

PROBLEMA 6.12

Tensore di inerzia di una lamina **

Mostrare che un asse principale di inerzia di una lamina è perpendicolare ad essa. Scegliendo l'asse z lungo tale direzione mostrare che vale sempre

$$I_{zz} = I_{xx} + I_{yy}$$

Soluzione

Se scegliamo la direzione z perpendicolare alla lamina e l'origine su di essa per tutti i punti sarà ovviamente $z = 0$. Da questo segue che il tensore di inerzia avrà la struttura

$$\begin{pmatrix} I_{xx} & I_{xy} & 0 \\ I_{xy} & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{pmatrix}$$

Ma se scriviamo esplicitamente gli elementi diagonali

$$I_{xx} = \int dm y^2$$

$$I_{yy} = \int dm x^2$$

$$I_{zz} = \int dm (x^2 + y^2)$$

concludiamo immediatamente che $I_{zz} = I_{xx} + I_{yy}$.