

PROBLEMA 1.4

Caduta da una calotta semisferica ★

Una particella di massa m è appoggiata sul punto più in alto di una calotta semisferica di massa M e raggio R , libera di scorrere su un piano orizzontale. La particella viene spostata leggermente e, sotto l'effetto della accelerazione di gravità g , inizia a cadere. Si osserva che ad una altezza h da terra la particella si stacca dalla calotta. Sulla base di considerazioni dimensionali determinare la dipendenza da h dai parametri m , M , R e g che caratterizzano il problema.

Soluzione

Dobbiamo costruire con i parametri in gioco quantità con le dimensioni di una lunghezza. Osserviamo che possiamo ottenere una combinazione adimensionale

$$\Pi_1 = \frac{m}{M}$$

e, tolta m , l'unica combinazione possibile è semplicemente R . Di conseguenza dovrà essere

$$h = R\Phi\left(\frac{m}{M}\right)$$

dove $\Phi(x)$ è una funzione arbitraria. Osserviamo che per l'angolo θ al quale avviene il distacco vale

$$\sin\theta = \frac{h}{R} = \Phi\left(\frac{m}{M}\right)$$

e quindi θ dipende solo dal rapporto delle masse (e non da g , ad esempio).