

Matematica STPA e TAAEC

Prova in itinere

Nome e cognome:

Numero di matricola:

Sia dato il sistema di equazioni lineari

$$2x + 6y = 6, \quad \frac{4}{3}x - y = -6.$$

Se X è il vettore $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ trovare la matrice A e il vettore B in modo da scrivere il sistema come $AX = B$.

— Risposte:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ \frac{4}{3} & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 6 \\ -6 \end{pmatrix}.$$

Calcolare $\det A$, A^{-1} e la soluzione $A^{-1}B$.

— Risposte:

$$\det A = -10$$
$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{10} & \frac{3}{5} \\ \frac{2}{15} & -\frac{1}{5} \end{pmatrix},$$
$$A^{-1}B = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Calcolare i limiti

$$\ell_1 = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 1}{7x^3 + x^3}, \quad \ell_2 = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x)}{\ln(1 + 5x)}.$$

— Risposte:

$$\ell_1 = \frac{1}{4}$$
$$\ell_2 = \frac{2}{5}$$

Calcolare le derivate di

$$f(x) = 3x \sin(2x^2), \quad g(x) = x^3 e^{x^2}.$$

— Risposte:

$$f'(x) = 3 \sin(2x^2) + 12x^2 \cos(2x^2)$$
$$g'(x) = (3 + 2x^2)x^2 e^{x^2}$$

Calcolare la primitiva $h(x)$ di

$$h'(x) = \frac{3x^2}{1 + 3x^3}.$$

— Risposta:

$$h(x) = \frac{1}{3} \ln(1 + 3x^3) + C$$

Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{x^2}{1 - x}.$$

— Risposte:

dominio: $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$$

$$\text{derivata prima: } -\frac{x(x-2)}{(x-1)^2}$$

punti stazionari: $x = 0$ e $x = 2$

$$\text{derivata seconda: } -\frac{2}{(x-1)^3}$$

massimi relativi: $x = 2$

minimi relativi: $x = 0$

massimo assoluto: $+\infty$

minimo assoluto: $-\infty$

grafico:

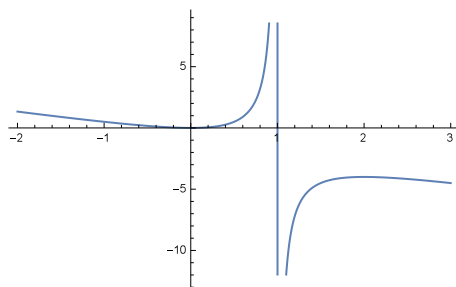


Figure 1: