

8.7. 30 ottobre 2015

Negli esercizi seguenti le coordinate polari sferiche vengono indicate con i simboli r, θ, ϕ , dove r è la distanza dall'origine O , θ è l'angolo polare (colatitudine) e ϕ è l'azimut; le coordinate cilindriche vengono indicate con i simboli ρ, ϕ, z , dove ρ è la distanza dall'asse polare, ϕ è l'azimut e z è la quota; le coordinate cartesiane vengono indicate con i simboli x, y, z . Quando più tipi di coordinate sono usati nello stesso esercizio, salvo avviso contrario i diversi sistemi sono associati nel modo usuale: origini coincidenti, assi polari coincidenti tra loro e coincidenti con l'asse z , origine degli azimut coincidente con il semiasse $x > 0$, ecc.

Valore standard dell'accelerazione di gravità: $g = 9.80665 \text{ m/s}^2$.

- Dopo aver verificato che tutti gli atomi di idrogeno hanno lo stesso raggio, si vuole sviluppare una teoria che determini tale raggio r . I dati disponibili sono: la massa $m_p = 1.67 \cdot 10^{-24} \text{ g}$ del protone, che occupa il centro dell'atomo, la massa $m_e = 9.11 \cdot 10^{-28} \text{ g}$ dell'elettrone, che percorre rivoluzioni circolari intorno al protone, e il modulo $q = 4,80 \cdot 10^{-10} \text{ g}^{1/2} \text{ cm}^{3/2} \text{ s}^{-1}$ delle cariche elettriche, opposte, di protone e elettrone. Con considerazioni dimensionali, quale formula si può ipotizzare per il raggio dell'atomo di idrogeno?

A: $r = q^2/m_e$

B: $r = m_p m_e / (m_p + m_e) / q^2$

C: $r = q^2 (m_p + m_e) / (m_p m_e)$

D: $r = q^2/m_p$

E: Nessuna delle altre risposte proposte è corretta

F: Non esiste alcuna formula possibile dei dati disponibili

A B C D E F

- Un'automobile, dotata di ruote con raggio di 31.0 cm, percorre una semicirconferenza di raggio 9.60 km in 54.4 minuti. Determinare il modulo della velocità (vettoriale) media, in km/h.

A |0| B |21.2| C |39.2| D |57.2| E |75.2| F |93.2|

- Nel caso del problema precedente (2), determinare la velocità scalare media (media del modulo della velocità), in km/h.

A |0| B |15.3| C |33.3| D |51.3| E |69.3| F |87.3|

- Date le grandezze $F = 91.9 \text{ kg m s}^{-2}$, $m = 22.3 \text{ g}$, $a = 3.74 \text{ m/s}^2$, $v = 30.0 \text{ km/h}$, $x = 41.9 \text{ cm}$, $t = 461 \text{ s}$ e $\omega = 77.6 \text{ rad/s}$, determinarne una espressione dimensionalmente corretta per la variabile angolare α misurata in radianti.

A: $\alpha = \omega t \log(a/v^2)$

B: $\alpha = m \omega a \cos(\omega x/v)/F$

C: $\alpha = F^2 x \log(v^2/(ax))/(m v^2 a)$

D: $\alpha = F a x^2 e^{v^4/(a^2 x)}/(v^4 m)$

E: $\alpha = m^2 a v^2 \sin(\omega t)/(F^2 x)$

F: Nessuna delle espressioni proposte è dimensionalmente corretta

A B C D E F



5. Una persona, viaggiando sulla superficie della Terra, si muove dapprima dal punto A (latitudine 36.0° N, longitudine 15.0° E) al punto B (latitudine 37.4° N) lungo un meridiano e, successivamente, dal punto B al punto C (longitudine 13.8° E) lungo un parallelo. Supponendo che la Terra sia sferica con raggio di 6370 km, determinare la lunghezza, in km, della traiettoria complessiva.
 A B C D E F
6. Un punto P, nella posizione di coordinate cilindriche ($\rho = 1.93$ m, $\phi = 5.74$ rad, $z = 3.50$ m), ha una velocità $\mathbf{v} = v_\phi \hat{\mathbf{e}}_\phi$, con $v_\phi = 8.69$ m/s, e un'accelerazione $\mathbf{a} = a_x \hat{\mathbf{e}}_x + a_y \hat{\mathbf{e}}_y$, con $a_x = a_y = 6.03$ m/s². Determinare $\frac{dv_\phi}{dt}$ in m/s², nella posizione data.
 A B C D E F
7. Un cannone spara un proiettile su un pianura da un'altezza di 394 m. Il tiro è orizzontale e la velocità del proiettile all'uscita dal cannone vale 453 m/s. Determinare la gittata (a che distanza orizzontale il proiettile cade sulla pianura) in chilometri.
 A B C D E F
8. Una particella parte dall'origine di un sistema cartesiano al tempo $t = 0$ e si muove di moto rettilineo uniforme con velocità $v_x \hat{\mathbf{e}}_x + v_y \hat{\mathbf{e}}_y + v_z \hat{\mathbf{e}}_z$, con $v_x = 2.85$ m/s, $v_y = 4.01$ m/s e $v_z = 3.23$ m/s. Una seconda particella parte dalla stessa origine al tempo $t = 2$ s e si muove di moto rettilineo uniforme con velocità $w_x \hat{\mathbf{e}}_x + w_y \hat{\mathbf{e}}_y + w_z \hat{\mathbf{e}}_z$, con $w_x = 8.40$ m/s, $w_y = 4.91$ m/s e $w_z = 2.66$ m/s. Determinare la distanza, in metri, tra le due particelle al tempo $t = 4$ s.
 A B C D E F
9. Un'imbarcazione attraversa un fiume con una traiettoria rettilinea perpendicolare alle rive del fiume. Il modulo della velocità con cui scorre l'acqua del fiume è 12.8 km/h. Il modulo della velocità (costante) con cui naviga la barca in uno specchio di acqua ferma è 15.5 km/h. La larghezza del fiume è 72.4 m. Determinare in quanto tempo, in secondi, la barca attraversa il fiume se si muove a velocità costante.
 A B C D E F
10. Mi trovo al finestrino di un treno che parte da fermo con un'accelerazione costante. Dopo un tempo 7.14 s dalla partenza, lascio cadere un oggetto fuori del finestrino, da un'altezza di 2 metri rispetto al suolo, proprio mentre mi trovo davanti a un osservatore fermo sulla strada in prossimità del binario. L'osservatore vede l'oggetto toccare terra 7.42 m più avanti rispetto alla sua posizione. Anch'io osservo l'oggetto che tocca terra, ma più indietro di una certa distanza x rispetto alla mia posizione. Determinare x in metri.
 A B C D E F

Soluzione

Domanda 1

Il raggio dell'idrogeno deve avere le dimensioni di una lunghezza. Tutte le espressioni proposte contengono un fattore proporzionale al quadrato di una carica, che ha dimensioni

$$[q^2] = ML^3T^{-1}$$

quindi è necessario moltiplicare per un fattore che abbia dimensionalità temporale e spaziale non nulla. Ma tutti i fattori proposti sono combinazioni di masse, e quindi nessuno può essere corretto.

Domanda 2

Domanda 3

Domanda 4

Domanda 5

Domanda 6

Domanda 7

Domanda 8

Domanda 9

Domanda 10