G8. L'aberrazione

Teoria classica

Col nome di *aberrazione* s'indica lo spostamento apparente di un corpo celeste dalla posizione che occuperebbe sulla sfera celeste se la propagazione della luce fosse istantanea (posizione *geometrica*).

Fino a pochi anni fa era tradizionale in astronomia descrivere e calcolare il fenomeno assumendo l'esistenza di un riferimento privilegiato ("etere") per la propagazione della luce. Questo era giustificato non tanto da ragioni storiche, quanto dal fatto che la teoria relativistica introduceva correzioni inferiori ai limiti strumentali. Oggi ciò non è più vero, e una teoria relativistica dell'aberrazione si rende necessaria. Tuttavia noi inizieremo la trattazione seguendo il procedimento tradizionale, soprattutto per motivare la terminologia che è ancora in uso, oltre che per illustrare, su di un esempio importante, la successione storica delle teorie.

Secondo la visione "classica," esiste uno spazio *assoluto*, e solo in un sistema di riferimento in quiete rispetto ad esso è vero che la luce si propaga nel vuoto con velocità c in ogni direzione, quale che sia il moto della sorgente che l'ha emessa. In ogni altro riferimento la velocità della luce si "compone" con quella del riferimento, proprio come accade con la velocità delle gocce di pioggia o con quella del vento, quando si va in bicicletta.

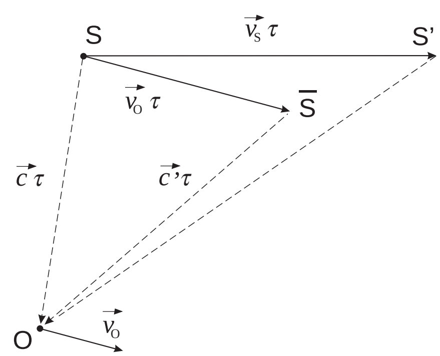

Fig. G8-1

Per approfondire il discorso riesce più semplice pensare a un modello corpuscolare della luce, anche se i risultati si possono ottenere altrettanto bene da un punto di vista ondulatorio. Per cominciare, supponiamo che l'osservatore O e la sorgente S si muovano con velocità costanti, risp. $\vec v_\mathrm{O}$ e $\vec v_\mathrm{S}$. Riferendosi alla fig. G8–1, se $\vec c$ è la velocità vettoriale della luce che da S raggiunge O, e τ il tempo impiegato, avremo $\overrightarrow{\mathrm{SO}} = \vec c\,\tau$. La velocità della luce in un riferimento solidale ad O sarà però $\vec c\,' = \vec c - \vec v_\mathrm{O}$, e perciò O vedrà la sorgente S in una posizione apparente $\bar{\mathrm{S}}$ tale che

$$\overrightarrow{\bar{\mathrm{S}}\mathrm{O}} = \vec c\,'\tau = (\vec c - \vec v_\mathrm{O})\,\tau.$$

D'altra parte S avrà percorso nel tempo τ il tratto $\overrightarrow{\mathrm{SS}'} = \vec v_\mathrm{S}\tau$ e la sua posizione geometrica sarà data da

$$\overrightarrow{\mathrm{S}'\mathrm{O}} = \overrightarrow{\mathrm{SO}} - \overrightarrow{\mathrm{SS}'} = (\vec c - \vec v_\mathrm{S})\,\tau.$$

Lo spostamento dalla posizione geometrica a quella apparente è dunque $\overrightarrow{\mathrm{S'\bar{S}}} = (\vec{v}_\mathrm{O} - \vec{v}_\mathrm{S})\,\tau$ e dipende solo dalla velocità relativa di S rispetto ad O: è questo che rende accettabile la trattazione classica, nonostante essa adotti in partenza un riferimento privilegiato.

L'espressione dell'aberrazione calcolata come precede, tenendo conto sia del moto dell'osservatore sia di quello della sorgente, prende il nome di *aberrazione planetaria*, perchè ha importanza nelle osservazioni dei pianeti, dove la posizione geometrica va conosciuta dato che è quella da usare nelle equazioni del moto. Non ci soffermeremo sulle modifiche da apportare al ragionamento se il moto di S non è uniforme, che sono ovvie; per quanto riguarda il moto di O, non c'è alcuna modifica da fare, salvo specificare che occorre usare la velocità $\vec{v}_\mathrm{O}$ all'istante di osservazione.

Si suole decomporre $\overrightarrow{\mathrm{S'\bar{S}}}$ in $\overrightarrow{\mathrm{S'S}} + \overrightarrow{\mathrm{S\bar{S}}}$, e chiamare:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\mathrm{S'S}} &= -\vec{v}_\mathrm{S}\tau && \textit{correzione per il tempo di propagazione} \\ \overrightarrow{\mathrm{S\bar{S}}} &= \vec{v}_\mathrm{O}\tau && \textit{aberrazione stellare.} \end{aligned}$$

La ragione del primo nome è evidente: $\overrightarrow{\mathrm{S'S}}$ è lo spostamento "indietro" da apportare alla posizione geometrica per ottenere la posizione occupata dalla sorgente all'istante in cui la luce è stata emessa. La denominazione del secondo termine sembra suggerire che per le stelle si possa fare $\vec{v}_\mathrm{S} = 0$, ma come vedremo le velocità delle stelle rispetto al Sole sono le più diverse, e anche parecchio maggiori della velocità della Terra rispetto al Sole; come si potrebbe dunque pensare $\vec{v}_\mathrm{S} = 0$?

La spiegazione è la seguente: per una stella $\vec{v}_\mathrm{S}$ è praticamente costante, e lo stesso si può dire della velocità del Sole, quale che sia il sistema di riferimento assoluto; invece la velocità della Terra rispetto al Sole cambia durante l'anno. Ne segue che l'aberrazione "planetaria" di una stella si può pensare composta di tre termini:

$$(\vec{v}_\mathrm{O} - \vec{v}_\mathrm{S})\tau = -\vec{v}_\mathrm{S}\tau + \vec{v}_\odot\tau + \vec{v}_\oplus\tau$$

dato che $\vec{v}_\mathrm{O} = \vec{v}_\odot + \vec{v}_\oplus$ con ovvio significato dei simboli.

Il primo termine a secondo membro è la correzione per il tempo di propagazione; il secondo si chiama *aberrazione secolare*; il terzo *aberrazione annua*. Il secondo e il terzo insieme formano appunto l'aberrazione stellare. Dato che il primo e il secondo sono sconosciuti (al più per alcune stelle è nota la loro somma) ma costanti, non vengono considerati nelle correzioni da apportare alle osservazioni, che si basano perciò sulla sola aberrazione annua. Si noti che in realtà solo la somma del primo e secondo termine ha significato in base al principio di relatività; perciò la

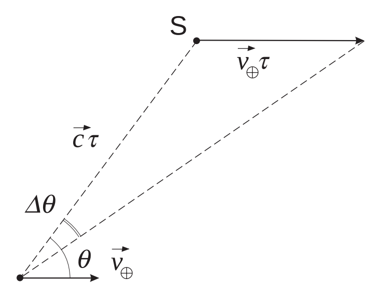

Fig. G8-2

definizione di aberrazione stellare è un residuo storico, mentre la sola praticamente utile è l'aberrazione annua.

Come si vede dalla fig. G8–2, l'effetto in direzione è $\Delta\vartheta \simeq (v_\oplus/c)\sin\vartheta$. L'espressione è corretta al primo ordine in $v_\oplus/c$, ma sarebbe inutile andare oltre, non tanto perché $v_\oplus/c$ è piccolo, quanto perché i termini di ordine superiore si calcolano esattamente solo dalla teoria relativistica. Con i valori numerici si trova $v_\oplus/c \simeq 20''.50$. Questo è dunque l'ordine di grandezza dell'aberrazione. È forse il caso di notare che l'aberrazione, a differenza della parallasse, *non dipende* dalla distanza della stella.

Si definisce *costante di aberrazione* κ il rapporto $v_\oplus/c$ calcolato in base alla velocità media orbitale della Terra. Come vedremo nella meccanica,

$$\kappa = \frac{na}{c\sqrt{(1-e^2)}}.$$

Il valore adottato per l'epoca J2000.0 è

$$\kappa = 20''.49552.$$

Osserviamo infine che non c'è solo il moto orbitale della Terra a produrre aberrazione, ma anche la rotazione. La velocità di un punto sulla superficie è però sempre inferiore a $0.5\,\mathrm{km/s}$, e produce quindi un effetto che non supera $0''.4$. Questa ulteriore aberrazione ha ovviamente il periodo di un giorno (siderale) e si chiama pertanto *aberrazione diurna.*

La scoperta dell'aberrazione

L'aberrazione fu scoperta da *Bradley* intorno al 1730. Inizialmente egli collaborò con *Molyneux*, che si proponeva di misurare la parallasse come prova dell'ipotesi copernicana: era stata scelta la γ *Dra*, che per la sua declinazione passa quasi allo zenit di Londra. Fu costruito quindi un telescopio accuratamente puntato sullo zenit per mezzo di un filo a piombo. In tal modo, con uno strumento avente un sicuro riferimento terrestre, era possibile scoprire piccole variazioni di declinazione della stella, quali si pensava che dovesse produrre la parallasse. Dopo i primi risultati incomprensibili, Bradley continuò le ricerche con un altro telescopio e studiando molte altre stelle: scoprì così l'aberrazione, che come si è visto è molte volte maggiore della parallasse.

È interessante come Bradley si accorse che quella osservata non era parallasse. La γ *Dra* non è lontana dal polo dell'eclittica, e la sua ascensione retta è circa 18^h: dunque la parallasse avrebbe dovuto essere massima (nella sua componente in declinazione, che era la sola misurabile) nelle posizioni della Terra di massimo spostamento sul piano degli assi polari (polo nord celeste e polo dell'eclittica), quindi nei punti T_2 e T_4 corrispondenti ai solstizi (fig. G8–3). Invece la componente in declinazione dell'aberrazione è massima nelle posizioni

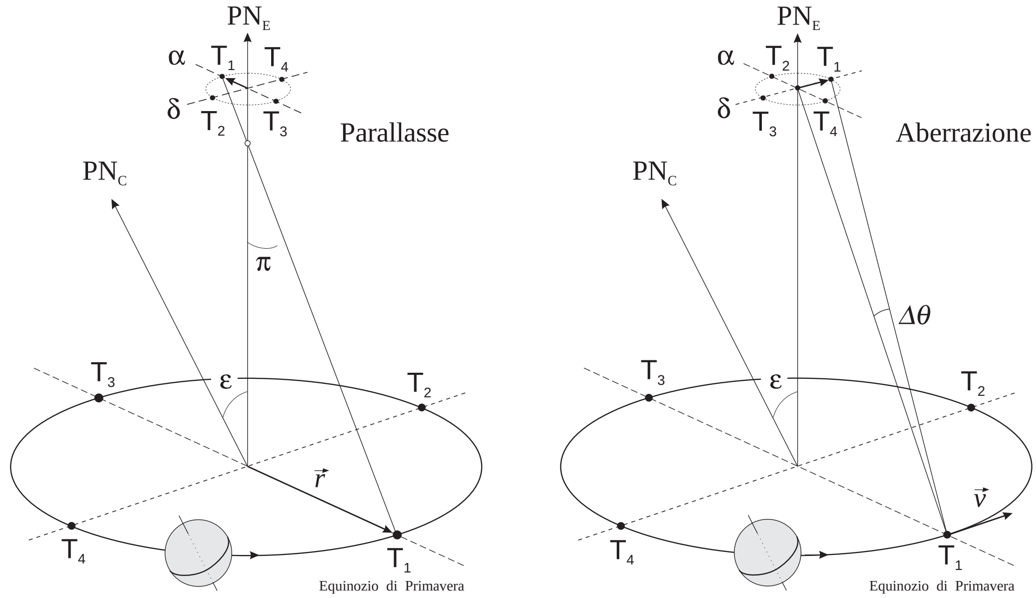

Fig. G8-3

di massima velocità sempre sullo stesso piano, cioè in T_1 e T_3, corrispondenti agli equinozi.

In effetti lo spostamento osservato era massimo agli equinozi, ed era quindi impossibile interpretarlo come parallasse. Si racconta che Bradley abbia avuto l'idea della giusta spiegazione durante una gita in barca lungo il Tamigi, quando osservò che una bandierina posta sull'albero della barca cambiava direzione, nonostante il vento trasversale spirasse costante, a seconda che la barca risalisse o scendesse il fiume.

Va ricordato che al tempo la velocità della luce era già stata misurata, da Rømer e poi da Cassini, per mezzo delle eclissi dei satelliti di Giove. L'aberrazione osservata da Bradley fornì però un'ulteriore misura di c, migliore di quelle, e che si scostava solo dell'1% dal valore attuale. Diede inoltre una prova, ancora più solida della parallasse, del moto orbitale della Terra.

Teoria relativistica dell'aberrazione

Da un certo punto di vista la formulazione relativistica è più semplice, in quanto non ci sono tre enti da considerare (l'etere, la sorgente e l'osservatore) ma soltanto due. La sola cosa che conta è il moto relativo fra sorgente e osservatore. Basterà quindi introdurre due riferimenti: quello in cui è in quiete la sorgente, per il quale useremo le coordinate x, y, z, t, e quello dell'osservatore, con le coordinate x', y', z', t'.

Indicheremo con $\vec{v}$ la velocità dell'osservatore (Terra) rispetto alla sorgente, e orienteremo gli assi in modo che $\vec{v}$ abbia solo la componente x, positiva.

Supporremo ancora che la sorgente vista dalla Terra sia nel piano (x, z) e che siano ϑ, risp. ϑ' gli angoli da cui si vede arrivare la luce nei due riferimenti. Ne segue che le componenti della velocità della luce sono rispettivamente

$$\begin{aligned} v_x &= -c\cos\vartheta, \quad v_y = 0, \quad v_z = -c\sin\vartheta \\ v'_x &= -c\cos\vartheta', \quad v'_y = 0, \quad v'_z = -c\sin\vartheta' \end{aligned}$$

(non dimentichiamo che il modulo della velocità è c in entrambi i riferimenti!).

La trasformazione della velocità è data dalle formule

$$v'_x = \frac{v_x - v}{1 - v v_x/c^2} \qquad v'_z = \frac{v_z}{\gamma\,(1 - v v_x/c^2)}$$

e sostituendo:

$$\cos\vartheta' = \frac{\cos\vartheta + v/c}{1 + v\cos\vartheta/c} \qquad \sin\vartheta' = \frac{\sin\vartheta}{\gamma\,(1 + v\cos\vartheta/c)}.$$

Da queste si ricava

$$\begin{aligned} \sin(\vartheta - \vartheta') &= \frac{\sin\vartheta}{1 + \dfrac{v}{c}\cos\vartheta}\left(\frac{v}{c} + \frac{\gamma - 1}{\gamma}\cos\vartheta\right) = \frac{v}{c}\sin\vartheta\,\frac{1 + \dfrac{\gamma}{\gamma + 1}\dfrac{v}{c}\cos\vartheta}{1 + \dfrac{v}{c}\cos\vartheta} \\ &\simeq \frac{v}{c}\sin\vartheta - \frac{v^2}{4c^2}\sin 2\vartheta. \end{aligned} \tag{G8.3}$$

Come si vede dalla (G8.3), la correzione rispetto al calcolo di primo ordine può arrivare a $v^2/(4c^2) = 0''.0005$, che oggi non è più trascurabile per le osservazioni di alta precisione.