Nota sulla tracciatura 3D

Per definire una retta nello spazio 3D occorrono le coordinate di un punto $\vec{r}_0$ per il quale passa la retta e il versore $\vec{n}$ che indica la direzione. In notazione vettoriale, la retta rappresentata dalle terne $\vec{r} = (x, y, z)$ tali che

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{n}t \quad , \qquad -\infty < t < +\infty$$

Al variare del parametro t si hanno le coordinate di tutti i punti per i quali passa la retta. Le componenti del generico versore si specificano attraverso un angolo polare $0 < \theta < \pi$ e un angolo azimutale $0 < \phi < 2\pi$. Il versore è dato da $\vec{n} = (\alpha, \beta, \gamma)$ con

$$\begin{aligned} \alpha &= \sin\theta\sin\phi \\ \beta &= \sin\theta\cos\phi \\ \gamma &= \cos\theta \end{aligned}$$

Dovendo tracciare il percorso di una particella soggetta a Multiplo Scattering (MS) occorre stabilire quale distribuzione statistica $P(\theta)$ convenga per generare l'angolo di scattering. La distribuzione varia in funzione dell'energia della particella, dello spessore attraversato e delle proprietà fisiche del materiale in cui avviene lo scattering. Una successioni di scattering multipli si genera definendo opportunamente il passo elementare Δr di uno step rettilineo (in pratica si approssima la traiettoria con una poligonale spezzata in 3D) e sottoponendo a MS la particella dopo ogni singolo step. Si faccia attenzione che lo step non deve essere troppo corto (lo scattering cesserebbe di essere multiplo) né troppo lungo (le perdite di energia sarebbero grosse).

L'effetto del MS sul versore $\vec{n}$ si specifica nel modo seguente: La terna (α, β, γ) è il versore all'inizio dello step e mentre la terna $(\alpha', \beta', \gamma')$ è il versore dopo lo step; volendo esprimere le direzione primate in funzione di quelle vecchie si deve

- Generare gli angoli di scattering (nel sistema del laboratorio) θ in accordo con la distribuzione $P(\theta)$ e un angolo polare ϕ uniforme in $[0, 2\pi]$.
- effettuare la trasformazione

$$\begin{aligned} \alpha' &= \mu\alpha + a(\alpha\gamma\sin\phi + \beta\cos\phi) \\ \beta' &= \mu\beta + a(\beta\gamma\sin\phi - \alpha\cos\phi) \\ \gamma' &= \mu\gamma - a(1-\gamma^2)\sin\phi \end{aligned}$$

dove

$$a = \sqrt{\frac{1-\mu^2}{1-\gamma^2}} \quad ; \quad \mu = \cos\theta \quad ; \quad |\gamma| \neq 1.$$

se $|\gamma| = 1$ si ha invece

$$
\begin{aligned}
\alpha' &= \gamma b \cos\phi \\
\beta' &= b \sin\phi \\
\gamma' &= \gamma\mu
\end{aligned}
$$

con $b = \sqrt{1-\mu^2}$.