

PROBLEMA 3.3

Raggiungere un oggetto che accelera **

Un'automobile parte da ferma con moto uniformemente accelerato e accelerazione a . Dopo un tempo τ si lancia un proiettile che si può supporre in moto con velocità costante v_0 . Determinare la minima velocità v_0 necessaria a colpire l'automobile, in funzione di a e τ . Si può considerare il moto puramente unidimensionale.

Soluzione

Le leggi orarie di automobile e proiettile si possono scrivere nella forma

$$s_A(t) = \frac{1}{2}at^2$$

$$s_P(t) = v_0(t - \tau).$$

Proiettile e automobile si incontrano al tempo determinato da $s_A(t) = s_P(t)$, con $t > \tau$. Il tutto è rappresentato graficamente in Figura 3.1.

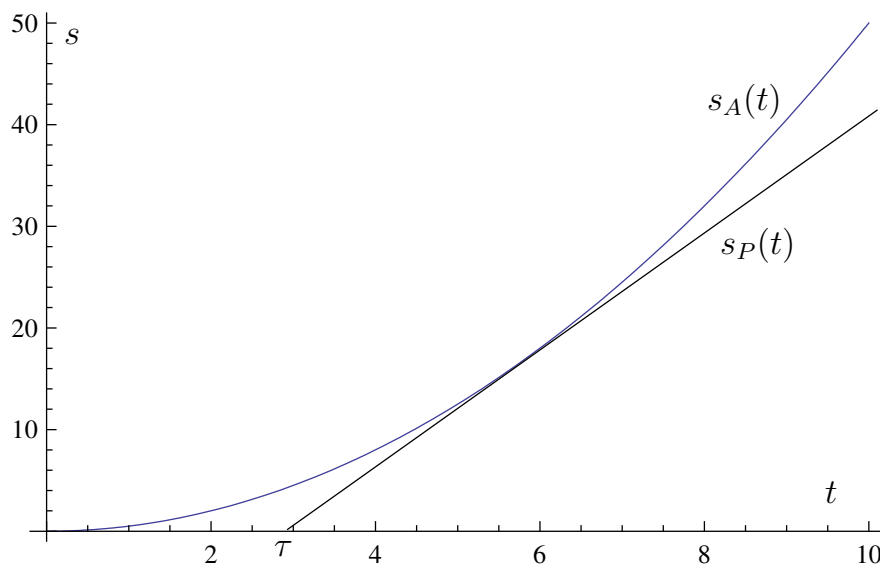


Figura 3.1.: Figura per il problema.

Abbiamo quindi

$$\frac{1}{2}at^2 - v_0(t - \tau) = 0.$$

La velocità minima corrisponde alla condizione di tangenza tra retta e parabola,

$$\Delta = v_0^2 - 2av_0\tau = 0$$

3.3. RAGGIUNGERE UN OGGETTO CHE ACCELERA **

cioè $v_0 = 0$ oppure $v_0 = 2a\tau$. La prima possibilità corrisponde a un tempo $t = 0$, e quindi deve essere esclusa. La seconda corrisponde a

$$t^2 - 4\tau(t - \tau) = 0$$

cioè

$$t = 2\tau.$$