PROBLEMA 9.10

Ciclo Stirling ⋆

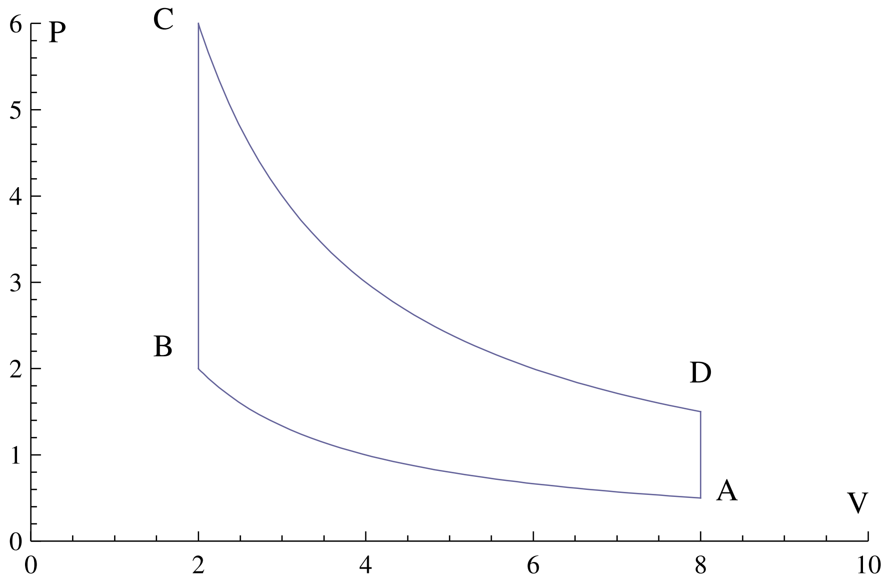

Figura 9.8.: Il ciclo di Stirling rappresentato nel piano $P - V$.

Un ciclo Stirling ideale, rappresentato in Figura 9.8 nel piano $P - V$ per un gas perfetto, è formato da due trasformazioni isoterme e da due isocore. Calcolarne il rendimento e esprimerlo in funzione delle temperature massime e minime accessibili, assumendo che il calore ceduto nell'isocora $D - A$ venga riutilizzato per riscaldare il sistema nell'isocora $B - C$.

Soluzione

Il sistema compie lavoro solo sulle isoterme, e vale

$$L_{CD} = \int_C^D PdV = nRT_C \log \frac{V_D}{V_C} \tag{9.10.1}$$

$$L_{AB} = \int_A^B PdV = nRT_A \log \frac{V_B}{V_A} = nRT_A \log \frac{V_C}{V_D} . \tag{9.10.2}$$

Il sistema assorbe calore nella trasformazione $B \to C$ e $C \to D$, e lo cede nella trasformazione $D \to A$, quindi

$$Q_{BC} = U_C - U_B = nc_V (T_C - T_A) \tag{9.10.3}$$

$$Q_{CD} = L_{CD} \tag{9.10.4}$$

$$Q_{DA} = nc_V (T_A - T_C) = -Q_{BC} \,. \tag{9.10.5}$$

Notare che il calore assorbito e ceduto nelle due isocore si compensano, e quindi ha senso tenere conto del solo calore assorbito Q_{CD} nella valutazione dell'efficienza. Abbiamo quindi

$$\eta = \frac{L_{AB} + L_{CD}}{Q_{CD}} = \frac{nR (T_C - T_A) \log \frac{V_D}{V_C}}{nRT_C \log \frac{V_D}{V_C}} = 1 - \frac{T_A}{T_C} \,. \tag{9.10.6}$$