

PROBLEMA 9.21

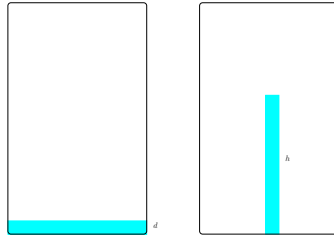
Tre modi per sciogliere una massa di ghiaccio ** S

Figura 9.16.: I due recipienti con ghiaccio all'interno.

Si considerino due recipienti cilindrici identici di sezione S . In entrambi si trova una massa m di ghiaccio alla temperatura di fusione. Nel primo recipiente il ghiaccio è distribuito sul fondo in uno strato di spessore d , nel secondo ha la forma di un cilindro di altezza $h \gg d$ disposto verticalmente.

1. Si calcoli in entrambi i casi il calore che è necessario fornire al ghiaccio per scioglierlo completamente.
2. Con una piccola spinta si fa cadere il cilindro del secondo recipiente, e si osserva che il ghiaccio si scioglie completamente senza apporto di calore. Calcolare la minima altezza h per la quale questo può accadere, e la variazione di entropia del sistema.
3. Calcolare il massimo lavoro ottenibile utilizzando il secondo recipiente come sorgente fredda, avendo a disposizione un bagno termico a 300K.

Soluzione²**Domanda 1**

Dalla conservazione dell'energia segue che

$$Q = \lambda m + \Delta U_g$$

dove Q è il calore fornito e ΔU_g la variazione di energia potenziale gravitazionale, λ il calore latente di fusione. Trascurando la variazione di volume nella transizione di fase possiamo scrivere

$$Q_1 = \lambda m$$

$$Q_2 = \lambda m + \frac{1}{2}mg(d-h) \simeq \lambda m - \frac{1}{2}mgh$$

²Secondo esercizio competitivo 30 maggio 2007

dato che nel primo caso l'altezza del centro di massa del sistema è invariata, mentre nel secondo passa da $h/2$ a $d/2$.

Domanda 2

Dalla formula trovata in precedenza abbiamo che $Q_2 = 0$ quando

$$h = \frac{2\lambda}{g}$$

Per calcolare la variazione di entropia consideriamo una trasformazione reversibile nella quale il ghiaccio viene prima coricato sul fondo del recipiente, e quindi sciolto fornendo una opportuna quantità di calore Standard una sorgente di temperatura di poco superiore alla temperatura di fusione. Nella prima fase l'entropia non cambia, nella seconda si ha

$$\Delta S = \int \frac{dQ}{T_f} = \frac{\lambda m}{T_f}$$

Domanda 3

Possiamo prima adagiare la sbarra sul fondo del recipiente, ottenendo un lavoro utile $W_1 = mgh/2$. A questo punto utilizziamo una macchina reversibile tra la sorgente calda e quella fredda. La variazione di entropia complessiva deve essere nulla, da cui

$$\frac{\lambda m}{T_f} + C \log \frac{T_{300}}{T_f} = \frac{Q_{ass}}{T_{300}}$$

e d'altra parte

$$\lambda m + C (T_{300} - T_f) = Q_{ced}.$$

Otteniamo infine

$$W_2 = Q_{ass} - Q_{ced} = \lambda m \left(\frac{T_{300}}{T_f} - 1 \right) + CT_{300} \log \frac{T_{300}}{T_f} - C (T_{300} - T_f)$$

e quindi

$$W = W_1 + W_2 = \frac{mgh}{2} + \lambda m \left(\frac{T_{300}}{T_f} - 1 \right) + CT_{300} \log \frac{T_{300}}{T_f} - C (T_{300} - T_f).$$