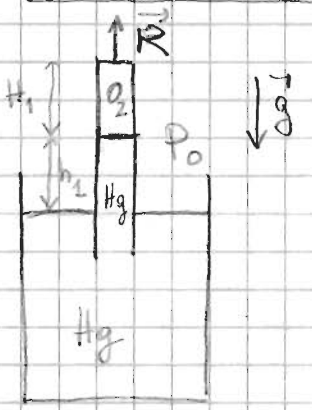
Esercizio del recipiente di mercurio con cilindro rovesciato

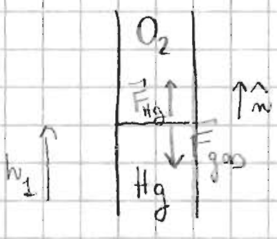


Equilibrio. Trovare p_{gas} e $\vec{R}$

Fluido perfetto $\Rightarrow$ •) in ogni direzione $dF = p\, dS$ ← pressione del fluido
•) $dF \perp dS$

$$\Rightarrow \vec{F} = p S \hat{n}$$

$\Rightarrow$ considero il cilindro:

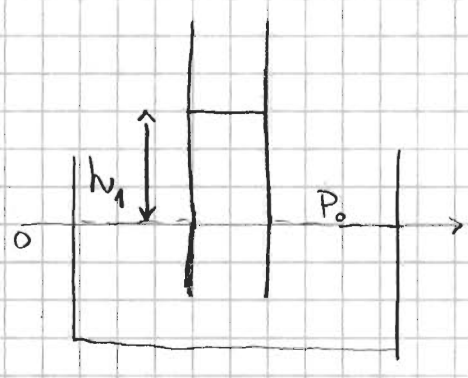


$$\vec{F}_{gas} + \vec{F}_{Hg} = 0 \quad \text{(ho equilibrio)}$$

$$-p_{gas} S + p_{Hg} S = 0 \Rightarrow \boxed{P_{Hg} = P_{gas}}$$

$\Rightarrow$ la pressione del gas = pressione di Hg alla quota h_1.

Ora usiamo la legge di Stevino

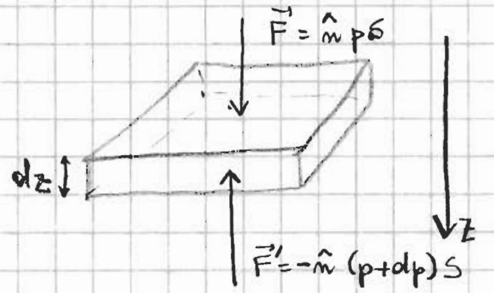


$$P_{Hg}(h_1) + \rho_{Hg} h_1 g = P_{Hg}(0) = P_0$$

$$\Rightarrow P_{Hg} = P_0 - \rho_{Hg} g h_1$$

$$\Rightarrow P_{gas} = P_0 - \rho_{Hg} g h_1$$

Dimostriamo la legge di Stevino:



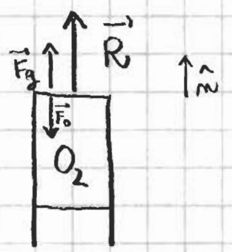
eguagliamo le forze (ho equilibrio) $\quad \cancel{pS} - (\cancel{p}+dp)\cancel{S} + \rho g \cancel{S} dz = 0$

$$dp = \rho g \, dz$$

$$\Rightarrow \quad p(h) - p(0) = \int_0^{h_1} \rho g \, dz = \rho g h \quad \blacksquare$$

Nota che se ho un gas, $\rho g h \ll p(0) \Rightarrow p(h) \approx p(0)$.
Questo non è vero per l'atmosfera se h è grande!

Troviamo R:



$\vec{F}_0 = -\hat{n} S P_0$

$\vec{F}_g = \hat{n} S P_{gas}$

$$\Rightarrow \quad R + P_{gas} S - P_0 S = 0$$

$$R + \cancel{P_0 S} - \rho_{Hg} g h_1 S - \cancel{P_0 S} = 0$$

$$R = \rho_{Hg} g h_1 S$$

Questo senza massa del tubicino. Se c'era anche la massa del tubicino

$$R = \rho_{Hg} g h_1 S + m_{tub} g$$

Sapendo che $pV = nRT$, conoscendo $T = T_0$, trovare n.

$$n = \frac{p\,S H_1}{RT_0} = (P_0 - \rho_{Hg}\, g h_1)\frac{S H_1}{RT_0}$$

Adesso riduco P, e porto $h_1 \rightarrow h_2 < h_1$ e $H_1 \rightarrow H_2 > H_1$.
Data h_2, trovare H_2. T resta costante.

Nuova $p_{gas} = P_0 - \rho_{Hg}\, g h_2$

$$pV = nRT \Rightarrow (P_0 - \rho_{Hg}\, g h_2)\cancel{S} H_2 = (P_0 - \rho_{Hg}\, g h_1)\cancel{S} H_1$$

$$H_2 = \frac{P_0 - \rho_{Hg}\, g h_1}{P_0 - \rho_{Hg}\, g h_2} H_1 .$$

Quant'è l'h_1 minimo a cui posso arrivare?