

### 8.3. 26 marzo 2014

Attenzione: in alcuni degli esercizi seguenti i dati o i risultati potrebbero essere forniti con una precisione eccessiva (in genere 3 cifre significative) rispetto a valori realistici. Ciò serve solo allo scopo di aumentare il livello di confidenza nella risposta che coincide numericamente con una di quelle proposte. Quando il testo propone delle risposte alternative tra le quali scegliere, un'eventuale risposta sbagliata comporta una penalizzazione sul voto finale; non rispondere affatto (cioè se non si pone nessuna crocetta) non comporta invece alcuna penalizzazione. Per l'accelerazione di gravità, usare il valore standard:  $g = 9.80665$ . Per la pressione atmosferica:  $1\text{atm} = 101325\text{Pa}$ ; per la costante dei gas ideali:  $R = 8.3145\text{Jmol}^{-1}\text{K}^{-1}$ .

- Un orologio con pendolo metallico anticipa di 10s ogni giorno, se la temperatura dell'ambiente in cui si trova è di  $15^\circ\text{C}$ ; ritarda invece di 20s al giorno, se la temperatura è di  $30^\circ\text{C}$ . Determinare il ritardo giornaliero, in secondi, alla temperatura di  $22.9^\circ\text{C}$ .  
 A  B  C  D  E  F
- Determinare il volume, in litri, occupato da 8.02g di ossigeno (peso molecolare 32g/mol) alla pressione di 1atm e alla temperatura di 274K.  
 A  B  C  D  E  F
- Cinque moli di gas ideale, inizialmente in uno stato di volume 33.0l e pressione  $P_i = 4.96\text{atm}$ , fanno una trasformazione reversibile che le porta in uno stato di volume 9.89l e pressione  $4P_i$ . La trasformazione è descritta dall'equazione  $P = aV + b$ . Determinare il valore massimo della temperatura, in kelvin, durante la trasformazione.  
 A  B  C  D  E  F
- 3.34mol di gas ideale monoatomico si espandono, in modo adiabatico e reversibile, fino a occupare un volume pari a 3.41 volte quello iniziale  $V_i = 4.46\text{l}$ . La temperatura iniziale vale 366K. Determinare il lavoro, in kJ, compiuto durante l'espansione.  
 A  B  C  D  E  F
- Una mole di elio, gas monoatomico, inizialmente si trova nello stato A, alla temperatura di 343K, con un volume di  $0.0193\text{m}^3$ . Il gas compie successivamente un'espansione isobara reversibile fino allo stato B e un'espansione adiabatica reversibile fino allo stato C, con un volume finale doppio di quello iniziale nello stato A. Infine il gas chiude il ciclo compiendo una compressione isoterma reversibile che lo riporta nello stato A. Determinare la temperatura, in kelvin, nello stato B.  
 A  B  C  D  E  F
- Nella situazione del problema precedente (5), determinare il lavoro netto, in joule, complessivamente fatto dal gas percorrendo il ciclo.  
 A  B  C  D  E  F

7. Nella situazione del problema (5), determinare il rendimento del ciclo.  
 A  0 B  0.132 C  0.312 D  0.492 E  0.672 F  0.852
8. Un gas ideale biatomico compie una trasformazione reversibile nella quale la temperatura assoluta è costantemente proporzionale alla potenza  $k = 0.356$  del volume:  $T \propto V^k$ . Determinare il corrispondente calore molare in  $\text{Jmol}^{-1}\text{K}^{-1}$ .  
 A  0 B  26.1 C  44.1 D  62.1 E  80.1 F  98.1
9. Un cilindro verticale con pareti non permeabili al calore, con base di area  $S$ , contiene una certa quantità di gas ideale monoatomico. Superiormente il cilindro è chiuso da un pistone, di massa  $m_1$ , anch'esso isolante e che può scorrere lungo il cilindro mantenendo una perfetta chiusura. Si supponga che l'esperimento si compia in assenza di pressione atmosferica e con gravità terrestre standard. Inizialmente, in condizioni di equilibrio termodinamico, il volume occupato dal gas è  $V_0$ . Successivamente si pone una massa  $m_2$  sul pistone, facendone abbassare la bruscamente la quota, e si attende il raggiungimento del nuovo equilibrio termodinamico. Determinare il volume occupato dal gas al nuovo equilibrio.  
 A: Nessuna delle altre risposte proposte è corretta  
 B:  $\frac{2m_1+2m_2}{5m_1+2m_2} V_0$   
 C:  $\frac{5m_1+2m_2}{5m_1+5m_2} V_0$   
 D:  $\frac{2m_1+5m_2}{5m_1+5m_2} V_0$   
 E:  $\frac{2m_1+2m_2}{5m_1+5m_2} V_0$   
 F:  $\frac{2m_1+2m_2}{2m_1+2m_2} V_0$   
 A  B  C  D  E  F
10. Un infermiere sta preparando un paziente per una flebo. Dopo aver collegato la bottiglia di liquido, di densità  $1.07\text{g/cm}^3$ , a un tubicino del diametro di  $e$  e a un ago, infila quest'ultimo in una vena. Sapendo che la pressione del sangue è pari a  $3.10 \times 10^3\text{Pa}$ , determinare l'altezza minima, in  $\text{cm}$  e rispetto all'ago, a cui deve essere posta la bottiglia affinché il liquido entri in vena.  
 A  0 B  11.5 C  29.5 D  47.5 E  65.5 F  83.5

## Soluzione

### Domanda 1

Dato che il periodo del pendolo è

$$P = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

avremo

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{1}{2} \frac{\Delta \ell}{\ell} = \frac{1}{2} \alpha \Delta T$$

dove  $\alpha$  è il coefficiente di espansione termica,  $\Delta T$  è la variazione di temperatura rispetto al valore per il quale si ha la lettura corretta, e  $\Delta P$  la variazione del periodo corrispondente.



Il ritardo accumulato in un giorno sarà ( $\tau = 24 \times 60 \times 60\text{s}$ )

$$\Delta\tau = \tau \frac{\Delta P}{P} = \frac{1}{2} \alpha \tau \Delta T$$

e quindi

$$\Delta\tau_1 = \frac{1}{2} \alpha \tau (15 - T_0) = -10\text{s}$$

$$\Delta\tau_2 = \frac{1}{2} \alpha \tau (30 - T_0) = 20\text{s}$$

Noi dobbiamo determinare

$$\Delta\tau_3 = \frac{1}{2} \alpha \tau (22.9 - T_0)$$

Dalle due relazioni precedenti troviamo

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \alpha \tau &= 2 \\ \frac{1}{2} \alpha \tau T_0 &= 40 \end{aligned}$$

e sostituendo

$$\Delta\tau_3 = 2 \times 22.9 - 40 = 5.8\text{s}$$

La risposta corretta è quindi la D.

### Domanda 2

Il numero di moli di ossigeno è

$$n = 8.02/32 = 0.250625$$

ed il volume occupato sarà

$$V = \frac{nRT}{P} = \frac{0.250625 \times 8.3145 \times 274}{101325} \text{m}^3 = 5.64\text{l}$$

La risposta corretta è quindi la D.

### Domanda 3

Determiniamo  $a$  e  $b$ . Deve essere

$$\begin{aligned} P_i &= aV_i + b \\ 4P_i &= aV_f + b \end{aligned}$$



e quindi

$$a = \frac{3P_i}{V_f - V_i} = \frac{3 \times 4.96 \times 101325}{(9.89 - 33.0) 10^{-3}} = -6.50438 \times 10^7 \text{ Pa/m}^3$$

$$b = 4.96 \times 101325 + 6.50438 \times 10^7 \times 33.0 \times 10^{-3} = 2.64902 \times 10^6 \text{ Pa}$$

Per la temperatura abbiamo

$$T = \frac{PV}{nR} = \frac{1}{nR} V (aV + b)$$

che ha valore massimo per

$$V = -\frac{b}{2a} = 20.41$$

che è all'interno dell'intervallo considerato. La temperatura massima sarà dunque

$$T_{max} = \frac{-6.50438 \times 10^7 \times (20.4 \times 10^{-3})^2 + 2.64902 \times 10^6 \times 20.4 \times 10^{-3}}{5 \times 8.3145} = 649\text{K}$$

La risposta corretta è dunque la E.

#### Domanda 4

Dato che la trasformazione è adiabatica il lavoro fatto dal gas è uguale alla diminuzione della sua energia interna. Dunque

$$L = nc_V (T_i - T_f)$$

ma dato che  $TV^{\gamma-1}$  è costante

$$T_f = T_i \left( \frac{V_i}{V_f} \right)^{\gamma-1} = T_i \left( \frac{1}{3.41} \right)^{\frac{2}{3}} = 161.552\text{K}$$

Quindi

$$L = 3.34 \times \frac{3}{2} \times 8.3145 \times (366 - 161.552) = 8.52\text{kJ}$$

e la risposta corretta è la F.

#### Domanda 5

La pressione in  $C$  è data da

$$P_C = \frac{nRT_A}{2V_A} = \frac{P_A}{2}$$

ed inoltre, dato che la trasformazione da  $B$  a  $C$  è adiabatica, avremo

$$P_C T_A^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} = P_A T_B^{\frac{\gamma}{1-\gamma}}$$



di conseguenza

$$T_B = T_A \left( \frac{P_C}{P_A} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_A \left( \frac{1}{2} \right)^{-\frac{2}{5}} = 452.591\text{K}$$

La risposta corretta è la C.

### Domanda 6

Abbiamo:

$$\begin{aligned} L_{AB} &= P_A (V_B - V_A) = R (T_B - T_A) \\ L_{BC} &= -c_V (T_A - T_B) \\ L_{CA} &= RT_A \log \frac{1}{2} \end{aligned}$$

e quindi

$$\begin{aligned} L &= c_P (T_B - T_A) + RT_A \log \frac{1}{2} \\ &= \frac{5}{2} R (452.591 - 343) - 343 \times R \log 2 = 301.218\text{J} \end{aligned}$$

La risposta corretta è la C.

### Domanda 7

Il rendimento è il rapporto tra il lavoro (che abbiamo calcolato nell'esercizio precedente) e il calore assorbito. Il calore viene assorbito in questo caso sulla trasformazione isobara, e vale

$$Q = c_P (T_B - T_A)$$

quindi

$$\eta = \frac{c_P (T_B - T_A) - RT_A \log 2}{c_P (T_B - T_A)} = 0.13223$$

La risposta corretta è la B.

### Domanda 8

Abbiamo

$$dQ = n c_V dT + P dV$$

D'altra parte

$$\frac{dT}{T} = k \frac{dV}{V}$$

e sostituendo troviamo

$$dQ = n c_V dT + n \frac{RT}{V} \frac{dV}{T} \frac{V}{k} = n \left( c_V + \frac{R}{k} \right) dT$$



Quindi il calore molare cercato è

$$\frac{1}{n} \frac{dQ}{dT} = c_V + \frac{R}{k} = \left( \frac{5}{2} + \frac{1}{k} \right) R = 44.14 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

La risposta corretta è la C.

### Domanda 9

Inizialmente  $P_0 = m_1 g S^{-1}$ . Dato che durante la trasformazione l'aumento di energia interna del è uguale al lavoro fatto su di esso avremo

$$\frac{(m_1 + m_2)g}{S} (V_0 - V_1) = n c_V (T_1 - T_0)$$

e usando l'equazione di stato

$$\frac{(m_1 + m_2)g}{S} (V_0 - V_1) = \frac{c_V}{R} (nRT_1 - nRT_0) = \frac{c_V}{R} \left( \frac{(m_1 + m_2)g}{S} V_1 - \frac{m_1 g}{S} V_0 \right)$$

Quindi

$$(m_1 + m_2) (V_0 - V_1) = \frac{3}{2} [(m_1 + m_2) V_1 - m_1 V_0]$$

da cui

$$V_1 = \frac{2m_1 + 5m_2}{5m_1 + 5m_2} V_0$$

La risposta corretta è la D.

### Domanda 10

La sovra-pressione deve essere uguale alla pressione della colonna di liquido, quindi

$$\rho g h = 3.10 \times 10^3 \text{ Pa}$$

Risolvendo otteniamo

$$h = \frac{3.10 \times 10^3}{1.07 \times 10^3 \times 9.80665} \text{ m} = 29.4 \text{ cm}$$

La risposta corretta è la C.