Matematica STPA e TAAEC

Prova in itinere

Nome e cognome:
Numero di matricola:

Due rette hanno equazioni

$$2x + 5y + 1 = 0, \qquad -x + ay - 2 = 0,$$

dove a è un numero non specificato. Se X è il vettore $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ trovare la matrice A e il vettore B in modo che l'intersezione delle due rette sia la soluzione del sistema $AX = B$.

— Risposte:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & a \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Calcolare $\det A$. Trovare il valore di a per cui le rette sono parallele e dire quanto fa $\det A$ in quel caso.

— Risposte:

$$\det A = 5 + 2a, \qquad a = -\frac{5}{2} \text{ (tale che } \det A = 0)$$

Se $a = -2$, calcolare A^{-1} e la soluzione $A^{-1}B$.

— Risposte:

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & -5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \qquad A^{-1}B = \begin{pmatrix} -8 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Calcolare i limiti

$$\ell_1 = \lim_{x\to\infty} \frac{1 + 2x^4 + 6x^9}{2x^3 + 7x^9 + 2}, \qquad \ell_2 = \lim_{x\to 0} \frac{\ln(1 + 11x^2)}{x\sin(2x)}.$$

— Risposte:

$$\ell_1 = \frac{6}{7}, \qquad \ell_2 = \frac{11}{2}$$

Calcolare le derivate di

$$f(x) = e^{\sin(x)}, \qquad g(x) = x\cos(\ln(x)).$$

— Risposta:

$$f'(x) = \cos(x)e^{\sin(x)}$$
$$g'(x) = \cos(\ln(x)) - \sin(\ln(x))$$

Calcolare la primitiva $h(x)$ di

$$h'(x) = 12x^3 \sin(3x^4).$$

— Risposta:

$$h(x) = -\cos(3x^4) + C$$

Studiare la funzione

$$f(x) = \cos(x^2) \qquad \text{per } x \in [0, \sqrt{2\pi}]$$

— Risposte:

$f(0)$: 1
$f(\sqrt{2\pi})$: 1
derivata prima: $-2x\sin(x^2)$
punti stazionari: $x = 0$, $x = \sqrt{\pi}$ e $x = \sqrt{2\pi}$, dove vale 1, -1 e 1, rispettivamente
la funzione cresce per: $x \in (\sqrt{\pi}, \sqrt{2\pi})$
la funzione decresce per: $x \in (0, \sqrt{\pi})$
grafico:

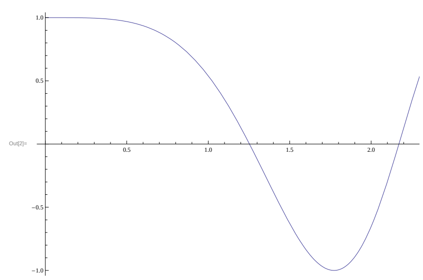

Figure 1: