

PROBLEMA 3.10

Moto nel piano: accerazione e velocità noti in modulo. ** S

Un punto materiale si muove in un piano con un'accelerazione e una velocità il cui modulo è dato da $|\vec{a}| = a$ e $|\vec{v}| = v$.

1. Se $a(t) = a_0$ e $v(t) = v_0$, con a_0 e v_0 costanti, quanto vale l'angolo tra velocità e accelerazione?
2. Per le stesse accelerazioni e velocità della domanda precedente determinare la traiettoria.
3. Supponendo che per $t > 0$ il modulo della velocità valga $v(t) = \beta t$, con β costante positiva, come si deve scegliere $a(t)$ affinché la traiettoria sia identica a quella precedentemente determinata?

Soluzione¹

1. Se il modulo della velocità è costante, allora l'accelerazione tangenziale alla traiettoria deve essere nulla. Quindi l'accelerazione è perpendicolare alla velocità.
2. Per quanto visto al punto precedente l'accelerazione tangenziale è nulla. Quindi il modulo dell'accelerazione è uguale al modulo dell'accelerazione normale, da cui

$$a_0 = \frac{v_0^2}{\rho}$$

dove ρ è il raggio di curvatura della traiettoria, che è quindi costante. Il moto è quindi circolare uniforme, e la traiettoria una circonferenza di raggio $R = v_0^2/a_0$.

3. Per avere ancora un moto circolare dovrà essere

$$a^2(t) = \dot{v}(t)^2 + \frac{v^4(t)}{R^2} = \beta^2 + \frac{a_0^2}{v_0^4} \beta^4 t^4$$

¹Scritto del 20/1/2012