

PROBLEMA 9.12

Calore specifico gas perfetto **

Calcolare il calore specifico molare c_α di un gas perfetto in funzione di c_V . Esso è definito come

$$c_\alpha = \frac{1}{n} \left(\frac{dQ}{dT} \right)_{PV^\alpha} \quad (9.12.1)$$

cioè come rapporto tra calore fornito e aumento di temperatura, a PV^α costante, per mole. Discutere i casi $\alpha = 0$, $\alpha = 1$ e $\alpha = c_P/c_V$. È necessario che sia sempre $c_\alpha > 0$?

Soluzione

Dal primo principio abbiamo per una mole di gas

$$dQ = c_V dT + PdV \quad (9.12.2)$$

Inoltre, se PV^α è costante lo è anche $TV^{\alpha-1}$ da cui

$$VdT + (\alpha - 1)TdV = 0 \quad (9.12.3)$$

e quindi

$$dQ = \left[c_V + \frac{RT}{V} \frac{V}{(1-\alpha)T} \right] dT \quad (9.12.4)$$

da cui

$$c_\alpha = c_V + \frac{R}{1-\alpha}. \quad (9.12.5)$$

Per $\alpha = 0$ la pressione è costante, e infatti $c_\alpha = c_V + R = c_P$. Per $\alpha = 1$ abbiamo una trasformazione isoterma, e c_α diverge (la temperatura non può aumentare qualunque sia il calore fornito). Per $\alpha = c_P/c_V$ abbiamo una trasformazione adiabatica, e si verifica che $c_\alpha = 0$. In questo caso infatti non l'aumento di temperatura non viene causato dal calore fornito, che è nullo, ma dal lavoro fatto sul sistema.

Il calore specifico c_α può anche essere negativo, è sufficiente che $1 < \alpha < c_P/c_V$.