Matematica STPA e TAAEC

Prova in itinere

Nome e cognome:
Numero di matricola:

Sia dato il sistema di equazioni lineari

$$2x + 3y = 3, \qquad \frac{4}{3}x - y = 5.$$

Se X è il vettore $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ trovare la matrice A e il vettore B in modo da scrivere il sistema come $AX = B$.

— Risposte:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ \frac{4}{3} & -1 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

Calcolare $\det A$, A^{-1} e la soluzione $A^{-1}B$.

— Risposte:

$$\begin{aligned} \det A &= -6 \\ A^{-1} &= \begin{pmatrix} \frac{1}{6} & \frac{1}{2} \\ \frac{2}{9} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}, \\ A^{-1}B &= \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Calcolare i limiti

$$\ell_1 = \lim_{x\to\infty} \frac{3x^5 + 6}{4x^5 + x^4}, \qquad \ell_2 = \lim_{x\to 0} \frac{\sin(3x)}{\ln(1+2x)}.$$

— Risposte:

$$\begin{aligned} \ell_1 &= \frac{3}{4} \\ \ell_2 &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

Calcolare le derivate di

$$f(x) = 2x\sin(3x^2), \qquad g(x) = x^2 \mathrm{e}^{x^3}.$$

— Risposta:

$$f'(x) = 2\sin(3x^2) + 12x^2\cos(3x^2)$$
$$g'(x) = (2 + 3x^3)x\mathrm{e}^{x^3}$$

Calcolare la primitiva $h(x)$ di

$$h'(x) = \frac{3x^2}{1+2x^3}.$$

— Risposta:

$$h(x) = \frac{1}{2}\ln(1+2x^3) + C$$

Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{x^2}{x-1}.$$

— Risposte:

dominio: $\mathbb{R}\backslash\{1\}$
$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$
$\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$
$\lim_{x\to 1^+} f(x) = +\infty$
$\lim_{x\to 1^-} f(x) = -\infty$
derivata prima: $\frac{x(x-2)}{(x-1)^2}$
punti stazionari: $x = 0$ e $x = 2$
derivata seconda: $\frac{2}{(x-1)^3}$
massimi relativi: $x = 0$
minimi relativi: $x = 2$
massimo assoluto: $+\infty$
minimo assoluto: $-\infty$
grafico:

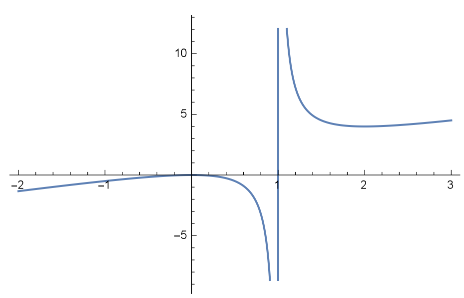

Figure 1: