

PROBLEMA 7.7

**Svuotamento di un serbatoio \*\***

Un recipiente cilindrico di sezione  $S$  è riempito fino ad una altezza  $h_1$  di acqua, per la parte rimanente di vapore saturo. Sul fondo è praticato un foro di sezione  $S_1 \ll S$ , collegato ad una condotta che nel tratto finale riduce la sua sezione a  $S_2 < S_1$ . Fornendo calore al sistema si mantiene la pressione del vapore ad un valore  $P$ . Nella condotta si innesta un cilindro verticale aperto  $M$ , come in Figura 7.6. I diametri della condotta sono tutti di dimensioni trascurabili rispetto ad  $h_1$ .

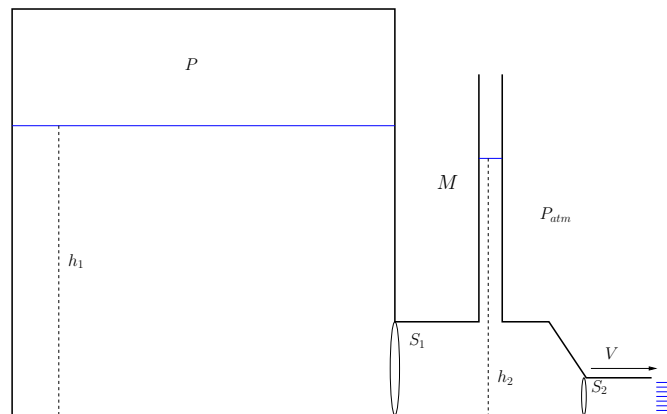


Figura 7.6.: Il sistema descritto nel problema.

1. Che altezza  $h_2$  raggiunge l'acqua nel cilindro  $M$  se l'apertura di sezione  $S_2$  è mantenuta chiusa?
2. Si apre adesso la condotta, e in breve tempo si raggiunge lo stato stazionario. Calcolare la nuova altezza  $h_2$  del liquido in  $M$  e la velocità con la quale l'acqua esce dalla condotta.

Detta  $V$  la velocità calcolata al punto precedente, dire quanto calore è necessario fornire al sistema per unità di tempo per mantenere le condizioni stazionarie. Indicare con  $\lambda$  il calore latente di evaporazione e con  $\rho_V$  la densità del vapore.

**Soluzione<sup>1</sup>****Domanda 1**

Dato che la pressione sul fondo è la stessa ovunque deve essere

$$P + \rho g h_1 = P_{atm} + \rho g h_2 \quad (7.7.1)$$

<sup>1</sup>Secondo problema compitino 28 maggio 2008

e quindi

$$h_2 = h_1 + \frac{P - P_{atm}}{\rho g}. \quad (7.7.2)$$

### Domanda 2

Detta  $V_1$  la velocità nel tratto di sezione  $S_1$  dal teorema di Bernoulli segue che

$$P + \rho g h_1 = P_{atm} + \rho g h_2 + \frac{1}{2} \rho V_1^2 = P_{atm} + \frac{1}{2} \rho V^2 \quad (7.7.3)$$

e dalla conservazione della massa

$$S_1 V_1 = S_2 V. \quad (7.7.4)$$

Risolvendo abbiamo

$$V = \sqrt{\frac{2(P - P_{atm} + \rho g h_1)}{\rho}} \quad (7.7.5)$$

e

$$h_2 = \frac{(P - P_{atm} + \rho g h_1)(S_1^2 - S_2^2)}{\rho g S_1^2}. \quad (7.7.6)$$

### Domanda 3

Dato che la sezione  $S$  è molto grande possiamo considerare  $h_1$  costante. Man mano che il liquido defluisce è necessario rimpiazzarlo con nuovo vapore saturo, per mantenere costante la pressione  $P$ . La massa di vapore da creare per unità di tempo è

$$\rho_V V S_2 \quad (7.7.7)$$

che corrisponde alla massa di liquido da far evaporare. Quindi

$$\frac{dQ}{dt} = \lambda \rho_V V S_2. \quad (7.7.8)$$