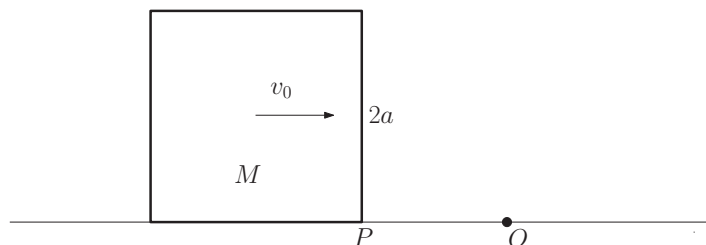


Esercizio 1 (fisica Ib e fisica II vecchio ordinamento)



Il cubo in figura di lato $2a$ e massa M si muove con velocità iniziale v_0 su un piano privo di attrito. Può ruotare liberamente attorno al suo spigolo P , ma quest'ultimo non può staccarsi dal piano orizzontale. Nel punto O si trova un ostacolo che impedisce il passaggio di P .

1. Nell'ipotesi che P rimanga fissato ad O trovare una quantità conservata durante l'urto e calcolarne il valore immediatamente dopo questo. La quantità scelta continua a conservarsi anche successivamente?
2. Nella stessa ipotesi della domanda precedente, per quale valore di minimo di v_0 il cubo si capovolge in avanti.
3. Determinare le componenti della velocità del centro di massa del cubo immediatamente dopo l'urto.

Soluzione

Domanda 1 Scegliendo come polo il punto O , vediamo che durante l'urto le uniche forze rilevanti sono quelle impulsive applicate in esso. Quindi non si hanno momenti impulsivi rispetto ad O , e il momento angolare si conserva. Dato che inizialmente il cubo non ruota si ha

$$\vec{L} = -Mv_0a\hat{z}$$

con \hat{z} scelto uscente dal piano della figura. Successivamente L non si conserva, poichè la forza di gravità ha momento non nullo rispetto ad O .

Domanda 2 Usando la conservazione di L determiniamo la velocità angolare ω_0 del cubo immediatamente dopo l'urto. Si ha

$$L = -Mv_0a = I\omega_0$$

dove I è il momento di inerzia del cubo rispetto a P . Dato che da questo momento si conserva l'energia, affinché il cubo si capovolga deve essere

$$\frac{1}{2}I\omega_0^2 + Mga > Mga\sqrt{2}$$

cioè

$$\omega_0^2 > \frac{2Mga}{I} (\sqrt{2} - 1)$$

e quindi

$$v_0^2 > \frac{2gI}{Ma} (\sqrt{2} - 1)$$

Domanda 3 Dato che conosciamo un punto fisso, possiamo scrivere

$$\vec{v}_{cm} = \vec{\omega} \wedge \vec{r}_{cm}$$

ossia

$$\vec{v}_{cm} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ 0 & 0 & \omega_0 \\ -a & a & 0 \end{vmatrix} = -a\omega_0\hat{x} - a\omega_0\hat{y} = \frac{Ma^2v_0}{I} (\hat{x} + \hat{y})$$