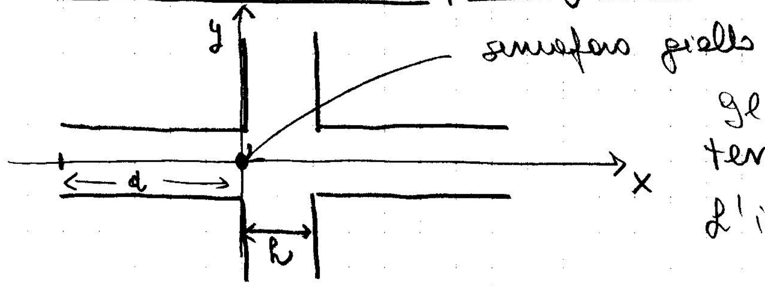
Esercizio del semaforo giallo



Il giallo sta per un tempo τ

l'incrocio è lungo h

Una macchina, a velocità v_0, arriva e scatta il giallo. Per non trovarsi in mezzo all'incrocio col rosso, deve passare o frenare?

1) passa con v costante

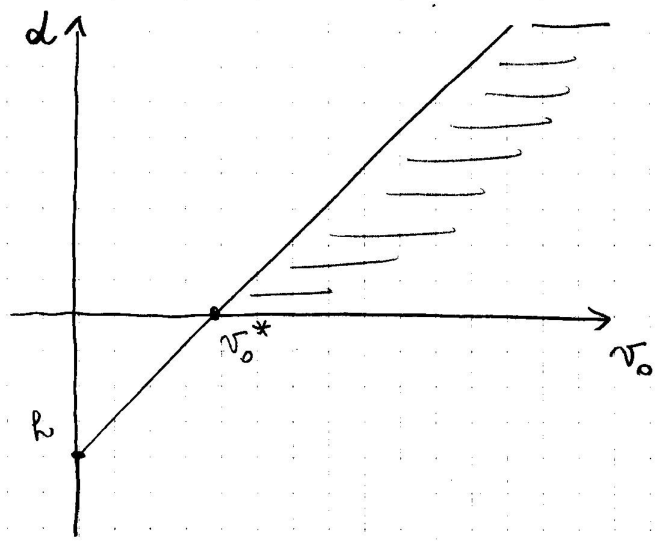
$$v(t) = v_0$$

$$s(t) = s_0 + v_0 t = -d + v_0 t$$

Per τ : $s(\tau) = -d + v_0 \tau \geq h$

$\left[v_0^* \text{ è t.c. passo l'incrocio} \Rightarrow v_0^* = \frac{h}{\tau} \right]$

$$d \leq v_0 \tau - h$$



2) frena $\Rightarrow$ decelerazione a

$$v(t) = v_0 - a t$$

$$s(t) = s_0 + v_0 t - \frac{1}{2} a t^2$$

$t^* \equiv$ tempo di frenata $= \frac{v_0}{a}$

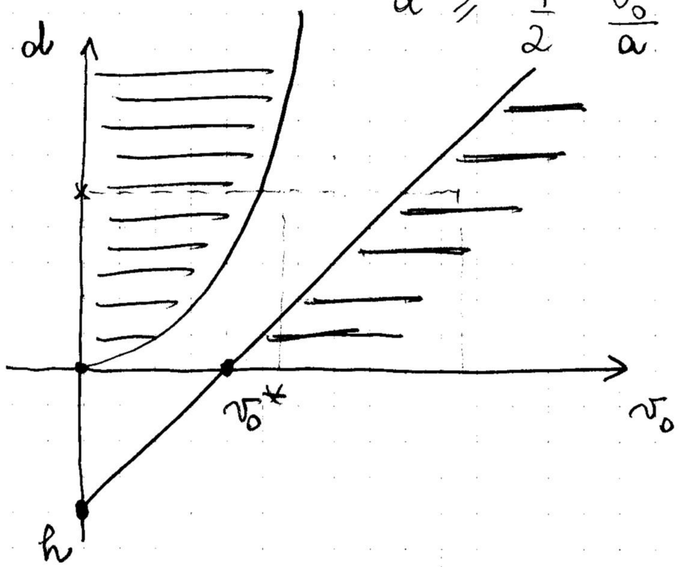
$s(t^*)$ = spazio percorso nella frenata

$= -d + \frac{v_0^2}{a} - \frac{1}{2} a \frac{v_0^2}{a^2} = -d + \frac{v_0^2}{2a}$

Perchè l'auto si fermi in tempo:

$s(t^*) \leq 0 \Rightarrow -d + \frac{v_0^2}{2a} \leq 0$

$d \geq \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{a}$



Note: 1) data d e $v_0 > v_0^*$ ma di poco, se non decido di frenare, mi trovo in mezzo all'incrocio
Se $v_0 >> v_0^*$, l'unica cosa da fare è passare

2) v_0^* dipende da τ. Voglio τ t.c. per d ragionevoli, entrambe le opzioni sono valide:

$d = v_0 \tau - h$

$d = \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{a}$

$\Rightarrow \frac{v_0^2}{2a} = v_0 \tau - h \Rightarrow$

$$v_0 = \tau a \left[1 \pm \underbrace{\sqrt{1 - \frac{2h}{a\tau^2}}} \right]$$

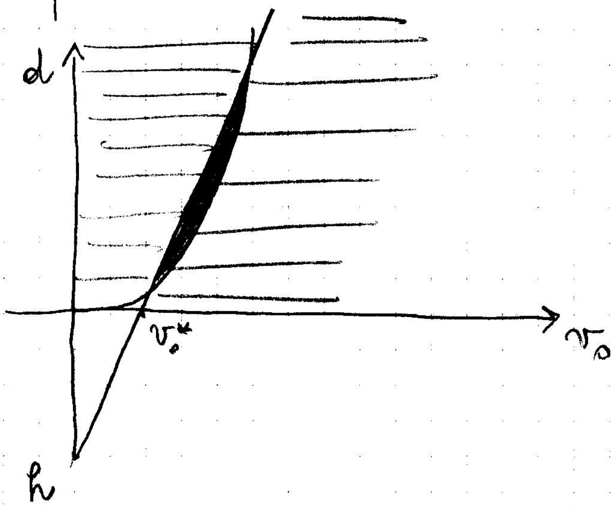
$$a\tau^2 - 2h \geq 0$$

$$\tau \geq \sqrt{\frac{2h}{a}}$$

Per $h \approx 20\ m$

$a \approx 8{,}6\ m/sec^2$ $\qquad \tau \approx 2.16\ sec$

In questo modo:



Adesso suppongo che la macchina non ecceda v_{limite}

$\Rightarrow$ dovrà frenare se è ad una distanza

$$d \leq \frac{v_0^2}{2a} = \frac{v_e^2}{2a}$$

Voglio anche che $v_0^* \leq v_e \Rightarrow$

$$v_0^* = \frac{h}{\tau} \leq v_e \quad \Rightarrow \quad \tau \geq \frac{h}{v_e}$$

$v_e = 50\ km/h \approx 14\ m/s \Rightarrow$ $\quad d \leq 12.25\ m$

$\tau \geq 1.5\ sec$