

PROBLEMA 8.2

Sbarra conducibilità variabile **

Calcolare la resistenza termica di una sbarra di lunghezza ℓ e sezione S , se la conducibilità termica del materiale varia secondo la legge

$$\kappa(z) = \kappa_0 + (\kappa_\ell - \kappa_0) \frac{z}{\ell} \quad (8.2.1)$$

lungo essa.

Soluzione

In condizioni stazionarie la corrente che attraversa una sezione della sbarra deve essere indipendente da z . Inoltre

$$\frac{I}{S} = J = -\kappa(z) \frac{dT(z)}{dz} \quad (8.2.2)$$

da cui

$$\int_{T_1}^{T_2} dT = -\frac{I}{S} \int_0^\ell \frac{dz}{\kappa(z)} = -RI \quad (8.2.3)$$

La resistenza termica vale quindi

$$R = \frac{1}{S} \int_0^\ell \frac{dz}{\kappa_0 + (\kappa_\ell - \kappa_0) \frac{z}{\ell}} \quad (8.2.4)$$

oppure, introducendo la nuova variabile

$$\kappa = \kappa_0 + (\kappa_\ell - \kappa_0) \frac{z}{\ell} \quad (8.2.5)$$

$$R = \frac{1}{S} \frac{\ell}{\kappa_\ell - \kappa_0} \int_{\kappa_0}^{\kappa_\ell} \frac{dk}{k} = \frac{1}{S} \frac{\ell}{\kappa_\ell - \kappa_0} \log \frac{\kappa_\ell}{\kappa_0} \quad (8.2.6)$$