Soluzioni esame 5/9/2007

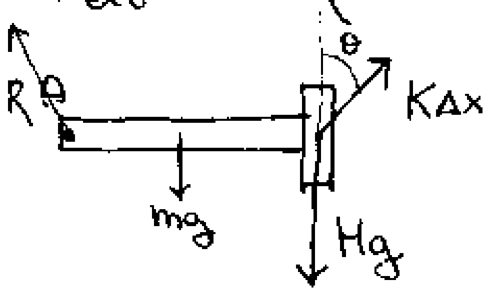
ESERCIZIO 1

1) Equilibrio statico $\Rightarrow \sum \vec{F}_{ext} = 0 \qquad \sum \vec{\tau}_{ext} = 0$

Sistema = martello

Rispetto ad un asse passante per il punto A

$\sum \tau_{ext} = 0$ (componente lungo l'asse)



$\vec{R}$ = reazione vincolare esercitata dal perno sul martello

Diagramma di corpo libero

$$mg\frac{\cancel{L}}{2} + Mg\cancel{L} - K\Delta x \cancel{L}\cos\theta = 0$$

$$\Rightarrow \quad K = \frac{\left(\frac{m}{2} + M\right)g}{\Delta x \cdot \cos\theta} \qquad K = 29{,}7\ N/m \simeq \boxed{30\ N/m}$$

(2 cifre significative)

2) $I = I_{manico} + I_{testa}$

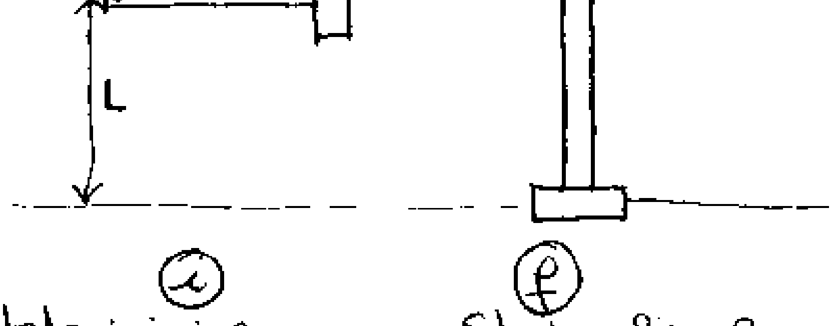
$$I_{manico} = \frac{1}{12} mL^2 + m\left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{1}{3} mL^2$$

$$I_{testa} = \frac{1}{12} Md^2 + ML^2$$

$$\Rightarrow I = \left(\frac{1}{3}m + M\right)L^2 + \frac{1}{12}Md^2$$

$$I = 0{,}0654\ Kg\,m^2 \simeq \boxed{6{,}5 \times 10^{-2}\ Kg\,m^2}$$ (2 cifre signif.)

3) Conservazione energia meccanica



$U_g = 0$ zero dell'energia potenziale gravitazionale

Stato iniziale — Stato finale

$$\left.\begin{array}{l} E_i = mgL + MgL \\ E_f = mg\,L/2 + \frac{1}{2} I\omega^2 \end{array}\right\} E_i = E_f$$

$$\Rightarrow mgL + MgL = mg\,L/2 + \frac{1}{2} I\omega^2$$

$$\omega = \sqrt{\frac{m+2M}{I} gL}$$

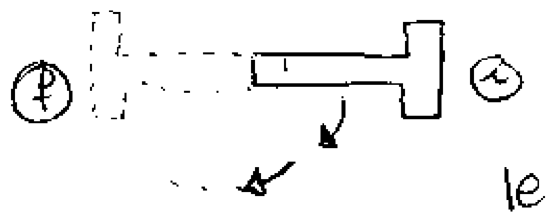
$$\omega = 8{,}87\ \mathrm{rad/s} \simeq \boxed{8{,}9\ \mathrm{rad/s}}$$ (2 cifre signif.)

4) L'energia meccanica si conserva. Quando il martello inverte il moto ha energia cinetica $=0$

$$E_i = E_f$$

$$\underset{\substack{\parallel\\0}}{K_i} + U_i = \underset{\substack{\parallel\\0}}{K_f} + U_f \quad \Rightarrow \quad U_i = U_f$$

Quindi il martello si trova alla stessa quota da terra della posizione iniziale

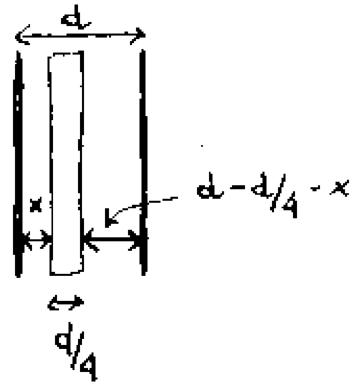


Il martello ruota di $\boxed{180°}$ prima di invertire il moto

ESERCIZIO 2

1) La capacità del condensatore con la lastra metallica inserita tra le armature è:

$$C = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}$$



$$C_1 = \varepsilon_0 \frac{a^2}{x}$$

$$C_2 = \varepsilon_0 \frac{a^2}{\frac{3}{4}d - x}$$

$$C = \frac{1}{\frac{x}{\varepsilon_0 a^2} + \frac{3/4\,d - x}{\varepsilon_0 a^2}} = \frac{1}{\frac{3/4\,d}{\varepsilon_0 a^2}} = \varepsilon_0 \frac{a^2}{3/4\,d}$$

$$C = 73{,}7 \times 10^{-12}\,F \cong 74\ pF$$

Poiché $C = \frac{Q}{V} \Rightarrow Q = CV$

$$Q = 73{,}7 \times 10^{-12} \cdot 250\ C = 18{,}4 \times 10^{-9} C \simeq \boxed{18\,nC}$$

2) Dopo avere staccato il generatore la carica sulle armature rimane costante e uguale a Q.

La capacità del condensatore senza la lastra metallica tra le armature è

$$C_0 = \varepsilon_0 \frac{a^2}{d} \qquad C_0 = 55{,}2\ pF$$

La d.d.p. tra le piastre è $V_0 = \frac{Q}{C_0}$

$$V_0 = \frac{18{,}4 \times 10^{-9}}{55{,}2 \times 10^{-12}}\,V = 334\,V \simeq \boxed{330\,V}$$ (2 cifre signif.)

3) La variazione di energia elettrostatica vale:

$$\Delta U = U_{fin} - U_{in} = \underbrace{\frac{1}{2} C_0 V_0^2}_{\text{senza lastra}} - \underbrace{\frac{1}{2} C V^2}_{\text{con lastra}}$$

ovvero $$\Delta U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C_0} - \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

$$\Delta U = \frac{1}{2} Q^2 \left(\frac{1}{C_0} - \frac{1}{C} \right)$$

$$\Delta U = 0{,}7698 \times 10^{-6}\,J \simeq \boxed{0{,}77\,\mu J}$$ (2 cifre signif.)

4) Per estrarre la lastra conduttrice bisogna spostarla di un tratto a.
Il lavoro compiuto dalla forza esterna applicata

alla lastra conduttrice

$$L_{ext} = F_m \, a$$

forza media

Inoltre poiché all'inizio e alla fine dell'estrazione la lastra è ferma $K_i = K_f = 0$

$\Rightarrow \Delta K = 0$

$\Delta K = L_{ext} + L_{campo}$ (Teorema dell'energia cinetica)

$\Rightarrow L_{ext} = - L_{campo}$

Inoltre $L_{campo} = - \Delta U$

quindi $L_{ext} = \Delta U$

$$F_m \, a = \Delta U$$

$$F_m = \frac{\Delta U}{a}$$

$F_m = 3{,}08 \times 10^{-6} N \simeq \boxed{3{,}1 \, \mu N}$ (2 cifre signif.)