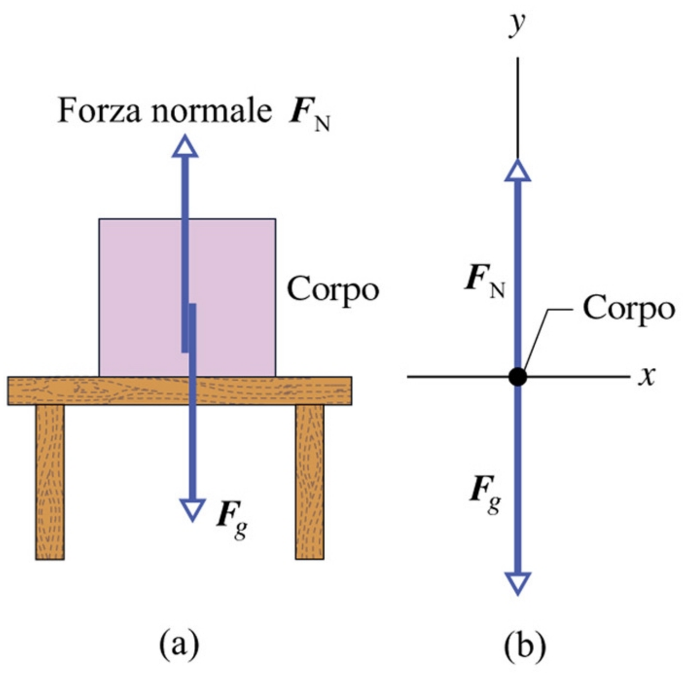
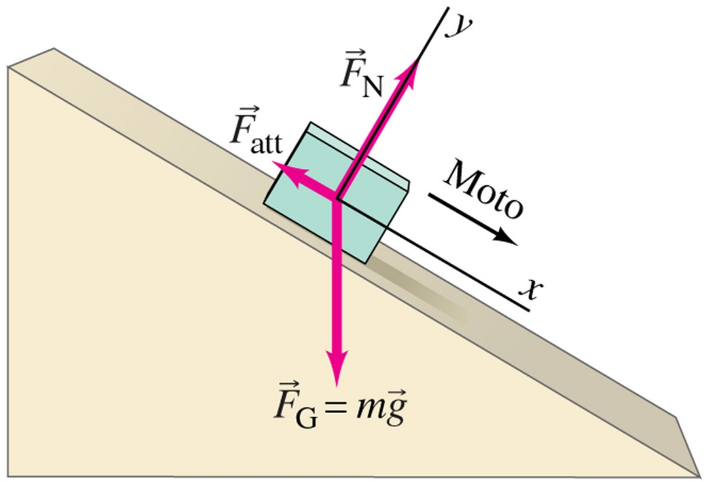
Esempi di forze

Forza di reazione (o vincolare) una superficie esercita una forza perpendicolare ad essa uguale e contraria a quella che un corpo esercita su di essa (e impedisce al corpo di cadere).



Piano inclinato Le forze da considerare sono la forza di reazione più quella di gravità: la risultante produce il moto lungo il piano.



Se consideriamo le componenti lungo x e y, utilizzando α angolo alla base del piano inclinato, si ottiene:

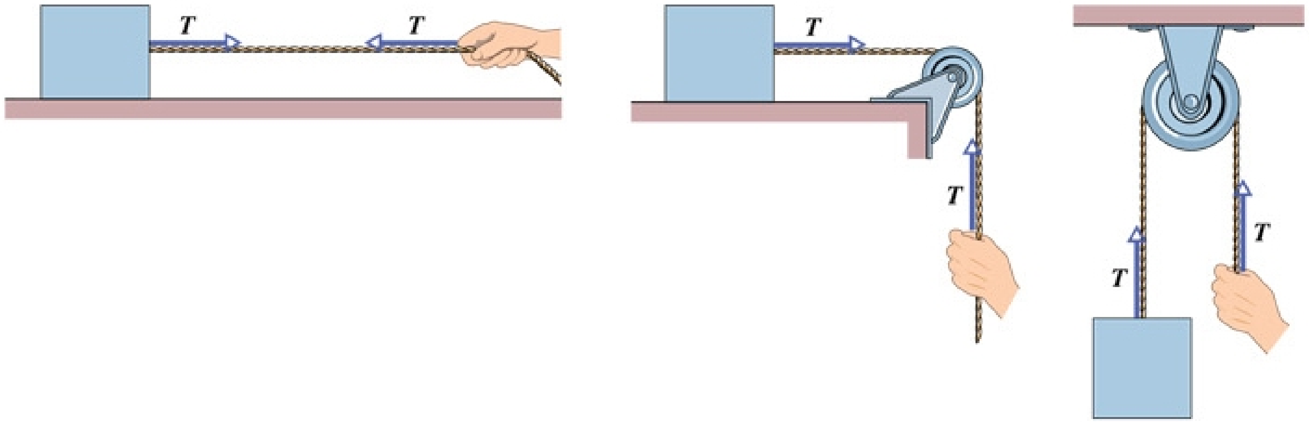
$$F_x = mg \sin\alpha - F_{att} \quad (1)$$

$$F_y = -mg \cos\alpha + F_N \quad (2)$$

Imponendo la condizione che il corpo si muova **sulla superficie** del piano inclinato:

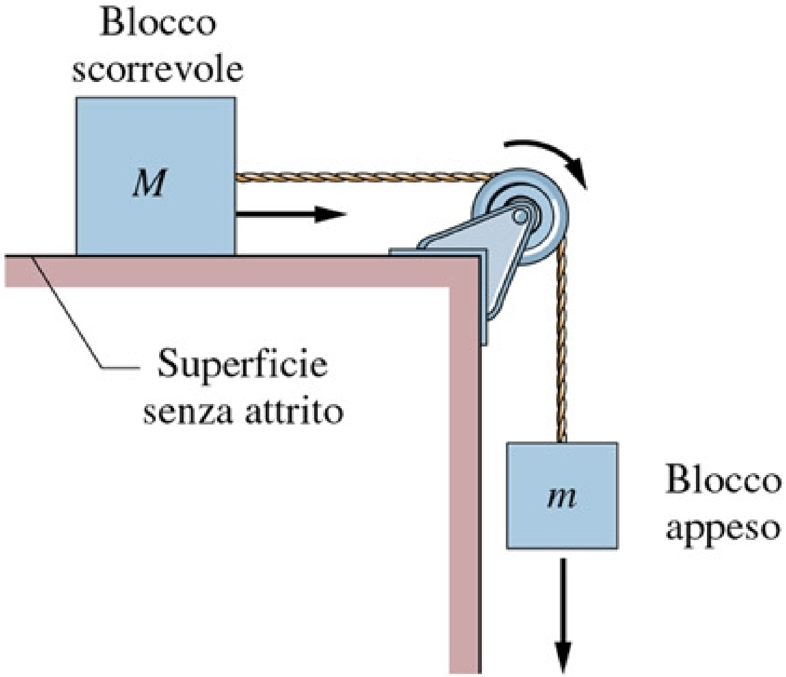
$$
\begin{aligned}
F_y &= 0 = -mg\cos\alpha + F_N && (3)\\
F_{att} &= \mu F_N = \mu mg\cos\alpha && (4)\\
F_x &= mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha && (5)\\
&= mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) && (6)
\end{aligned}
$$

Tensione Una corda (in senso generale) legata a un corpo può esercitare su di questo una forza di trazione diretta lungo la direzione della corda stessa. Il modulo di questa forza è la tensione.



(a) (b) (c)

Carrucola



Prendiamo un sistema di riferimento 2d con x diretto lungo il piano orizzontale e y in alto. Dobbiamo scrivere le forze (componenti) che agiscono sui due corpi:

$$
\begin{aligned}
F_{xM} &= T && (7)\\
F_{yM} &= Mg - N = 0 && (8)\\
F_{xm} &= 0 && (9)\\
F_{ym} &= T - mg && (10)
\end{aligned}
$$

N è la reazione del vincolo.
Se imponiamo che la corda non si deformi, deve valere la relazione che collega x_M con y_m, dove L è una costante che dipende dalla lunghezza della corda e dalla scelta dell'origine degli assi:

$$x_M = -y_m + L$$

$$\begin{aligned} a_{xM} &= -a_{ym} = a && (11) \\ Ma &= T && (12) \\ -ma &= T - mg && (13) \end{aligned}$$

$$Ma + ma = mg \quad (14)$$

L'eq. 14 evidenzia il terzo principio eliminando le forze interne (T).

Forza di attrito statico e dinamico (radente) (tra due superfici)

attrito statico: una superficie può esercitare una forza parallela alla superficie stessa . Entro il limite di validità di questa ipotesi, la superficie (macroscopica) esercita una forza uguale e contraria a quella che viene applicata all'altro corpo, sino ad un massimo che dipende dalla componente normale alla superficie:

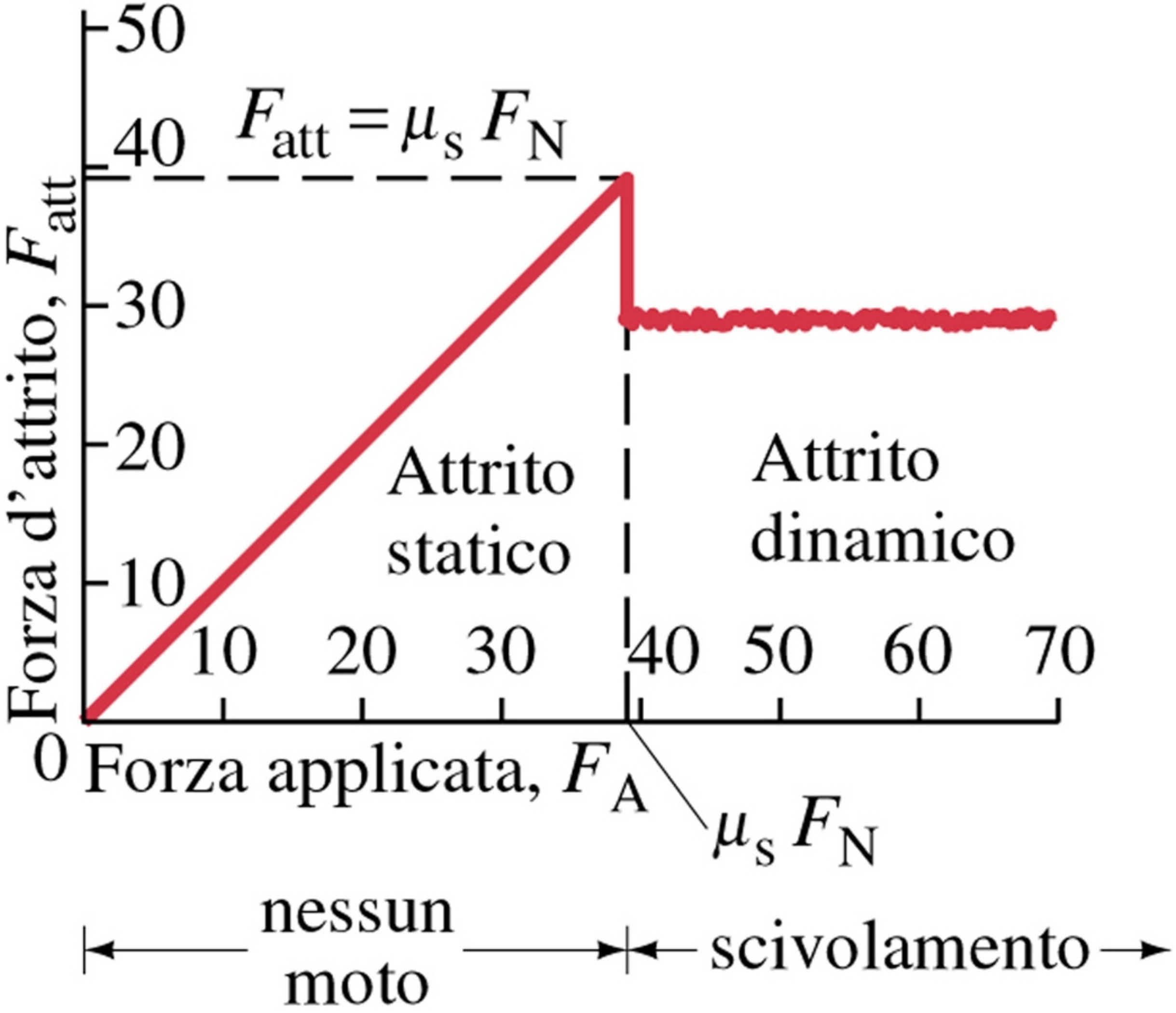
$$F_s \leq \mu_s N$$

Attrito dinamico: scorrimento tra le due superfici.
Forza costante, dipende dalla forza applicata perpendicolarmente alla superficie:

$$F_d = \mu_d N$$

L'attrito dinamico è minore di quello statico:

$$\mu_d < \mu_s$$



50
40
30
20
10
0
$F_{att} = \mu_s F_N$
Forza d'attrito, F_{att}
Attrito statico
Attrito dinamico
10
20
30
40
50
60
70
Forza applicata, F_A
$\mu_s F_N$
nessun moto
scivolamento

Forza viscosa $\propto$ v: questo tipo di forza si ha quando il movimento è costante e regolare e avviene a bassa velocità.
La forza esercita una accelerazione negativa, quindi la velocità diminuisce.
Per esempio, il moto di un corpo in caduta in un fluido (denso) porta ad un andamento della velocità di tipo asintotico esponenziale:

$$F_v = -bv \tag{15}$$

Per una sfera il coefficiente è dato dalla legge di Stokes; negli altri casi è funzione della dimensione tipica del corpo:

$$b = 6\pi\eta r \qquad \text{(legge di Stokes)} \tag{16}$$

$$m\frac{dv}{dt} = mg - bv \tag{17}$$

$$v(t) = v_{lim}\left(1 - e^{-bt/m}\right) \tag{18}$$

$$v_{lim} = \frac{mg}{b} \tag{19}$$

$$\tau = \frac{m}{b} \tag{20}$$

$$x(t) = x_o + \frac{mg}{b}t + \frac{m^2g}{b^2}e^{-bt/m} \tag{21}$$

(η = viscosità del fluido)

Forza viscosa $\propto$ v^2: questa forza corrisponde ai flussi turbolenti, con mulinelli, vortici, . . .
Caso tipico è la caduta di un oggetto in aria o lo sciatore . . .
Anche in questo caso c'è una velocità limite.

$$F_v = -kv^2 \tag{22}$$

$$k = \frac{1}{2} D\rho A \tag{23}$$

$$\frac{dv}{dt} = g - \left(\frac{D\rho A}{2m}\right) v^2 \tag{24}$$

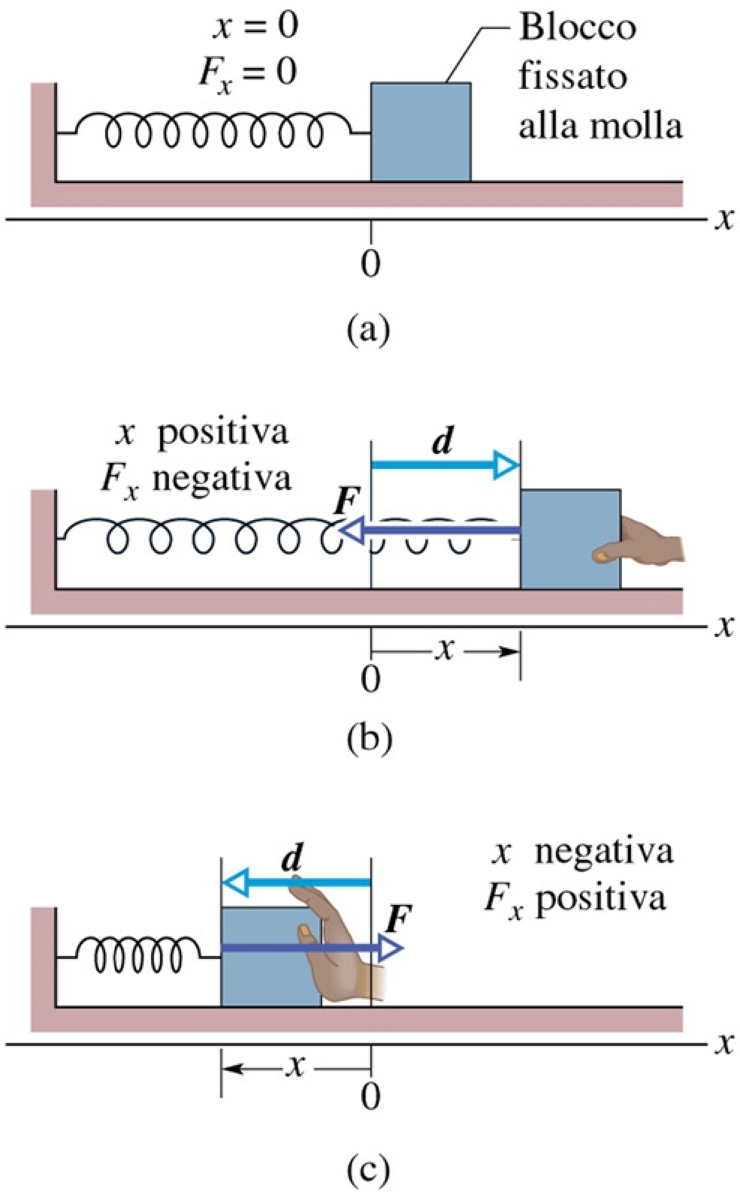
Velocità limite:

$$v_{lim} = \sqrt{\frac{mg}{k}} = \sqrt{\frac{2mg}{D\rho A}} \tag{25}$$

$D \sim 1$ è il *drag coefficient*
ρ è la densità del fluido
A è la sezione trasversa del corpo (superficie efficace rispetto alla direzione del moto).
Se $v(0) = 0$, la soluzione è:

$$v(t) = v_{lim} \frac{1 - e^{-2gt/v_{lim}}}{1 + e^{-2gt/v_{lim}}} \tag{26}$$

$$x(t) = x_0 + v_{lim} \left[t - \frac{v_{lim}}{g} \ln \left(\frac{2}{1 + e^{-2gt/v_{lim}}} \right) \right] \tag{27}$$



Forza elastica

$$F_{elas} = -k(x - x_o)$$

k = costante elastica