

PROBLEMA 3.13

Lancette dell'orologio ★

Alle tre del pomeriggio l'angolo tra la lancetta delle ore e quella dei minuti di un orologio formano un angolo di $\pi/2$. Calcolare dopo quanto tempo le lancette si sovrappongono.

Soluzione

La velocità angolare della lancetta dei minuti è

$$\omega_m = \frac{2\pi}{60 \times 60} \text{rad s}^{-1}$$

e quella della lancetta delle ore

$$\omega_o = \frac{2\pi}{12 \times 60 \times 60} \text{rad s}^{-1}$$

L'angolo che ciascuna lancetta forma con la verticale è data da

$$\begin{aligned}\theta_m &= \omega_m t \\ \theta_o &= \frac{\pi}{2} + \omega_o t\end{aligned}$$

dove t è il tempo trascorso dalle tre del pomeriggio. Le due lancette si sovrappongono quando $\theta_m = \theta_o$, cioè quando

$$\omega_m t = \frac{\pi}{2} + \omega_o t$$

e risolvendo troviamo

$$t = \frac{\pi/2}{\omega_m - \omega_o} = \frac{10800}{11} \text{s} \simeq 16 \text{min } 22 \text{s}$$