

PROBLEMA 6.6

Cilindro su un piano inclinato★

Un cilindro ruota senza strisciare su un piano inclinato di un angolo α . Calcolare l'accelerazione del suo centro di massa.

Soluzione

Possiamo scrivere l'energia totale nella forma

$$E = \frac{1}{2}Ms^2 + \frac{1}{2}I\dot{\theta}^2 - Mgs \sin \alpha$$

dove s è una coordinata presa lungo il piano e I il momento di inerzia del cilindro rispetto al suo asse. Dalla condizione di puro rotolamento $R\dot{\theta} = -\dot{s}$ abbiamo

$$E = \frac{1}{2} \left(M + \frac{I}{R^2} \right) \dot{s}^2 - Mgs \sin \alpha$$

e derivando rispetto al tempo

$$\dot{E} = \left(M + \frac{I}{R^2} \right) \dot{s}\ddot{s} - Mg\dot{s} \sin \alpha = 0$$

abbiamo le equazioni del moto

$$\ddot{s} = \frac{Mg \sin \alpha}{M + \frac{I}{R^2}}$$

che forniscono direttamente l'accelerazione.