

PROBLEMA 5.23

### Caduta quasi libera ★

Sul piano senza attrito in figura, inclinato rispetto all'orizzontale di un angolo  $\alpha$ , è appoggiato un cuneo di massa  $M$ . Su quest'ultimo è fissato un pendolo di massa  $m$  e lunghezza  $\ell$ . Si osserva che, per opportune condizioni iniziali, il cuneo si muove con accelerazione costante  $a$  e l'inclinazione del pendolo rispetto all'orizzontale ha un valore costante  $\theta$ . Determinare  $a$  e  $\theta$ .

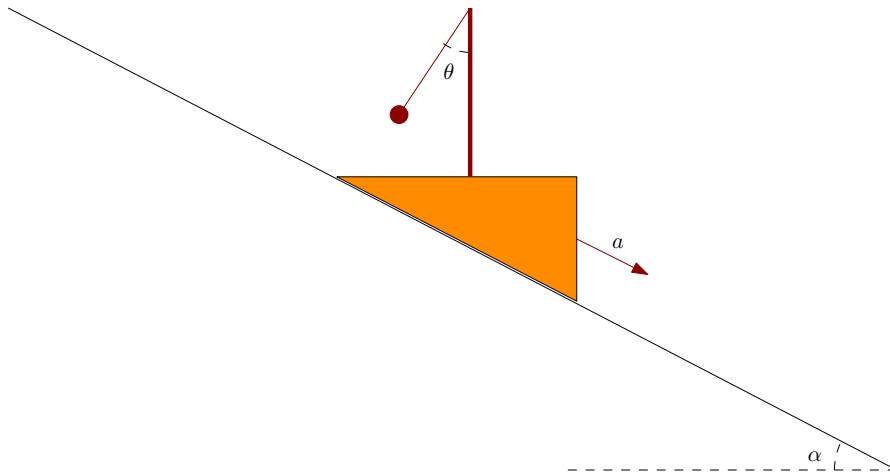


Figura 5.17.: Il sistema considerato nell'esercizio.

#### Soluzione

Se l'inclinazione del pendolo è costante l'accelerazione del cuneo è anche l'accelerazione del centro di massa del sistema complessivo. Questa inoltre sarà diretta parallelamente al piano inclinato: applicando la seconda legge della dinamica possiamo calcolarla immediatamente:

$$\begin{aligned}(M + m)a &= (M + m)g \sin \alpha \\ a &= g \sin \alpha\end{aligned}$$

Il calcolo è perfettamente analogo a quello che si esegue per un unico corpo su un piano inclinato: l'unica forza parallela al piano è una componente della forza peso.

Adesso possiamo determinare l'angolo  $\theta$ . Un semplice ragionamento permette di arrivare al risultato senza eseguire alcun calcolo. Se consideriamo il cuneo (incluso in esso il supporto verticale del pendolo), sappiamo già che la sua accelerazione è  $a = g \sin \alpha$ . Ma anche al cuneo deve applicarsi la seconda legge della dinamica, e quindi

$$Ma = Mg \sin \alpha + T_{\parallel}$$

dove  $T_{\parallel}$  è la componente della forza associata alla tensione del filo parallela al piano. Ne segue che  $T_{\parallel} = 0$ , cioè il filo è perpendicolare al piano inclinato. In altre parole  $\theta = \alpha$ .