

PROBLEMA 5.20

Doppio piano inclinato con attrito ★

Una particella di massa m viene lasciata cadere su un doppio piano inclinato come in Figura (5.10), partendo da fermo e da una altezza h . Se su tutto il piano è presente un attrito dinamico caratterizzato da un coefficiente μ_d calcolare sulla base di considerazioni energetiche l'altezza massima raggiunta sul piano a destra. Si supponga che lo spigolo sia regolarizzato e che su di esso non vi sia attrito.

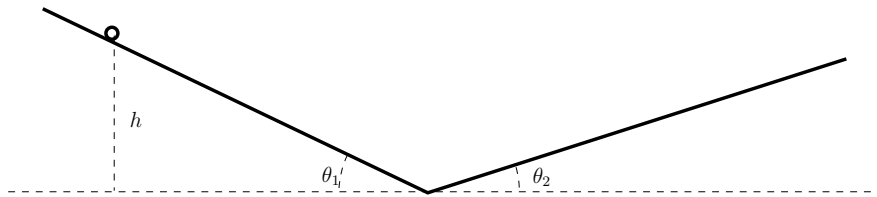


Figura 5.10.: Il sistema descritto nell'esercizio.

Soluzione

All'inizio e alla fine la particella è ferma, quindi occorre considerare la sola energia potenziale. La differenza tra energia potenziale iniziale e finale deve essere uguale al lavoro fatto dalle forze di attrito. Quindi

$$mg(h - h') = F_1 \ell_1 + F_2 \ell_2$$

dove $F_1 = \mu_d mg \cos \theta_1$ e $F_2 = \mu_d mg \cos \theta_2$ sono le forze di attrito sul piano a sinistra e a destra rispettivamente, $\ell_1 = h / \sin \theta_1$ è il tratto percorso sul piano a sinistra e $\ell_2 = h' / \sin \theta_2$ quello percorso sul piano a destra. Abbiamo quindi

$$mg(h - h') = \mu_d mg \left(\frac{h}{\tan \theta_1} + \frac{h'}{\tan \theta_2} \right)$$

da cui

$$h' \left(1 + \frac{\mu_d}{\tan \theta_2} \right) = h \left(1 - \frac{\mu_d}{\tan \theta_1} \right)$$

ed infine

$$h' = h \frac{1 - \frac{\mu_d}{\tan \theta_1}}{1 + \frac{\mu_d}{\tan \theta_2}} < h.$$