Matematica STPA e TAAEC

Prova in itinere

Nome e cognome:
Numero di matricola:

Sia dato il sistema di equazioni lineari

$$4x - y = -1, \qquad -3x + y = 2.$$

Se X è il vettore $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ trovare la matrice A e il vettore V in modo da scrivere il sistema come $AX = V$.

— Risposte:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Calcolare $\det A$, A^{-1} e la soluzione $X = A^{-1}B$.

— Risposte:

$$\det A = 1$$
$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix},$$
$$A^{-1}B = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

Calcolare i limiti

$$\ell_1 = \lim_{x\to\infty} \frac{x + 7x^2 + 2}{5x^2 - 1}, \qquad \ell_2 = \lim_{x\to 0} \frac{e^{6x} - 1}{e^{4x} - 1}, \qquad \ell_3 = \lim_{x\to 0} \frac{e^{x} - 1 - x}{x^2}$$

— Risposte:

$$\ell_1 = \frac{7}{5}$$
$$\ell_2 = \frac{3}{2}$$
$$\ell_3 = \frac{1}{2}$$

Calcolare le derivate di

$$f(x) = x\ln(x+1), \qquad g(x) = x\cos(x^2-1).$$

— Risposta:

$$f'(x) = \ln(x+1) + \frac{x}{x+1}$$
$$g'(x) = \cos(x^2-1) - 2x^2\sin(x^2-1)$$

Calcolare la primitiva $h(x)$ di

$$h'(x) = \frac{x^3}{1+x^4}.$$

— Risposta:

$$h(x) = \frac{1}{4}\ln(1+x^4) + C$$

Considerare la funzione

$$f(x) = x - 1 - x\ln x$$

per $x \in [0,\infty)$. Rispondere alle domande seguenti:

$\lim_{x\to 0^+} f(x) = -1$

$\lim_{x\to +\infty} f(x) = -\infty$

derivata prima: $-\ln x$

punti stazionari: $x = 1$

la funzione cresce/decresce in: $[0,1)$ e $(1,\infty)$, risp.

grafico:

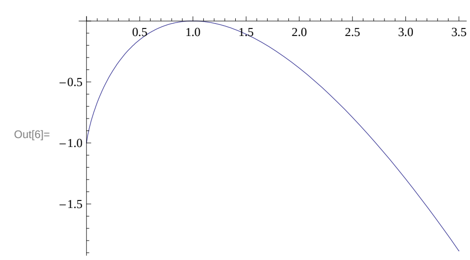

Figure 1: