

PROBLEMA 6.5

Teorema di Steiner **

Dimostrare, utilizzando i risultati dell'esercizio precedente, il risultato che segue. Sia I_{cm} il momento di inerzia di un corpo rispetto ad un asse \hat{n} passante per il suo centro di massa.

Il momento di inerzia dello stesso corpo rispetto ad un asse ad esso parallelo a distanza a dal centro di massa è dato da

$$I_a = I_{cm} + Ma^2.$$

Soluzione

Dal problema precedente abbiamo per una traslazione qualsiasi

$$I_a^{ij} = I_{cm}^{ij} + M(a^2 \delta^{ij} - a^i a^j).$$

Calcolando il momento di inerzia rispetto all'asse identificato dal versore \hat{n} abbiamo

$$I_a^{ij} n^i n^j = I_{cm}^{ij} n^i n^j + M(a^2 \delta^{ij} - a^i a^j) n^i n^j$$

ossia

$$I_a = I_{cm} + M(a^2 - \vec{a} \cdot \hat{n} \vec{a} \cdot \hat{n})$$

ma scegliendo la traslazione ortogonale a \hat{n} abbiamo $\vec{a} \cdot \hat{n} = 0$, che è il risultato cercato.