Matematica STPA e TAAEC

Prova in itinere

Nome e cognome:
Numero di matricola:

Due rette hanno equazioni

$$2x + 5y + 1 = 0, \qquad ax - 3y - 2 = 0,$$

dove a è un numero non specificato. Se X è il vettore $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ trovare la matrice A e il vettore B in modo che l'intersezione delle due rette sia la soluzione del sistema $AX = B$.

— Risposte:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ a & -3 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Calcolare $\det A$. Trovare il valore di a per cui le rette sono parallele e dire quanto fa $\det A$ in quel caso.

— Risposte:

$$\det A = -6 - 5a, \qquad a = -\frac{6}{5} \text{ (tale che } \det A = 0)$$

Se $a = -1$, calcolare A^{-1} e la soluzione $X = A^{-1}B$.

— Risposte:

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \qquad X = A^{-1}B = \begin{pmatrix} 7 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

Calcolare i limiti

$$\ell_1 = \lim_{x\to\infty} \frac{3x^7 + 2x^4 + 1}{4x^4 + 5x^7 + 2}, \qquad \ell_2 = \lim_{x\to 0} \frac{\sin(3x^2)}{x\ln(1+4x)}.$$

— Risposte:

$$\ell_1 = \frac{3}{5}, \qquad \ell_2 = \frac{3}{4}$$

Calcolare le derivate di

$$f(x) = x\sin(\ln(x)), \qquad g(x) = \mathrm{e}^{-\cos(x)}.$$

— Risposta:

$$f'(x) = \sin(\ln(x)) + \cos(\ln(x))$$
$$g'(x) = \sin(x)\mathrm{e}^{-\cos(x)}$$

Calcolare la primitiva $h(x)$ di

$$h'(x) = 15x^2\cos(5x^3).$$

— Risposta:

$$h(x) = \sin(5x^3) + C$$

Studiare la funzione

$$f(x) = \sin(x^2) \qquad \text{per } x \in [0, \sqrt{\pi}]$$

— Risposte:

$f(0)$: 0
$f(\sqrt{\pi})$: 0
derivata prima: $2x\cos(x^2)$
punti stazionari: $x = 0$ e $x = \sqrt{\pi/2}$
la funzione cresce per: $x \in (0, \sqrt{\pi/2})$
la funzione decresce per: $x \in (\sqrt{\pi/2}, \sqrt{\pi})$
grafico:

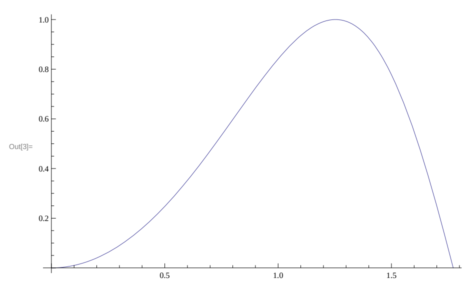

Figure 1: