

PROBLEMA 5.84

Razzo a più stadi **

Un razzo non può chiaramente utilizzare tutta la sua massa come propellente. Supponiamo che il rapporto tra la massa totale e quella utilizzabile sia $\gamma < 1$, e che la velocità di espulsione relativa al missile sia $-u$. La strategia più semplice per un razzo di massa iniziale M_0 è quella di espellere tutta la massa disponibile γM_0 , raggiungendo una certa velocità finale.

Un'altra possibilità è quella di dividere il missile in due stadi di massa $M_0/2$. Si espelle quindi tutto la massa $\gamma M_0/2$ del primo stadio, raggiungendo una velocità V_1 . A questo punto quanto rimane del primo stadio (massa $(1 - \gamma)M_0/2$) viene abbandonato e si procede espellendo la rimanente massa disponibile (ancora $\gamma M_0/2$). Calcolare la velocità finale raggiunta in questo caso, e dire se è maggiore o minore di quella precedente.

Soluzione

Utilizzando la prima strategia si raggiunge una velocità finale data da

$$V_f = -u \log \frac{(1 - \gamma) M_0}{M_0} = -u \log (1 - \gamma)$$

Con la seconda strategia al momento dell'abbandono del primo stadio si ha

$$V_1 = -u \log \frac{(1 - \gamma/2) M_0}{M_0}$$

e al termine avremo

$$\begin{aligned} V'_f &= -u \log \frac{(1 - \gamma/2) M_0}{M_0} - u \log \frac{(1 - \gamma) M_0/2}{M_0/2} \\ &= -u \log \left(1 - \frac{\gamma}{2}\right) - u \log (1 - \gamma) \end{aligned}$$

che è maggiore di quella ottenuta nel primo caso di

$$V'_f - V_f = -u \log \left(1 - \frac{\gamma}{2}\right)$$