PROBLEMA 7.3

Tubo piegato ⋆⋆

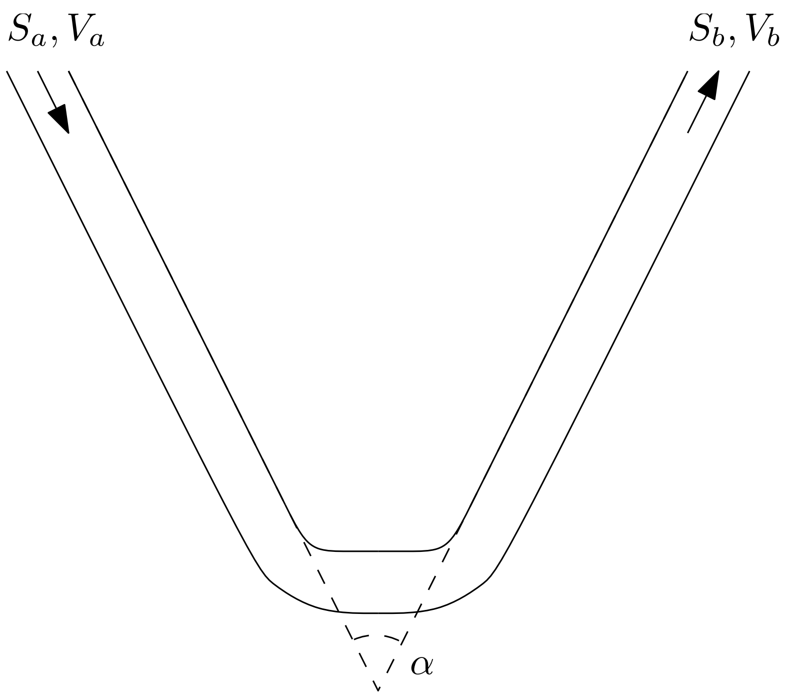

Figura 7.2.: Il tubo piegato considerato nell'esercizio.

Un tubo ha una estremità di sezione S_A e un'altra di sezione S_B. Le due estremità del tubo si trovano alla stessa quota, e il tubo è piegato come in Figura 7.2 di un angolo α. Dall'estremità di sezione S_A entra un liquido di densità ρ con velocità V_A.

Calcolare la forza che il liquido esercita sul tubo. Considerare in particolare il caso $\alpha = 0$.

Soluzione

La forza che il liquido esercita sul tubo è uguale e opposta a quella che il tubo esercita sul liquido. Quest'ultima è uguale alla variazione della quantità di moto del liquido, che possiamo scrivere come

$$d\vec{P} = -dM\vec{V}_A + dM\vec{V}_B \tag{7.3.1}$$

D'altra parte

$$dM = \rho S_A |V_A| dt = \rho S_B |V_B| dt \tag{7.3.2}$$

quindi possiamo scrivere

$$d\vec{P} = \rho S_A |V_A| dt \left(|V_A|\hat{n}_A + |V_B|\hat{n}_B\right) = \rho S_A V_A^2 dt \left(\hat{n}_A + \frac{S_A}{S_B}\hat{n}_B\right) \tag{7.3.3}$$

dove $\hat{n}_A = (-\sin\frac{\alpha}{2}, \cos\frac{\alpha}{2})$, $\hat{n}_A = (\sin\frac{\alpha}{2}, \cos\frac{\alpha}{2})$. Abbiamo infine

$$\vec{F} = -\frac{d\vec{P}}{dt} = -\rho S_A V_A^2 \left(\begin{array}{c} \sin\frac{\alpha}{2}\left(-1+\frac{S_A}{S_B}\right) \\ \cos\frac{\alpha}{2}\left(1+\frac{S_A}{S_B}\right) \end{array} \right) . \tag{7.3.4}$$

In particolare se $\alpha = 0$

$$\vec{F} = -\rho S_A V_A^2 \left(\begin{array}{c} 0 \\ \left(1+\frac{S_A}{S_B}\right) \end{array} \right) = -\rho \frac{S_A}{S_B} \left(S_A + S_B\right) |V_A| \vec{V}_A \, . \tag{7.3.5}$$