

PROBLEMA 3.6

Farfalle kamikaze ★★★

Per spiegare il motivo che porta una farfalla notturna a cadere a spirale sulla fiamma di una candela, si può fare l'ipotesi che normalmente esse facciano riferimento alla luce della luna per guidarsi, mantenendo costante l'angolo tra la direzione di provenienza di questa e la propria direzione di volo. Mostrare che questa è una strategia suicida se la luce di riferimento è quella di una fiamma vicina. Perché invece funziona se la luce è molto lontana?

Soluzione

Possiamo scrivere la velocità nella forma

$$\vec{v} = \dot{R}\hat{e}_r + R\dot{\theta}\hat{e}_\theta = -v \cos \alpha \hat{e}_r + v \sin \alpha \hat{e}_\theta$$

dove v è il modulo della velocità (non necessariamente costante) e α l'angolo fissato tra la direzione del moto e la direzione della sorgente. Da questo segue

$$\begin{aligned}\dot{R} &= v \cos \alpha \\ R\dot{\theta} &= -v \sin \alpha\end{aligned}$$

e quindi

$$\dot{\theta} = -\frac{\dot{R}}{R} \tan \alpha.$$

Integrando abbiamo

$$R = R_0 e^{-\frac{\theta}{\tan \alpha}}$$

che per $\tan \alpha > 0$ rappresenta una spirale logaritmica attorno all'origine. Se R_0 è molto grande la traiettoria diviene essenzialmente rettilinea.