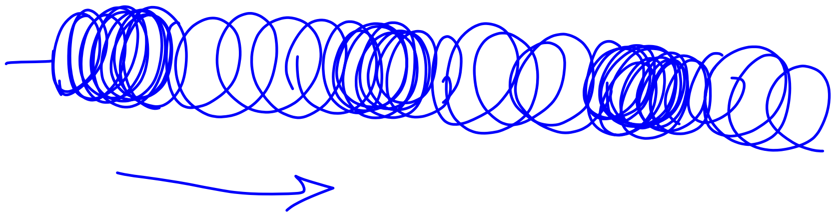
Quindi L è effettivamente trascurabile rispetto al calore di fusione Q

Onde



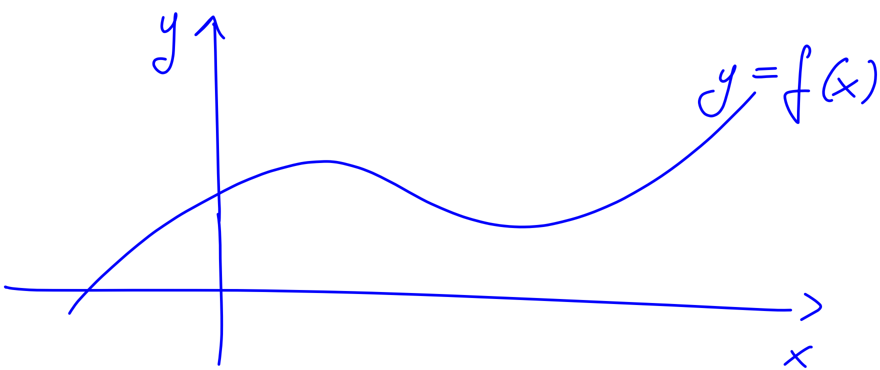




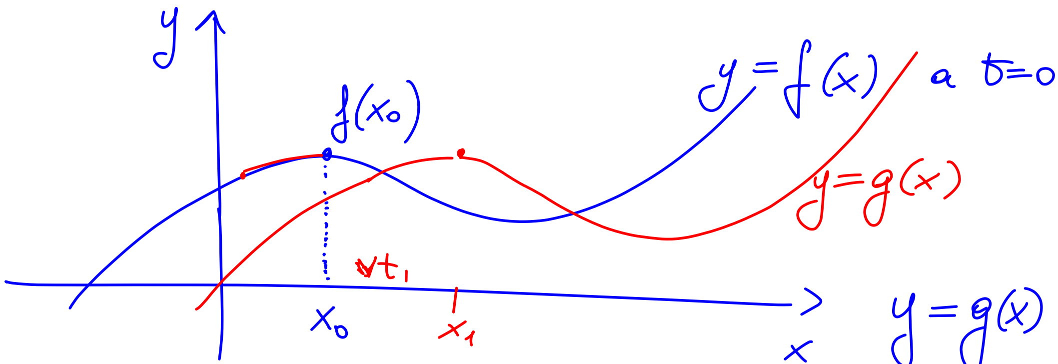


Tutte le onde in un mezzo sono descritte dalla funzione $f(x - vt)$ dove f è una funzione qualunque (profilo dell'onda) e v = velocità dell'onda nel mezzo

x = distanza percorsa nel tempo t



Data $f(x)$ qualunque, considero $f(x-vt)$



a $t = t_1$:

$$y = g(x) \equiv f(x - vt_1)$$

$\exists\, x_1$ dove $g(x_1) = f(x_0) = f(x_1 - vt_1)$ basta $x_0 = x_1 - vt_1$

$x_1 = vt_1 + x_0$

$V_{suono} = 340 \frac{m}{s}$ $\quad$ V_{luce} nel vuoto $= 300000 \frac{km}{s}$

Tutte le onde possono essere decomposte come somma di seni e coseni

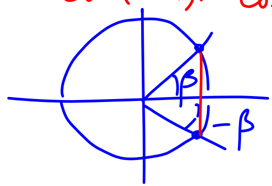
$$f(t) = \sum_\omega A_\omega \, sen(\omega t) + B_\omega \cos(\omega t)$$

$$= \sum_\omega A_\omega \, sen(\omega t + \varphi_\omega)$$

A_ω: ampiezza $\quad$ φ_ω: fase

$sen(-\alpha) = -sen\,\alpha$

$\cos(-\alpha) = \cos\alpha$



$$sen(\alpha+\beta) = sen\,\alpha \cos\beta + \cos\alpha \, sen\,\beta$$

$$sen(\alpha-\beta) = sen\,\alpha \cos\beta - \cos\alpha \, sen\,\beta$$

$$sen(\alpha+\beta) + sen(\alpha-\beta) = 2\, sen\,\alpha \cos\beta$$

$$\sum_\omega A_\omega \, \text{sen}\,(\underset{\alpha}{\omega t} + \underset{\beta}{\varphi_\omega}) = \sum_\omega A_\omega \left[\text{sen}\,(\omega t) \cos(\varphi_\omega) + \cos(\omega t)\, \text{sen}(\varphi_\omega) \right]$$

$$= \sum_\omega A'_\omega \, \text{sen}\,(\omega t) + B'_\omega \cos(\omega t)$$

$t \to x - vt$

$$A'_\omega = A_\omega \cos(\varphi_\omega) \qquad B'_\omega = A_\omega \, \text{sen}(\varphi_\omega)$$

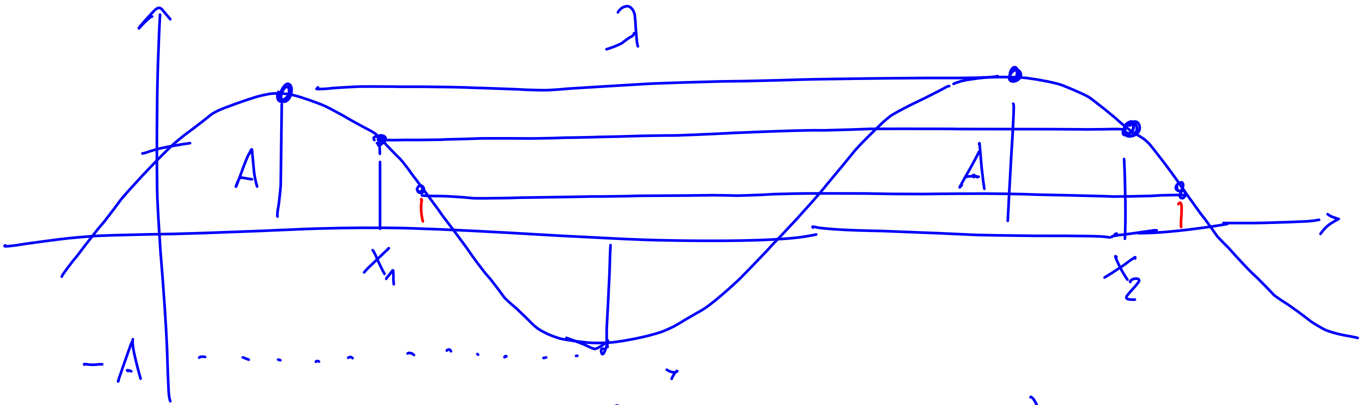
$$f(x - vt) = \sum_\omega A_\omega \, \text{sen}\,(\omega(x - vt) + \varphi_\omega)$$

onda qualsiasi

onda sinusoidale : $\quad A \, \text{sen}\,(\omega(x - vt) + \varphi)$

ampiezza   pulsazione   fase

Si scrive $\quad A \, \text{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt) + \varphi \right)$ λ = lunghezza d'onda



$$g(x-vt) = A \,\mathrm{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x-vt)+\varphi\right)$$

$$-1 \le \mathrm{sen}(x) \le 1$$

$$\mathrm{sen}(x+2\pi) = \mathrm{sen}(x) = \mathrm{sen}(x+2n\pi) \qquad n \in \mathbb{Z}$$

$$g(x_1 - vt) = g(x_2 - vt)$$

$$\frac{2\pi}{\lambda}(x_1 - \cancel{vt}) + \cancel{\varphi} = \frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - \cancel{vt}) + \cancel{\varphi} + 2\pi n$$

$$\frac{\cancel{2\pi}}{\lambda} x_1 = \frac{\cancel{2\pi}}{\lambda} x_2 + \cancel{2\pi} n \qquad \frac{x_1 - x_2}{\lambda} = n \qquad \underline{x_1 - x_2 = n\lambda}$$

Per quali t_1, t_2 $\quad g(x - vt_1) = g(x - vt_2)$? $\forall x$

$$\frac{2\pi}{\lambda}(\cancel{x} - vt_1) = \frac{2\pi}{\lambda}(\cancel{x} - vt_2) + 2\pi n$$

$$-\frac{\cancel{2\pi}}{\lambda} v t_1 = -\frac{\cancel{2\pi}}{\lambda} v t_2 + \cancel{2\pi} n$$

$$\frac{v}{\lambda}(t_2 - t_1) = n \qquad t_2 - t_1 = \frac{n\lambda}{v} = n \frac{\lambda}{v}$$

$$\frac{\lambda}{v} = T \quad \text{periodo dell'onda} \qquad \underline{\lambda = \frac{v}{f}} \qquad m = \frac{m}{\cancel{s}} \cdot \cancel{s}$$

metri

$$\frac{1}{T} = f = \frac{v}{\lambda} = \text{frequenza dell'onda} \qquad Hz = \frac{1}{s}$$

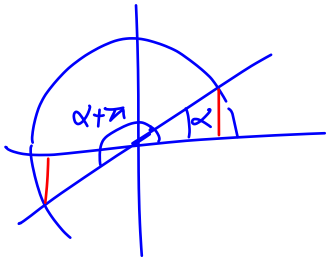
Siano date due onde con le stesse A, λ, v ma con φ diverse: una ha fase φ, l'altra $\varphi + \pi$

$$g_1(x-vt) = A \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x-vt)+\varphi\right)$$

$$g_2(x-vt) = A \operatorname{sen}\Big(\underbrace{\frac{2\pi}{\lambda}(x-vt)+\varphi}_{\alpha}+\pi\Big)$$

$$g_1(x-vt) + g_2(x-vt) =$$

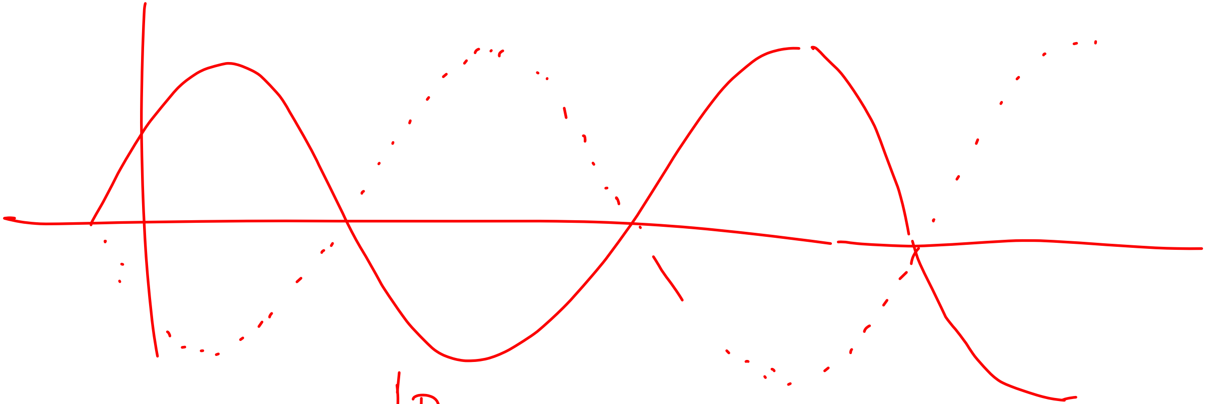
$$= A\left(\operatorname{sen}(\alpha) + \operatorname{sen}(\alpha+\pi)\right) = 0$$

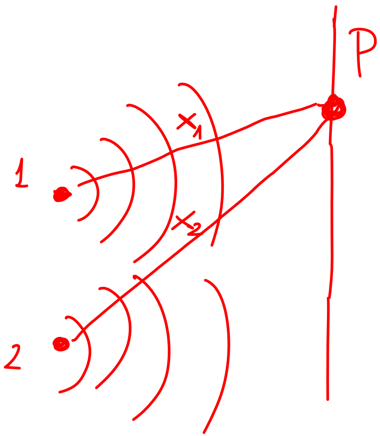


interferenza distruttiva

$$\operatorname{sen}(\alpha+\pi) = -\operatorname{sen}(\alpha)$$

noise reduction





In P: $A \,\mathrm{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x_1 - vt) + \varphi_1\right) +$

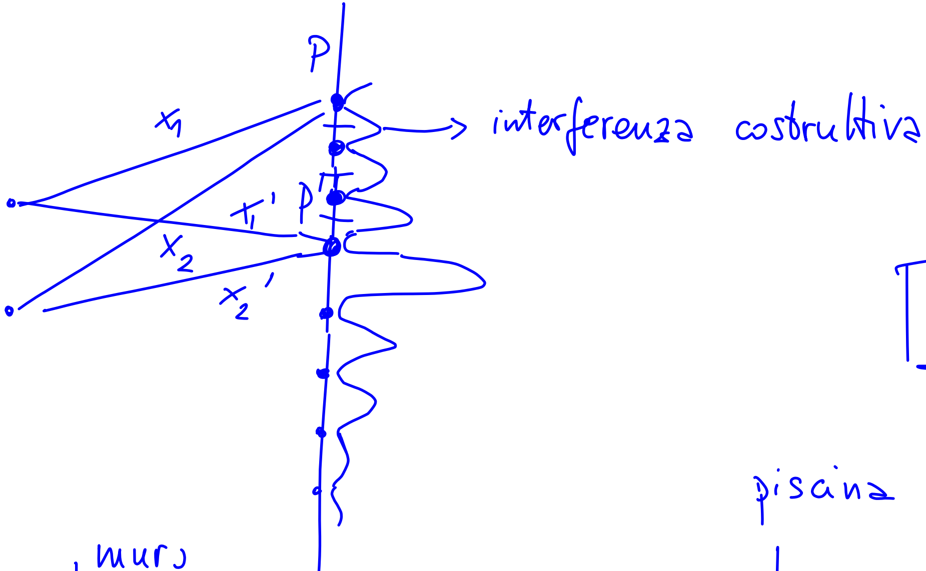
$+ A \,\mathrm{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - vt) + \varphi_2\right)$

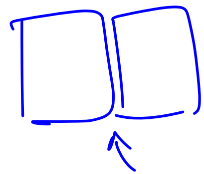
Interferenza distruttiva:

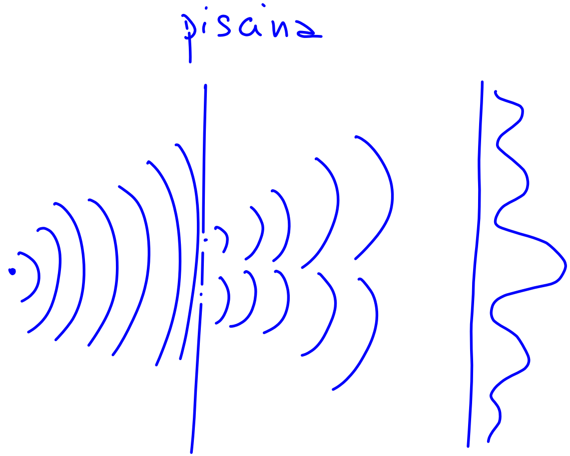
$$\frac{2\pi}{\lambda}(x_1 - \cancel{vt}) + \varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - \cancel{vt}) + \varphi_2 + \pi + 2\pi n$$

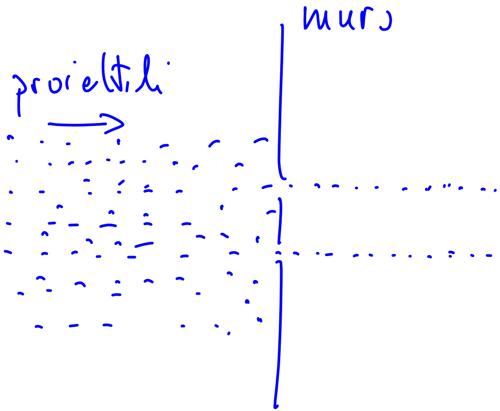
$$\frac{2\pi}{\lambda}(x_1 - x_2) = \varphi_2 - \varphi_1 + (2n+1)\pi$$

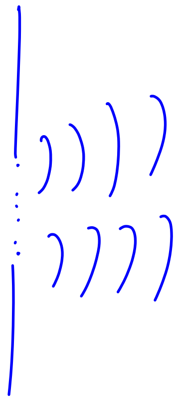
$$x_1 - x_2 = \frac{\lambda(\varphi_2 - \varphi_1)}{2\pi} + \frac{(2n+1)\lambda}{2}$$

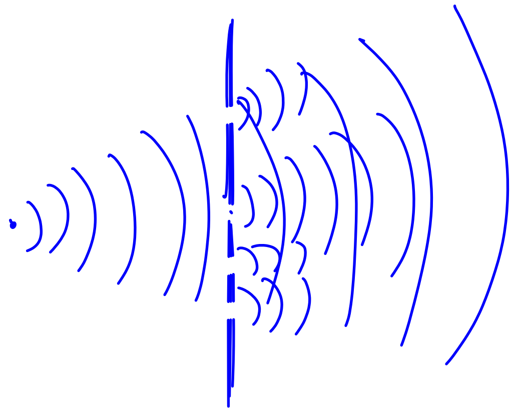




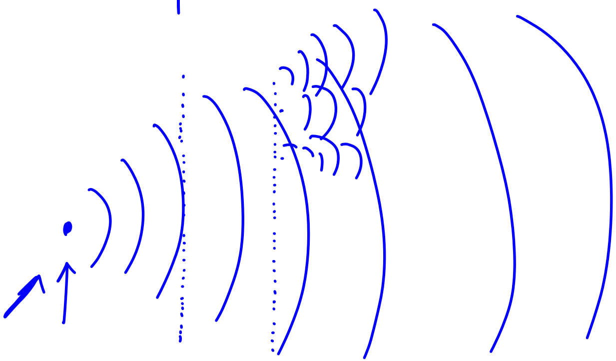








Principio di Huygens: ogni punto di una superficie d'onda si può considerare a sua volta come una sorgente



Onde stazionarie : sono prodotte da onde che viaggiano in direzioni opposte

$$A\,\mathrm{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x-vt)+\varphi\right) + A\,\mathrm{sen}\left(\underbrace{\frac{2\pi}{\lambda}(x+vt)+\varphi}\right)$$

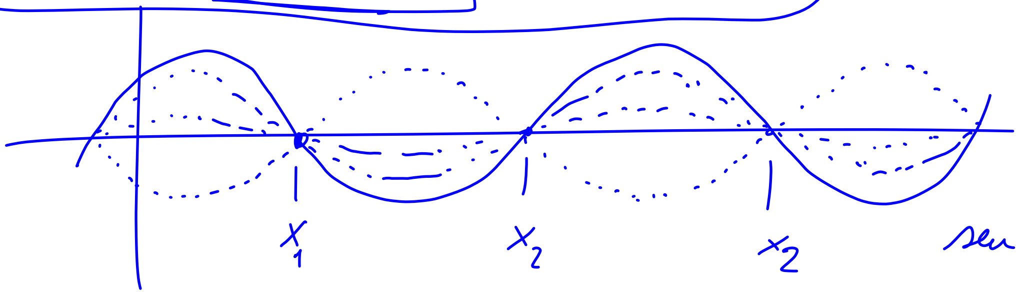
$$= A\,\mathrm{sen}(\alpha-\beta) + A\,\mathrm{sen}(\alpha+\beta) = 2A\,\mathrm{sen}\,\alpha\cos\beta =$$

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda}vt \qquad \frac{2\pi}{\lambda}x+\varphi$$

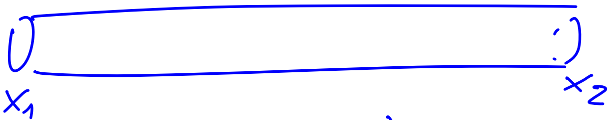
$$A(t) = 2A\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}vt\right)$$

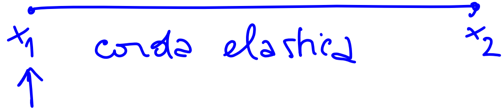
Ampiezza dipendente dal tempo

$$= \boxed{2A}\,\mathrm{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda}x+\varphi\right)\boxed{\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}vt\right)} \equiv A(t)\,\mathrm{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda}x+\varphi\right)$$



$$\mathrm{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda}x_i+\varphi\right)=0$$





nodi (zeri dell'onda): $\frac{2\pi}{\lambda}x+\varphi = n\pi$ $\quad n \in \mathbb{Z}$

$\frac{2\pi}{\lambda}x_1+\varphi = n_1\pi$ $\qquad$ $\frac{2\pi}{\lambda}x_2+\varphi = n_2\pi$

Sottraggo: $\frac{2\cancel{\pi}}{\lambda}(x_1-x_2) = (n_1-n_2)\cancel{\pi}$

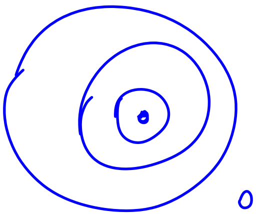
$x_2-x_1 = \ell = (n_2-n_1)\frac{\lambda}{2}$ $\qquad$ $\lambda = \frac{2\ell}{n}$ $\qquad$ $n = n_2-n_1$

$f = \frac{1}{T} = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{2\ell}n = \frac{v}{2\ell}n$

L'onda propaga energia

l'intensità di un'onda è l'energia trasportata dall'onda nell'unità di tempo e per unità di superficie

La superficie di una sfera è $4\pi R^2$ dove R è il raggio



onde sferiche

$$\frac{\text{Energia}}{4\pi R^2}$$

decresce come il quadrato della distanza

$$I = \frac{\text{Energia}}{\text{superficie} \cdot \text{tempo}} = \frac{J}{m^2 \cdot s} = \frac{\text{Watt}}{m^2}$$

L'udito umano può percepire $10^{-12} \frac{W}{m^2} = I_0$

ℓ = Livello di intensità del suono, si misura in decibel

$$\ell = 10 \log_{10} \frac{I}{I_0}$$

I = intensità del suono

I_0 = min. intens. percepibile

$I = 10\, I_0 \qquad \ell = 10 \log_{10} 10 = 10\ db$

$I = 100\, I_0 \qquad \ell = 10 \log_{10} 100 = 20\ db$

silenzio $\simeq$ 20 db

conversazione $\simeq$ 60 db

limite del dolore $\simeq$ 140 db $= 10 \log_{10} \frac{I}{I_0}$

$$14 = \log_{10} \frac{I}{I_0} \Rightarrow \frac{I}{I_0} = 10^{14} \qquad I = 10^{14} \cdot 10^{-12} \frac{W}{m^2} = 100 \frac{W}{m^2}$$

Ottica

$V_{luce} = 300000 \frac{Km}{s} = c$ nel vuoto

V_{luce} in un mezzo $= \frac{c}{n}$

$n =$ indice di rifrazione del mezzo

vuoto : $n = 1$

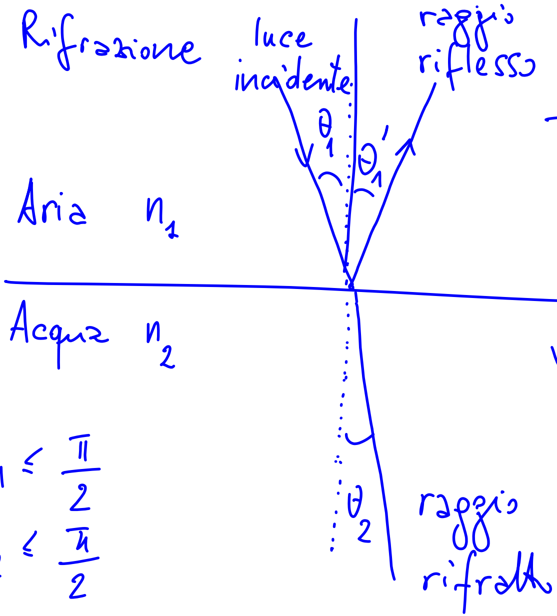
aria °C 1 atm : $n = 1.0003$

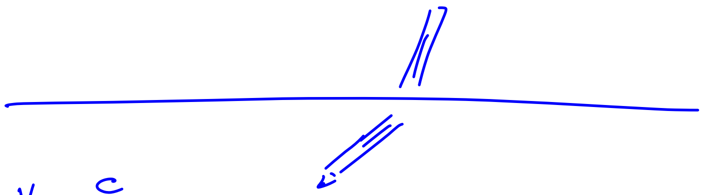
1 atm acqua a 20°C : $n = 1.333$ $\qquad n > 1$

ghiaccio a 20°C $n = 1.309$

diamante $n = 2.419$

Rifrazione





$$V_1 = \frac{c}{n_1}$$

$$V_2 = \frac{c}{n_2}$$

$$0 \le \theta_1 \le \frac{\pi}{2}$$

$$0 \le \theta_2 \le \frac{\pi}{2}$$

$$\theta_1' = \theta_1$$

θ_2 è legato a θ_1 da

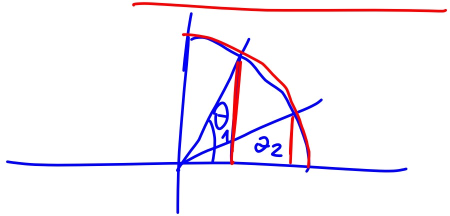
$$n_1 \operatorname{sen} \theta_1 = n_2 \operatorname{sen} \theta_2$$

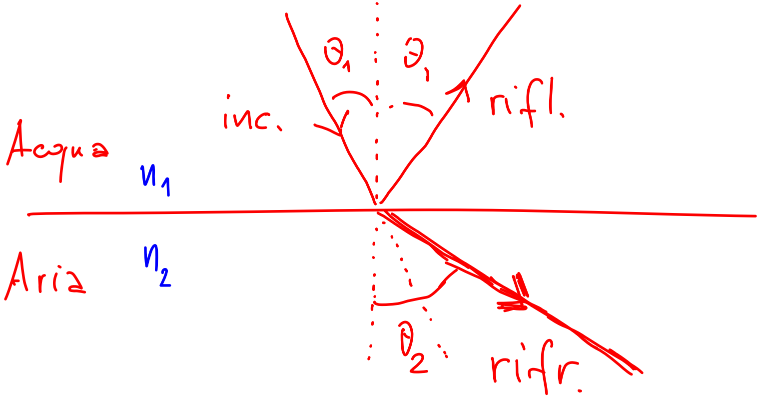
$$n_1 < n_2$$

$$\operatorname{sen} \theta_2 = \frac{n_1}{n_2} \operatorname{sen} \theta_1$$

$$\operatorname{sen} \theta_2 < \operatorname{sen} \theta_1$$

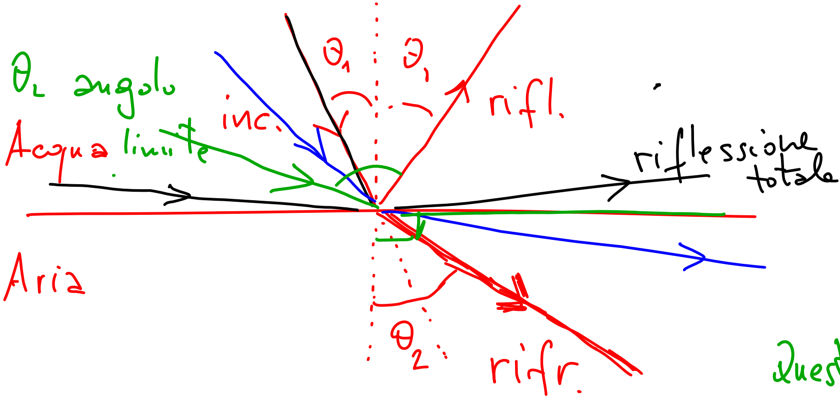
$$\frac{n_1}{n_2} < 1 \Rightarrow \theta_2 < \theta_1$$





$$n_1 \operatorname{sen}\theta_1 = n_2 \operatorname{sen}\theta_2$$

$$n_1 > n_2$$



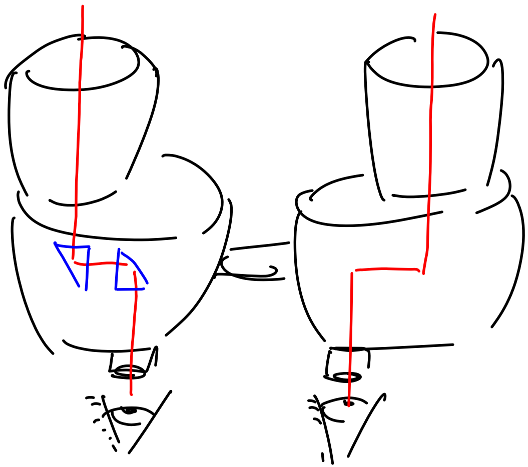
Prendiamo $\theta_2 = \frac{\pi}{2}$

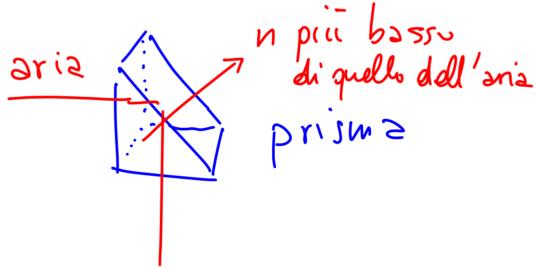
$$\operatorname{sen}\theta_2 = 1$$

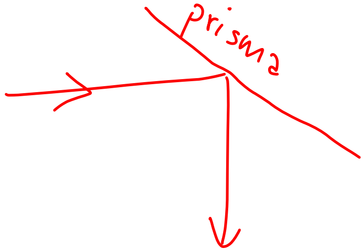
$$\operatorname{sen}\theta_1 = \frac{n_2}{n_1} < 1$$

Questo $\theta_1 = \theta_L$ / $\operatorname{sen}\theta_L = \frac{n_2}{n_1}$

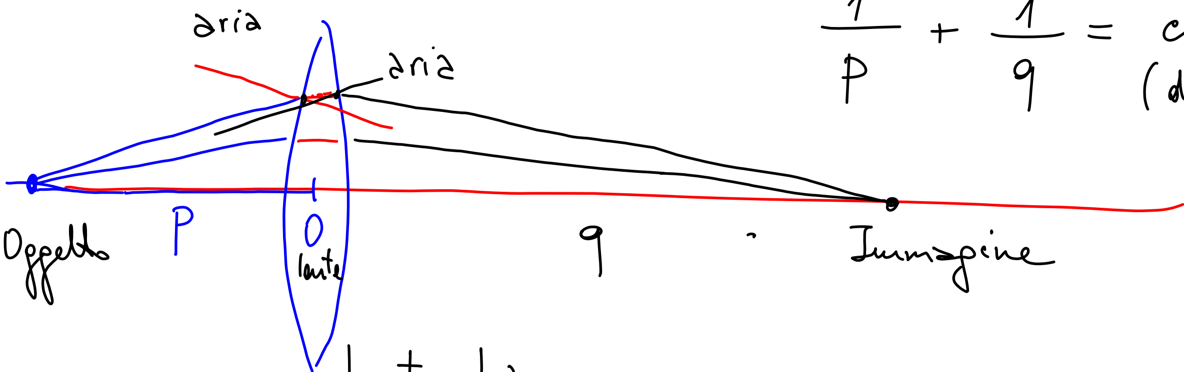
$$\theta_L = \operatorname{arcsen}\left(\frac{n_2}{n_1}\right) \qquad \operatorname{sen}^{-1}$$







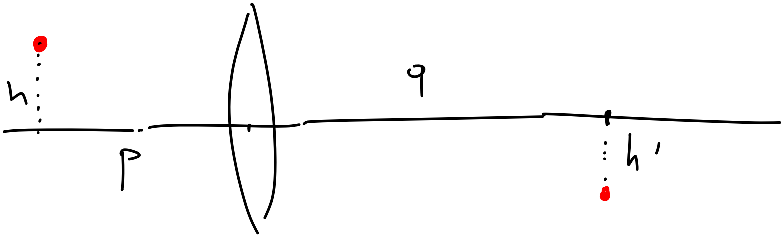
Lenti



lente biconvessa

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \text{cost.}$$

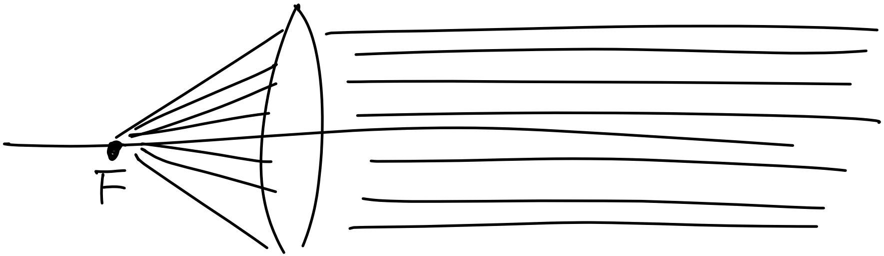
(dipende solo dalla lente)



$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = C$$

Prendo $q \to \infty$

allora in quel caso $\frac{1}{p} = C = \frac{1}{f}$

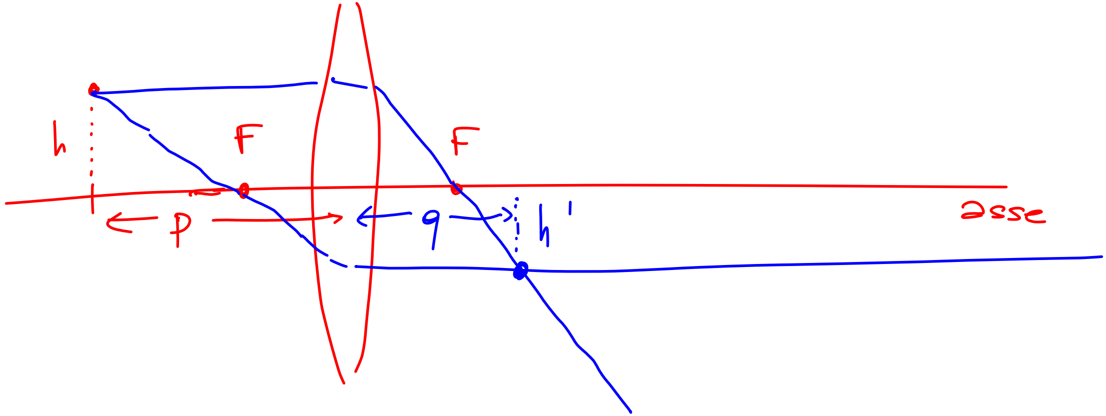


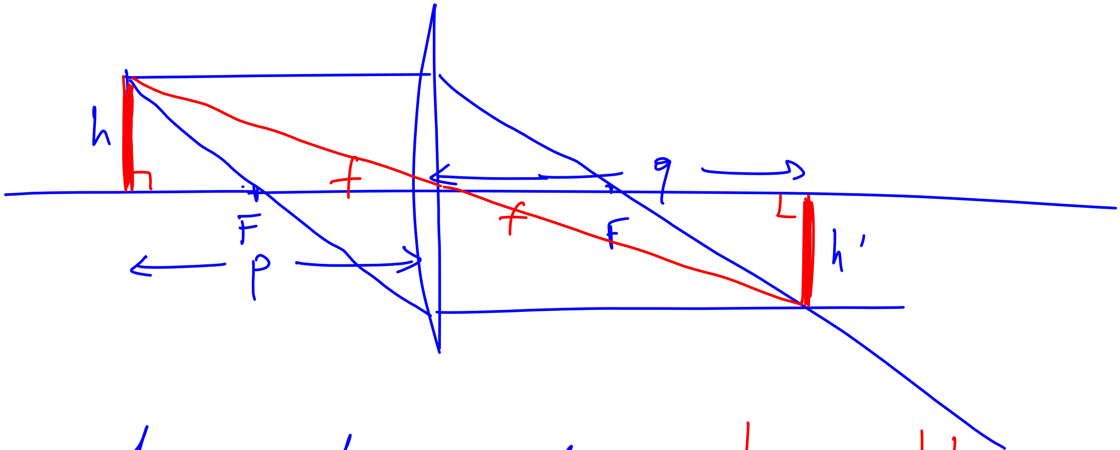
$f =$ fuoco

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

Se f è misurato in m

$\frac{1}{f}$ è misurato in diottrie





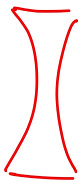
$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \qquad \frac{h}{p} = \frac{h'}{q}$$

$$G = \text{ingrandimento} = \frac{h'}{h} = \frac{q}{p}$$

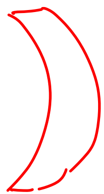
$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \qquad \frac{1}{q} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p} = \frac{p-f}{fp}$$

$$q = \frac{fp}{p-f} \qquad G = \frac{q}{p} = \frac{f}{p-f}$$

$$G = \frac{|f|}{|p-f|}$$



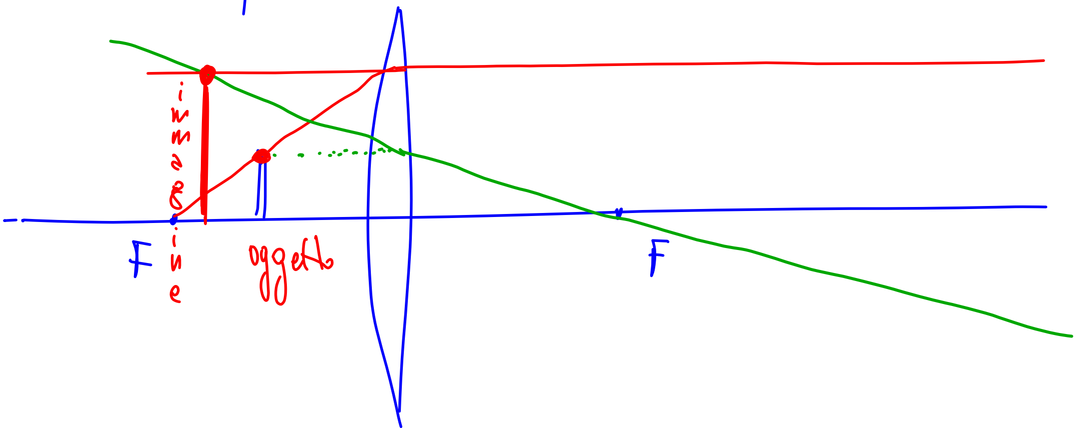
biconcave



concava - convessa

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

p ~~o~~ q posso essere negativi



Esercizio 11.1

luce visibile

$$\begin{cases} f_{min} = 3.7 \cdot 10^{14}\ Hz & \text{rosso} \\ f_{max} = 7.5 \cdot 10^{14}\ Hz & \text{violetto} \end{cases}$$

$$c = 300000 \frac{km}{s} = 3 \cdot 10^5 \frac{km}{s} = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$$

Calcolare λ_{min} e λ_{max}

$$\underset{m}{\lambda} = \underset{\frac{m}{s}}{c}\ \underset{s}{\frac{1}{f}} = \frac{c}{f}$$

$$\lambda_{max} = \frac{c}{f_{min}} = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{m}{\cancel{s}} \cancel{s}}{3.7 \cdot 10^{14}} =$$

$$= \frac{3}{3.7} \cdot 10^{-6}\ m = 0.8\ \mu m$$

micron

$$\lambda_{min} = \frac{c}{f_{max}} = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{m}{\cancel{s}} \cancel{s}}{7.5 \cdot 10^{14}} = \frac{3}{7.5} 10^{-6} m = 0.4 \mu m$$

λ (μm):

ultravioletto

0.4 violetto

0,45 blu

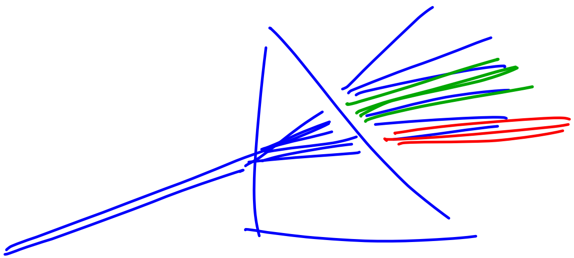
0,55 verde

0,6 arancio

0,7 rosso

infrarosso

mp3



Es. 11.3 Angolo limite acqua - aria

$H_2O : n_1 = 1.333$ Aria : $n_2 \sim 1$

$$\operatorname{sen} \theta_L = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{1.333} = 0.84 \text{ rad} = \frac{0.84}{2\pi} 360^\circ =$$

$$= 48.6^\circ$$

- Lente convergente ha fuoco $f = 6$ cm. Quanto viene ingrandito un oggetto a $p = 3$ cm di distanza

$$G = \frac{|q|}{|p|}$$

$q = ?$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{3\text{ cm}} + \frac{1}{q} = \frac{1}{6\text{ cm}}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{q} = \frac{1}{6} \qquad \frac{1}{q} = \frac{1}{6} - \frac{1}{3} = -\frac{1}{6}$$

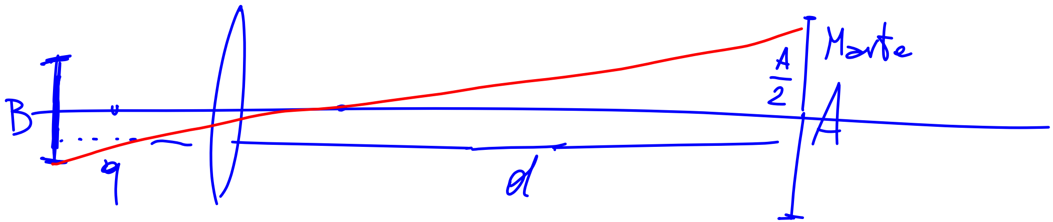
$$q = -6\ cm \qquad G = \frac{6\ \cancel{cm}}{3\ \cancel{cm}} = 2$$

- Il diamante ha $n = 2.419$. Calcolare l'angolo limite diamante - aria

$$n_1 = 2.419 \qquad n_2 \simeq 1$$

$$\operatorname{sen} \theta_L = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{2.419} \qquad \theta_L = 0.426\ rad = 24.4°$$

- Marte ha diametro $A = 6000\ km$ e si trova a una distanza $d = 200$ milioni di km dalla terra. Lo osservo con una lente di $f = 4m$. A quale distanza dalla lente si forma l'immagine?



$f = 4\,m$

$d = 2 \cdot 10^8\,Km$

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

$q = f = 4\,m$

Qual è il diametro B dell'immagine che osservo

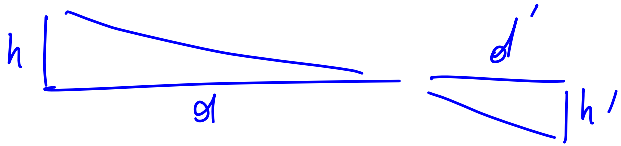
$q \simeq f$

$$\frac{\frac{A}{2}}{d} = \frac{\frac{B}{2}}{q} \qquad B = \frac{A}{d} q = \frac{A f}{d} =$$

$$= \frac{6\cancel{000}\ \cancel{km}}{\overset{}{\underset{1}{\cancel{2}}}00\,000\,\cancel{000}\ \cancel{km}}\ \overset{2}{\cancel{4}}\ m = \frac{12}{100\,000}\ m = 0.12\ mm$$

- Con una lente di distanza focale $f = 0.3\ m$ osservo una casa di altezza $h = 10\ m$ che si trova a una distanza $d = 30\ m$. A quale distanza d' dalla lente si forma l'immagine? Qual è l'altezza h' dell'immagine?

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f}$$



$$\frac{h}{d} = \frac{h'}{d'} \qquad h' = \frac{h}{d}\,d'$$

$$\frac{1}{30m} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{0{,}3\,m} = \frac{10}{3\,m}$$

$$\frac{1}{30} + \frac{1}{d'} = \frac{10}{3} \qquad \frac{1}{d'} = \frac{100}{30} - \frac{1}{30} = \frac{99}{30}$$

$$d' = \frac{30}{99}\,m \simeq 30\,cm$$

$$h' = h\,\frac{d'}{d} = 10\,\cancel{m}\,\frac{\cancel{30}\,cm}{\cancel{30}\,\cancel{m}} = 10\,cm$$

Ingrandimento :

$$G = \frac{h'}{h} = \frac{d'}{d} = \cancel{\frac{30\,cm}{30\,m}} = \frac{1}{100}$$

- Una lente biconvessa ha $D = 2.5$ diottrie.

Calcolare l'ingrandimento di un oggetto posto a distanza $p = 50\ cm = 0.5\ m$

$$f = \frac{1}{D} = \frac{1}{2.5}\ m = \frac{\cancel{10}^{2}}{\cancel{25}_{5}}\ m = 0.4\ m$$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{0.5\,m} + \frac{1}{q} = \frac{1}{0.4\,m}$$

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{0.4} - \frac{1}{0.5} =$$

$$= \frac{\cancel{10}^{5}}{\cancel{4}_{2}} - \frac{\cancel{10}^{2}}{\cancel{5}} = \frac{1}{2} = 0.5$$

$$q = 2\ m$$

$$G = \frac{q}{p} = \frac{2m}{0.5\ m} = 4$$

Terzo appello 2019 1a 1b 1c

$m = 4\ \mathrm{Kg}$ $d = 18.3\ m$ palla da bowling

$v = 14\ m/s$

1a). $t = \frac{d}{v} = \frac{18.3\ \cancel{m}}{14\ \cancel{m}/s} = 1.3\ s$

1b) $K' = \frac{1}{3} K$ $v' = \frac{v}{\sqrt{3}} = \frac{14}{\sqrt{3}} \frac{m}{s} = 8.1\ \frac{m}{s}$

attrito $K = \frac{1}{2} m v^2$ $K' = \frac{m}{2} v'^2$

$K' = \frac{1}{3} K = \frac{1}{3} \frac{m}{2} v^2 = \frac{m}{2} v'^2$ $\frac{1}{3} \frac{\cancel{m}}{\cancel{2}} v^2 = \frac{\cancel{m}}{\cancel{2}} v'^2$ $\frac{v^2}{3} = v'^2$

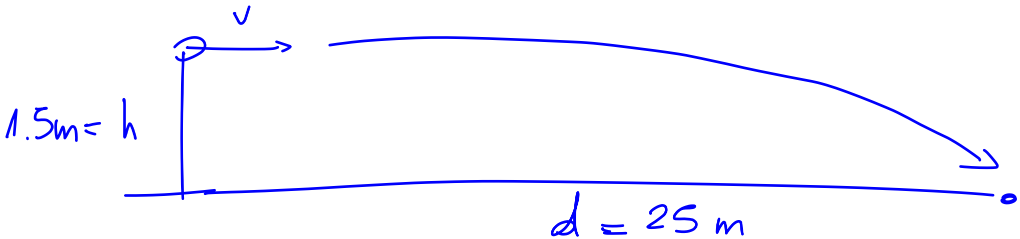
1c). $\eta = 40\ \%$ E (lanciatore) ? fornita dal

$E = \frac{K}{\eta}$ $\eta = \frac{E_{utile}}{E_{fornita}} = \frac{K}{E}$

$$E = \frac{K}{\eta} = \frac{mv^2}{2\eta} = \frac{4\,\text{Kg}\; 14^2\, \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{2 \cdot \frac{40}{100}} =$$

$$= \frac{\cancel{4} \cdot 14^2 \cdot \cancel{100}^{\,5}}{\cancel{2} \cdot \cancel{40}}\,\text{J} = 980\,\text{J}$$

07 06 2018 7 e 8

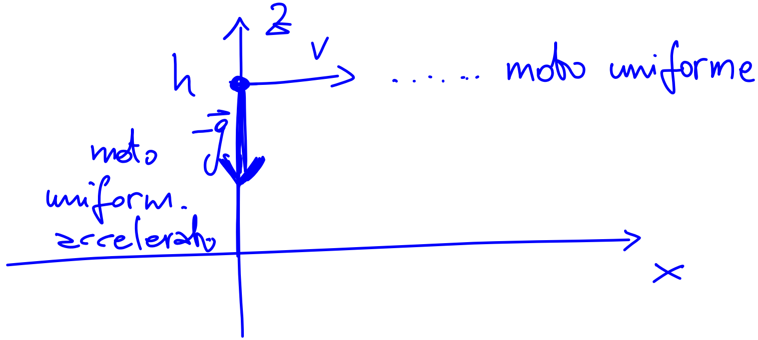


7. $t = ?$

8. $V_{iniziale} = ?$

caduta dei gravi

$$z(t) = h - \frac{g}{2}t^2$$



$$z(0) = h$$

$t = ?$ per avere $z = 0$ $\qquad h = \frac{g}{2}t^2 \qquad t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 1.5\,\cancel{m}}{10\,\cancel{m}}\,s^2} = \sqrt{\frac{3}{10}}\,s = 0.55\,s$$

$$1\,s = \frac{1\,h}{60 \cdot 60} \qquad h = \text{ora}$$

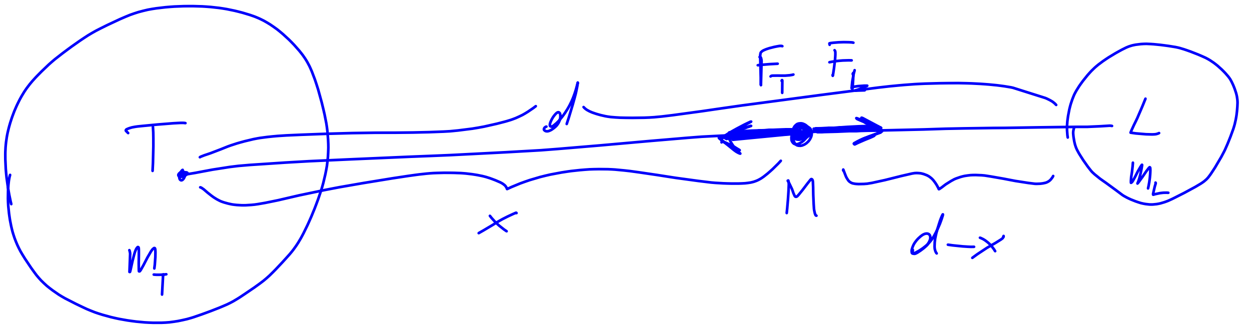
8: $\quad V_{iniziale} \overset{?}{=} \frac{d}{t} = \frac{25\,m}{0.55\,s} = 45.45\,\frac{m}{s} =$

$$= 45.45 \cdot \frac{km}{10\cancel{0}\cancel{0}} \cdot \frac{6\cancel{0} \cdot 6\cancel{0}}{1\,h} = 3.6 \cdot 45.45\,\frac{km}{ora} = 164\,\frac{km}{ora}$$

10 07 2021

9. $m_L = 7 \cdot 10^{22}$ kg $\qquad m_T = 6 \cdot 10^{24}$ kg

$d_{TL} = 384\,000$ km



$$F_T = G \frac{m_T M}{x^2}$$

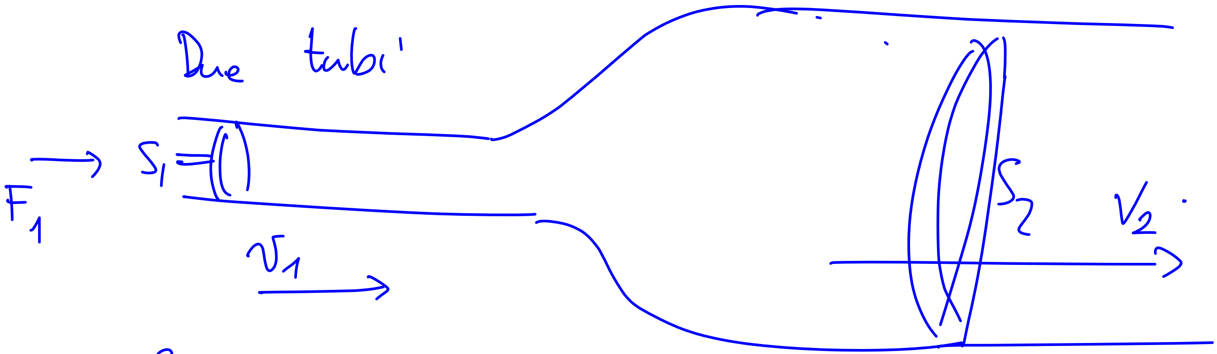
$$F_L = G \frac{m_L M}{(d-x)^2}$$

$$\cancel{G} \frac{m_T \cancel{M}}{x^2} = \cancel{G} \frac{m_L \cancel{M}}{(d-x)^2}$$

$$\frac{\sqrt{m_T}}{x} = \frac{\sqrt{m_L}}{d-x}$$

moltiplico per $x \cdot (d-x)$

Due tubi



$\rho = \frac{2\,kg}{dm^3}$

$S_1 = 100\ cm^2$ $S_2 = 120\ cm^2$

1) $v_1 = 3\ \frac{m}{s}$ $v_2 = ?$

2) $F_1 = 10\ N$ calcolare F_2
(fluido fermo)

3) Con $E = 100\ kJ$ quanto sposto 1 (con F_1) e quanto 2 (con F_2)?

Gas perfetto a $T = 300\ °K$

Dimezzo il volume e triplico la pressione

$T_{finale} = ?$

(1) $\quad p_i V_i = n R T_i$

(2) $\quad p_f V_f = n R T_f$

$V_f = \frac{V_i}{2}$ $\qquad p_f = 3 p_i$

Dividio (2) per (1)

$$T_f = \frac{3}{2} T_i = 450\ °K$$

$$\frac{\cancel{n}\cancel{R} T_f}{\cancel{n}\cancel{R} T_i} = \frac{p_f V_f}{p_i V_i} = \frac{3 \cancel{p_i} \frac{\cancel{V_i}}{2}}{\cancel{p_i}\cancel{V_i}} = \frac{3}{2}$$

Gas perfetto: $T_0 = 300\,°K$ $\left(V_0 = 10\ l\ ,\ 1\ mole\right)$

(a) Il gas viene riscaldato fino a $T_1 = 400\,°K$ a pressione costante

(b) Poi viene raffreddato fino a $T_2 = 300\,°K$ a volume costante

Calcolare il rapporto tra le pressione finale e iniziale.

$$p_0 V_0 = n R T_0 \qquad p_1 V_1 = n R T_1 \qquad p_2 V_2 = n R T_2$$

$\xrightarrow{}$ $p = cost.$ $\qquad$ $\xrightarrow{}$ $V = cost$

$$p_1 = p_0 \qquad V_2 = V_1$$

Chiede: $\dfrac{p_2}{p_0}$

$$V_1 = \frac{nRT_1}{p_1}$$

$$\frac{P_2}{P_0} = \frac{\dfrac{\cancel{n}\cancel{R}T_2}{V_2}}{\dfrac{\cancel{n}\cancel{R}T_0}{V_0}} = \frac{T_2}{T_0}\,\frac{V_0}{V_2} = \frac{T_2}{T_0}\,\frac{V_0}{V_1} =$$

$V_2 = V_1$

$P_1 = P_0$

$$= \frac{T_2}{T_0}\,\frac{V_0}{\dfrac{nRT_1}{P_1}} = \frac{T_2\,V_0\,P_1}{nRT_1T_0} =$$

$$= \frac{T_2\,V_0\,P_0}{nRT_1T_0} \quad = nRT_0$$

$$= \frac{T_2\,\cancel{n}\cancel{R}\cancel{T_0}}{\cancel{n}\cancel{R}T_1\,\cancel{T_0}} = \frac{3\cancel{0}\cancel{0}}{4\cancel{0}\cancel{0}}$$

$P_0 = 2.5 \cdot 10^5$ Pascal

$P_2 = 1.9 \cdot 10^5$ Pascal

$$(d-x)\sqrt{m_T} = x\sqrt{m_L}$$ dividi per $\sqrt{m_T}$

$$d-x = x\sqrt{\frac{m_L}{m_T}}$$

$$d = x + x\sqrt{\frac{m_L}{m_T}} = x\left(1+\frac{\sqrt{m_L}}{\sqrt{m_T}}\right)$$

$$x = \frac{d}{1+\sqrt{\frac{m_L}{m_T}}}$$

$$\sqrt{\frac{m_L}{m_T}} = \sqrt{\frac{7\cdot 10^{22}}{6\cdot 10^{24}}} \sim \frac{1}{10}$$

$$x = \frac{d}{1+\frac{1}{10}} = \frac{d\cdot 10}{11} = \frac{384000}{11}10$$

$$x \simeq 350\,000 \text{ Km}$$

$V_1 = 20\,\ell$ $\quad H_2O \quad + \quad V_2 = 2\,\ell$

$T_1 = 40\,°C$ $\qquad m_1 = \rho V_1$ $\qquad T_2 = °C$

Trovare T_f $\qquad m_2 = \rho V_2$

e il calore Q scambiato $\qquad \rho = \dfrac{1\,kg}{\ell}$

$$T_f = \frac{\cancel{c_1} m_1 T_1 + \cancel{c_2} m_2 T_2}{\cancel{c_1} m_1 + \cancel{c_2} m_2} \qquad c_1 = c_2 = \frac{1\,cal}{gr \cdot °C}$$

$$= \frac{V_1 T_1 + \cancel{V_2 T_2}}{V_1 + V_2} = \frac{V_1}{V_1 + V_2} T_1 = \frac{20\,\cancel{\ell}}{22\,\cancel{\ell}} 40\,°C = 36.4\,°C$$

$$Q = c_1 m_1 \Delta T_1$$

$$= 1 \frac{cal}{gr\ \cancel{°C}}\ \rho_{H_2O}\ V_1 \cdot 3.6\ \cancel{°C}$$

$$= 1 \frac{cal}{\cancel{gr}}\ \frac{\overset{1000}{\cancel{1\,kg}}}{\cancel{\ell}}\ 20\,\cancel{\ell} \cdot 3.6$$

$$= 72\ kcal$$

gas perfetto $n = 3$ moli $T = 27\,°C = 300\,°K$

$R = \dfrac{8.3144\ J}{(°K \cdot mol)}$ $V = 3\ \ell$

$1\ J = Kg\,\dfrac{m^2}{s^2}$

Calcolare p $PV = nRT$

$1\ \ell = (1\,dm)^3 = \left(\dfrac{m}{10}\right)^3 = \dfrac{m^3}{1000}$

$$P = \frac{nRT}{V} = \frac{\cancel{3} \cdot 8.3144\ J \cdot 300\ \cancel{°K}}{\cancel{°K}\ \cancel{3}\ \ell} =$$

$$= \frac{300 \cdot 8.3144\ kg\,\frac{\cancel{m^2}}{s^2}\ 1000}{m^{\cancel{3}}} = 2.5 \cdot 10^6\ \text{Pascal}$$

Il gas viene compresso a pressione costante

facendo $L = 2 \cdot 10^3\ J = F \cdot \text{spost.} = \dfrac{F}{S}\, S \cdot \text{spost.} = P\,\Delta V$

Calcolare il volume finale $\Delta V = \dfrac{L}{P} = \dfrac{2000\ J}{2.5 \cdot 10^6\ \text{Pascal}}$

$$= \frac{2\cancel{000}}{2.5 \cdot 10^{\cancel{6}\,3}}\ m^3 = \frac{2}{2.5}\ \frac{m^3}{10^3}$$

$$= \frac{2}{2.5}\ l = \frac{\cancel{20}^{\,4}}{\cancel{25}_{\,5}}\ l = \frac{8}{10}\ l = 0.8\ l$$

$$V_{iniziale} = 3\ l$$

$$V_{finale} = (3 - 0.8)\ l = 2.2\ l$$

Bomba

$E = 250\ J$ $\qquad$ $m = 0.1\ Kg$

$M = 0,2\ Kg$

Calcolare v

Quantità di moto : massa × velocità (vettore)

Inizio : $M\vec{V}_0 = 0$ $\qquad$ $\vec{V}_0 = 0$ (bomba ferma)

Fine : $\cancel{m_1}\vec{V}_1 + \cancel{m_2}\vec{V}_2 = 0$ $\qquad$ $m_1 = m_2$

$\vec{V}_1 + \vec{V}_2 = 0$: le due velocità sono uguali e opposte

Conservazione dell' energia :

Inizio : $K = 0$

⋮ viene fornita $E = 250\ J$

che finisce nell' energia cinetica dei frammenti

$$E = \frac{m_1}{2} v_1^2 + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{\overset{0.1\ kg}{m}}{\cancel{2}} v^2 \cdot \cancel{2}$$

$$v = \sqrt{\frac{E}{m}} = \sqrt{\frac{250\ J}{0.1\ kg}} = 50\ \frac{m}{s}$$

41 frammenti identici : $v = ?$
colla stessa velocità

$$E = \frac{m}{2} v^2 \cdot 41 \qquad m = ? = \frac{M}{41}$$

$$= \frac{M}{2} v^2 \frac{\cancel{41}}{\cancel{41}} \qquad v = \sqrt{\frac{2E}{M}} = 50 \frac{m}{s}$$

Macchina termica, gas perfetto, ciclo Carnot

$\eta = 40\%$ $\qquad T_1 =$ temp. sorgente fredda

$T_2 = 300\,°K$ = temp. sorgente calda

Calcolare T_1

$$\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

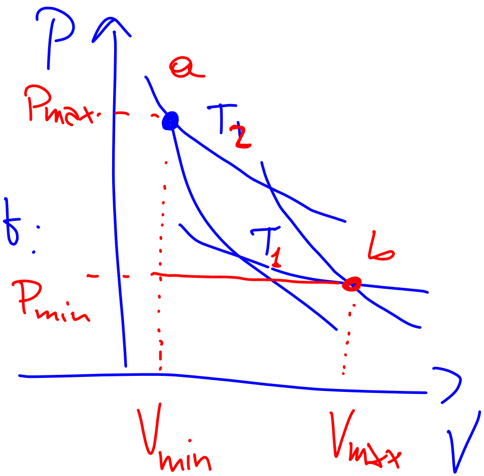
$$\frac{T_1}{T_2} = 1 - \eta \qquad T_1 = T_2 (1 - \eta) = 300\,°K \, \frac{60}{100} = 180\,°K$$

Il rapporto tra il volume massimo e quello minimo è 2

$$\frac{V_{max}}{V_{min}} = 2 \qquad T_1 < T_2$$

Calcolare $\dfrac{P_{max}}{P_{min}}$

Ciclo Carnot:



$$PV = nRT \qquad P = \frac{nRT}{V}$$

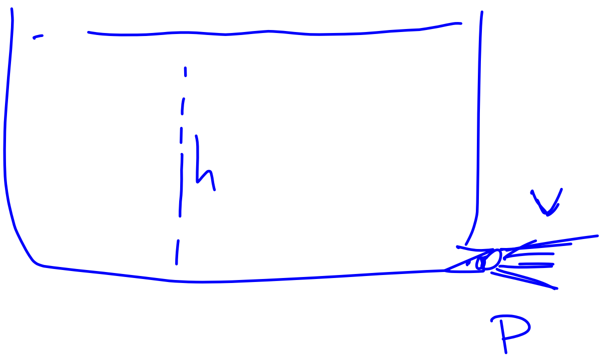
a : $\quad P_{max} V_{min} = n R T_2 \quad \Leftarrow$

b : $\quad P_{min} V_{max} = n R T_1$

$$\frac{P_{max}}{P_{min}} \; \frac{V_{min}}{V_{max}} = \frac{T_2}{T_1} \qquad \frac{P_{max}}{P_{min}} = 2\,\frac{T_2}{T_1} = \cancel{2}\,\frac{\overset{10}{\cancel{300}}}{\underset{93}{\cancel{180}}} = 3{,}3$$

Un'autoclave è situata a $h = 7\,m$ rispetto al rubinetto

Calcolare la pressione con cui l'acqua esce dal rubinetto



Stevino

$$P = \rho g h =$$

$$= \frac{1\,kg}{\ell} \; \frac{10\,m}{s^2} \; 7\,m =$$

$$= 70 \frac{kg \; m^2}{\ell \quad s^2} =$$

$$1\,\ell = \frac{m^3}{10^3}$$

$$= 70 \frac{kg \; m^2}{m^3 \cdot s^2} 1000 = 0{,}07 \cdot 10^6 \text{ Pascal}$$

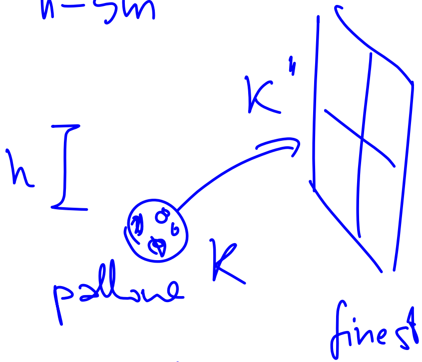
$$= 7 \cdot 10^4 \text{ Pascal}$$

Con quale velocità esce l'acqua?

$$v = \sqrt{2gh} \quad \text{(Torricelli)}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 10 \frac{m}{s^2}\, 7 \cdot m} = \sqrt{140}\ \frac{m}{s} = 11.8\ \frac{m}{s}$$

$h = 5m$



$$v = 45\ \frac{km}{ora}$$

$$K = ?$$

$$K = \frac{1}{2} m v^2 =$$

$$= \frac{0.3}{2} (12.5)^2\, J = 23.4\ J$$

$m = 0.3kg$

$$v = 45\ \frac{km}{ora} = \overset{\overset{5}{\cancel{15}}}{\cancel{45}}\ \frac{100\cancel{0}\ m}{\underset{2}{\cancel{60}} \cdot \underset{2}{\cancel{60}} \cdot s} = 12.5\ \frac{m}{s}$$

la finestra è a $h = 5m$

quale energia cinetica K' è scaricata sulla finestra nello scontro ?

$$K - K' = mgh \qquad K' = K - mgh =$$

$$= 23.8\ J - 0.3 \cdot 10 \cdot 5\ J =$$

$$= (23.4 - 15)\ J = 8.4\ J$$