PROBLEMA 9.9

Ciclo Otto ⋆

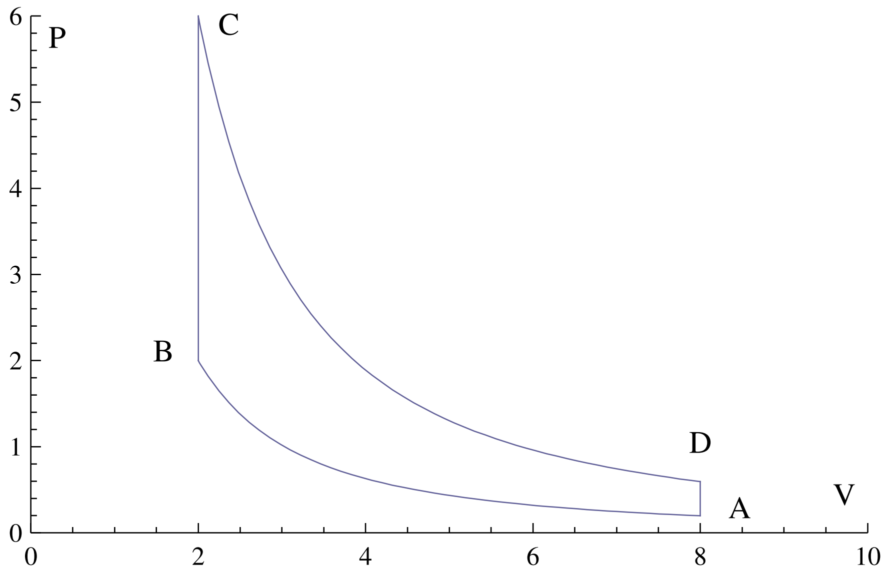

Figura 9.7.: Il ciclo Otto rappresentato nel piano $P-V$.

Un ciclo Otto ideale, rappresentato in Figura 9.7 nel piano $P-V$ per un gas perfetto, è costituito da due adiabatiche e da due isocore. Calcolarne il rendimento ed esprimerlo in termini del rapporto di compressione $\alpha = V_D/V_C$.

Soluzione

Il sistema compie lavoro solo sulle adiabatiche, e si ottiene

$$L_{C\to D} = U_C - U_D = nc_V\left(T_C - T_D\right) \tag{9.9.1}$$

$$L_{A\to B} = U_A - U_B = nc_V\left(T_A - T_B\right) \tag{9.9.2}$$

Il sistema assorbe calore nell'isocora $B \to C$, e dato che il lavoro è nullo si ottiene

$$Q_{B\to C} = U_C - U_B = nc_V\left(T_C - T_B\right) \tag{9.9.3}$$

In conclusione

$$\eta = \frac{L_{C\to D} + L_{A\to B}}{Q_{B\to C}} = 1 - \frac{T_D - T_A}{T_C - T_B} \tag{9.9.4}$$

Utilizzando la relazione $VT^{\gamma-1} =$ costante valida per una adiabatica abbiamo

$$\frac{T_D}{T_C} = \left(\frac{V_C}{V_D}\right)^{\gamma-1} = \alpha^{1-\gamma} \tag{9.9.5}$$

e

$$\frac{T_A}{T_B} = \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma-1} = \alpha^{1-\gamma} \tag{9.9.6}$$

abbiamo

$$\eta = 1 - \frac{\alpha^{1-\gamma}\left(T_C - T_B\right)}{T_C - T_B} = 1 - \frac{1}{\alpha^{\gamma-1}} \tag{9.9.7}$$