PROBLEMA 6.22

Contatto tra corpi rigidi ⋆⋆

I tre cilindri identici (momento di inerzia I, raggio R) in Figura 6.11 inizialmente ruotano liberamente attorno al proprio asse con la stessa velocità angolare ω_0. A meno di non tovarsi in una condizione di rotolamento puro in ciascun punto di contatto si sviluppano delle forze di attrito. Calcolare le velocità angolari a regime, cioè dopo un tempo arbitrariamente lungo.

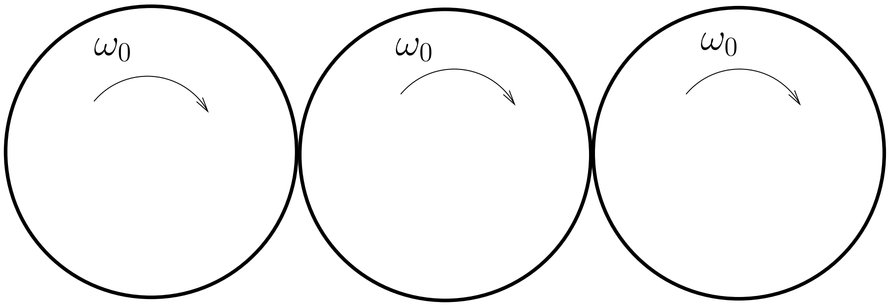

Figura 6.11.: I tre cilindri in contatto. Sono indicate le velocità angolari iniziali.

Soluzione

Possiamo scrivere le equazioni del moto dei tre cilindri nella forma

$$I\dot{\omega}_1 = Rf_1 \tag{6.22.1}$$
$$I\dot{\omega}_2 = Rf_1 + Rf_2 \tag{6.22.2}$$
$$I\dot{\omega}_3 = Rf_2 \tag{6.22.3}$$

dove f_1 e f_2 sono forze (incognite) che rappresentano l'attrito tra un cilindro e l'altro. Da questo segue immediatamente

$$I\left(\dot{\omega}_1 + \dot{\omega}_3 - \dot{\omega}_2\right) = 0 \tag{6.22.4}$$

cioè la quantità $\omega_1 + \omega_3 - \omega_2$ si conserva. Nella situazione finale deve essere $\omega_1 = -\omega_2$ e $\omega_2 = -\omega_3$ (velocità relativa nulla ai punti di contatto), mentre inizialmente $\omega_1 + \omega_3 - \omega_2 = \omega_0$, quindi

$$\omega_1 = \frac{1}{3}\omega_0 \tag{6.22.5}$$

da cui le velocità finali:

$$\omega_1 = \frac{1}{3}\omega_0, \quad \omega_2 = -\frac{1}{3}\omega_0, \quad \omega_3 = \frac{1}{3}\omega_0 \tag{6.22.6}$$