

PROBLEMA 5.46

**Moto libero in coordinate generali \*\***

Un punto materiale è libero di muoversi nello spazio in assenza di forze. Si vuole descrivere il suo moto utilizzando 3 coordinate arbitrarie  $u_i$ ,  $i = 1, 2, 3$  funzioni delle coordinate cartesiane  $x_i$  e del tempo.

Scrivere le equazioni del moto per le coordinate  $u_i$ .

**Soluzione**

L'equazione del moto in coordinate cartesiane vale

$$m\ddot{x}_i = 0.$$

Immaginando queste come funzione delle coordinate generali  $u_i$  possiamo scrivere

$$\dot{x}_i = \sum_{j=1,2,3} \frac{\partial x_i}{\partial u_j} \dot{u}_j$$

e

$$\ddot{x}_i = \sum_{j=1,2,3} \frac{\partial x_i}{\partial u_j} \ddot{u}_j + \sum_{j=1,2,3} \sum_{k=1,2,3} \frac{\partial^2 x_i}{\partial u_j \partial u_k} \dot{u}_j \dot{u}_k$$

da cui le equazioni del moto cercate

$$m \left( \sum_{j=1,2,3} \frac{\partial x_i}{\partial u_j} \ddot{u}_j + \sum_{j=1,2,3} \sum_{k=1,2,3} \frac{\partial^2 x_i}{\partial u_j \partial u_k} \dot{u}_j \dot{u}_k \right) = 0.$$