

PROBLEMA 5.54

Orbite circolari su un cono ★

Una particella di massa m è vincolata a muoversi su un cono con asse verticale, angolo di apertura 2θ e vertice disposto verso il basso. Determinare in funzione del raggio la velocità delle possibili traiettorie circolari.

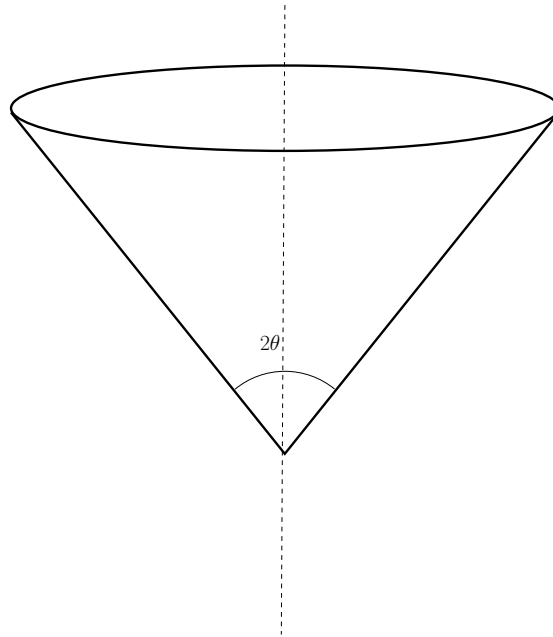


Figura 5.42.: La superficie conica sulla quale si muove la particella.

Soluzione

In un'orbita circolare l'accelerazione in direzione verticale è sicuramente nulla. Nel piano che contiene l'orbita non vi sono forze in direzione tangenziale (il vincolo è liscio) per cui il modulo della velocità è costante. Infine, le forze in direzione radiale devono essere uguali alla massa per l'accelerazione centripeta.

In formule:

$$\begin{aligned} 0 &= -mg + N \sin \theta \\ mR\dot{\omega} &= 0 \\ -mR\omega^2 &= -N \cos \theta \end{aligned}$$

dove N è la forza di reazione vincolare. Da questo segue

$$N = \frac{mg}{\sin \theta}$$

e quindi

$$\omega = \sqrt{\frac{g \cos \theta}{R \sin \theta}}$$