

PROBLEMA 5.44

Oscillazione in una guida parabolica **

Si calcoli la frequenza di oscillazione di un punto materiale di massa m vincolato a muoversi su una guida descritta dall'equazione

$$y = \alpha x^2$$

con $\alpha > 0$, nella approssimazione di piccole oscillazioni attorno a $x = 0$.

Soluzione

Utilizzando come coordinata l'ascissa x del punto materiale scriviamo l'energia del sistema

$$E = \frac{1}{2}m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + mgy$$

nella forma

$$E = \frac{1}{2}m(1 + 4\alpha^2 x^2)\dot{x}^2 + mg\alpha x^2.$$

Sviluppando per piccoli valori di x , \dot{x} otteniamo al secondo ordine

$$E = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + mg\alpha x^2$$

che corrisponde ad un oscillatore armonico di frequenza

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{2g\alpha}$$