

## O5. Diaframmi

In qualunque sistema ottico esistono limitazioni al fascio di raggi accettati dal sistema, che implicano conseguenze per la luminosità del sistema e per il campo visibile. Le limitazioni possono provenire dai bordi stessi delle lenti, oppure da diaframmi inseriti appositamente nel sistema. Vogliamo ora esaminare gli aspetti principali di questo argomento.

### Pupille d'entrata e d'uscita

Consideriamo in primo luogo un diaframma posto davanti al sistema ottico. Il diaframma limita l'accettazione dei fasci di raggi, entra cioè meno luce. Nel caso più semplice, come mostrato in figura fig. O5-1, tale diaframma sarà detto *pupilla d'entrata* (p.e.): il suo diametro  $p_e$  caratterizza la luminosità del sistema. Daremo tra poco una definizione più generale di p.e.

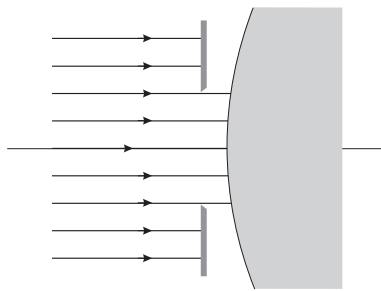


Fig. O5-1

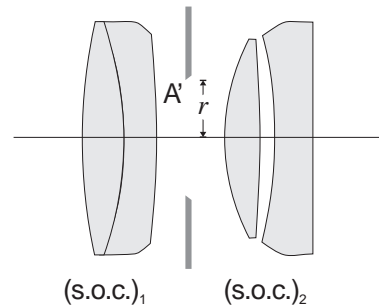


Fig. O5-2

Ma vediamo invece che cosa succede se il diaframma che limita la dimensione del fascio che attraversa il sistema è in una posizione generica dentro il sistema. Evidentemente se  $r$  è il raggio del diaframma (fig. O5-2), sono ammessi solo i raggi che arrivano sul piano del diaframma con coordinata  $y$  tale che  $|y| < r$ .

Poiché le equazioni dei raggi sono lineari, basterà conoscere quali raggi passano per  $A'$  ( $y = r$ ) per aver individuato tutti i raggi che passano per il diaframma: se  $\begin{pmatrix} y \\ p \end{pmatrix}$  è un raggio passante per  $A'$ , allora  $k \begin{pmatrix} y \\ p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ky \\ kp \end{pmatrix}$  con  $|k| < 1$  sarà un raggio che passa per il diaframma. Trascuriamo per ora la parte del sistema ottico che segue il diaframma (sistema 2): il punto  $A'$  avrà rispetto alla prima parte del sistema (sistema 1) un coniugato  $A$ : esso è tale che tutti e soli i raggi entranti che passano per  $A$ , escono passando per  $A'$ .

Dunque si può sostituire il diaframma reale posto dentro il sistema con un diaframma fittizio (immagine anteriore) posto davanti al sistema; esso avrà l'effetto di limitare nello stesso modo l'ampiezza del fascio entrante. In questo caso è questo diaframma fittizio che prende il nome di *pupilla d'entrata*.

Si noti che la p.e. può essere virtuale: ciò accade se essa si trova dopo la prima superficie del sistema, per cui sono i prolungamenti dei raggi, e non i

raggi stessi, che vengono intercettati o ammessi dalla p.e. È questo il caso di una lente con un diaframma posto subito dietro (fig. O5-3) o anche di un obiettivo fotografico, che ha il diaframma tra le lenti.

Più in generale, se un sistema presenta diversi diaframmi (considerando tra questi anche le montature delle lenti), se ne possono costruire allo stesso modo le rispettive immagini anteriori. È allora chiaro che il diametro del fascio assiale ammesso nel sistema resta fissato dall'immagine di diametro minore; questa viene definita *pupilla d'entrata*.

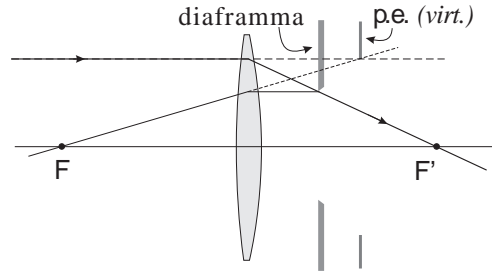


Fig. O5-3

Volendo misurare la pupilla d'entrata, anche quando questa è virtuale, occorre solo guardare dalla parte da cui arriva la luce: poiché ogni diaframma "fittizio" è proprio l'immagine (reale o virtuale) di un diaframma vero, basta misurare quello che si vede. Così in un obiettivo fotografico, per misurare l'apertura dell'obiettivo (ad es. a scopo di verifica dei valori segnati) basta misurare il diaframma come lo si vede. In genere la massima apertura dà una p.e. pari alla montatura della prima lente.

Da quanto si è visto, nel caso di un unico diaframma, segue anche che la p.e. determina la delimitazione di qualunque fascio di raggi, anche obliquo: in tutti i casi il fascio ammesso è un cilindro che ha per direttrice il bordo della p.e. (fig. O5-4).

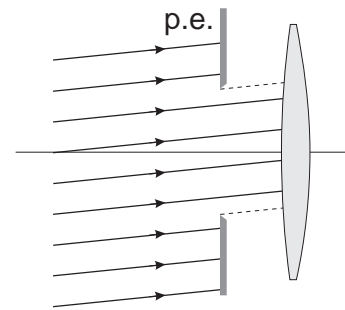


Fig. O5-4

Come si è definita la p.e. (che in un telescopio generalmente coincide con la montatura dell'obiettivo), allo stesso modo si definisce la *pupilla d'uscita* (p.u.): essa è quel diaframma fittizio tale che tutti e soli i raggi accettati dal sistema sono quelli che (dopo aver attraversato il sistema) passano per tale diaframma. La p.u. è dunque l'immagine posteriore del diaframma reale, cioè quella fornita dalla seconda parte del sistema (costruzione simmetrica rispetto alla p.e.).

Pupilla d'entrata e pupilla d'uscita sono quindi coniugate rispetto all'intero sistema, nel senso che tutti i raggi che entrano passando per il bordo della p.e., escono passando per il bordo della p.u. Nel caso di un sistema telescopico, come sappiamo, tra i diametri delle due pupille vale la relazione:

$$\frac{p_e}{p_u} = |G_a| \quad \text{ingrandimento (angolare).}$$

## Vignettatura e diaframma di campo

Torniamo ora a considerare un sistema ottico con diversi diaframmi, tra cui le montature delle varie lenti: ci domandiamo qual è il diaframma dominante, in particolare per fasci di raggi non assiali. Chiaramente ciò dipende in primo luogo da dove è posta la sorgente; ma anche per sorgenti all'infinito (com'è il nostro caso) la limitazione del fascio dipende dalla sua vergenza. Nella fig. O5-5 siano A, B, C i diaframmi fittizi (immagini anteriori) di tre diaframmi reali. Per raggi paralleli all'asse ottico quello che conta è, come si è detto, il diaframma più piccolo (B in figura che rappresenta la p.e. del sistema); ma per i raggi sufficientemente inclinati B non conta più nulla e divengono determinanti i diaframmi A e C. Esiste anzi una vergenza limite oltre la quale la luce non passa più. Inoltre se facciamo una sezione dei vari fasci, parallelamente ai piani dei diaframmi, vediamo che l'area della sezione del fascio ammesso si restringe gradatamente, fino a scomparire nel caso limite. Ciò significa che mentre l'obiettivo (o il sistema in generale) è molto luminoso al centro del campo, ai bordi si nota una sfumatura della luminosità fino a zero.

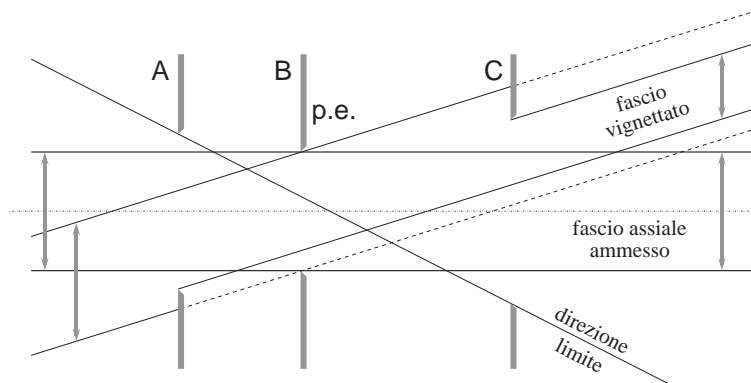


Fig. O5-5

Tale effetto è detto *vignettatura*. Esso è assai scomodo, specialmente per osservazioni fotografiche, dato che al centro, ove l'obiettivo è più luminoso, si vedranno stelle fino a una certa magnitudine, mentre stelle della stessa magnitudine non saranno visibili ai bordi.

C'è però un modo per eliminare la vignettatura, ed è quello di porre in una certa posizione un altro diaframma che dia luogo ad una vignettatura brusca, tale cioè che accetti tutti i raggi fino ad una certa vergenza, e che non ne accetti più oltre quella. L'effetto voluto si può ottenere ponendo un diaframma nel secondo piano focale, o in un piano coniugato a questo all'interno del sistema. Tale diaframma, proprio perché limita nettamente il campo, è detto *diaframma di campo*. Le immagini anteriore e posteriore del diaframma di campo si dicono *finestra d'entrata* e *d'uscita* rispettivamente. In un sistema che deve formare immagini di oggetti all'infinito, anche la f.e. è all'infinito.

## Il cannocchiale astronomico

Vediamo ora l'applicazione delle idee introdotte al più importante esempio di sistema telescopico: il cannocchiale astronomico o kepleriano. Questo, nella sua forma primitiva, consiste di due lenti sottili, dette rispettivamente *obiettivo* e *oculare*, di focali  $f_{ob}$  e  $f_{oc}$  entrambe positive (lenti convergenti). Le lenti sono disposte in modo che il secondo fuoco dell'obiettivo coincida col primo fuoco dell'oculare:  $F'_{ob} \equiv F_{oc}$ . È chiaro che in queste condizioni un fascio parallelo esce dallo strumento ancora parallelo, e si vede dalla fig. O5-6 che i diametri dei fasci entrante e uscente sono in proporzione a  $f_{ob}$  e  $f_{oc}$ : ne segue

$$G_a = -\frac{f_{ob}}{f_{oc}}.$$

Il segno meno risulta dal fatto che  $u$  e  $u'$  per uno stesso raggio hanno segni opposti. L'ingrandimento è dunque negativo, il che vuol dire che una sorgente all'infinito posta sopra l'asse ottico ( $u > 0$ ) produce in uscita raggi con  $u' < 0$ , che quindi appaiono provenire da sotto l'asse ottico, come in fig. O5-7, a sinistra; a destra sono indicati i raggi principali provenienti da due sorgenti A e B: l'immagine (virtuale) vista attraverso il cannocchiale è *capovolta*. Poiché il cannocchiale astronomico è fatto per ingrandire, avremo di solito  $|G_a| \gg 1$ , cioè  $f_{ob} \ll f_{oc}$ .

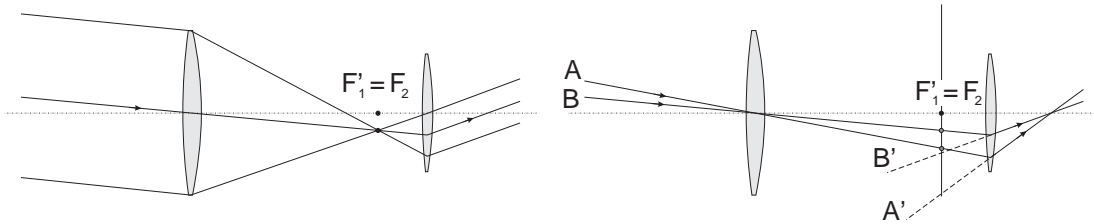


Fig. O5-7

Nel cannocchiale astronomico la p.e. coincide di regola col bordo dell'obiettivo: ne segue che la p.u. è l'immagine di tale bordo data dall'oculare. Ma l'obiettivo è a distanza molto maggiore della focale dell'oculare, per cui tale immagine si formerà molto vicino al secondo fuoco dell'oculare (fig. O5-8).

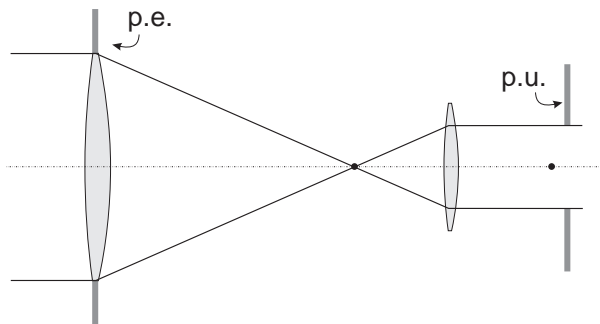


Fig. O5-8

Dato che nel piano per  $F'_{ob} \equiv F_{oc}$  si forma un'immagine reale delle sorgenti (che sono all'infinito), questo è il piano giusto per introdurre un diaframma di campo.

O5-4

Per comprendere il giuoco dei diaframmi nel cannocchiale astronomico occorre però tener presente un ulteriore elemento: l'occhio dell'osservatore. Infatti questo introduce un nuovo diaframma (la pupilla), e occorre vedere come le cose variano secondo la sua posizione.

In fig. O5-9 la posizione (1) consente all'occhio di ricevere quanta luce può e quindi l'obiettivo è ben sfruttato (è anche eccessivo), ma nella posizione (2) l'occhio riceverà meno luce di quanto potrebbe; in posizione (3) non riceve affatto luce proveniente da quella direzione. Dunque se l'occhio viene posto a una certa distanza dalla p.u. si ha di nuovo l'effetto di vignettatura e riduzione dell'angolo di campo (niente di strano: tali effetti intervengono ogni volta che si accoppiano più diaframmi).

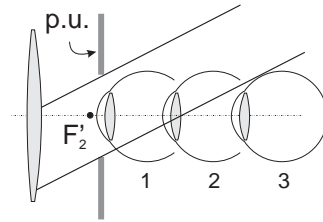


Fig. O5-9

Ne segue che l'occhio va posto più o meno dove sta la pupilla d'uscita, ovvero circa nel secondo piano focale dell'oculare. Questo fatto limita la possibilità di diminuire indefinitamente  $f_{oc}$  (nel tentativo di avere maggiore ingrandimento): nella pratica raramente si scende sotto 5 mm.

Questo è un caso particolare di un fatto generale: nella progettazione e nell'impiego del cannocchiale astronomico occorre sempre tenere presenti i rapporti tra cannocchiale e occhio. Per esempio:

- Se la p.u. è più piccola della pupilla dell'occhio, l'obiettivo è sfruttato al massimo. Però tenendo fisso  $|G_a|$  si può aumentare  $p_e$  col che aumenta anche  $p_u$  e aumenta la luminosità.
- Se la p.u. è più grande della pupilla dell'occhio, il fascio uscente è ulteriormente diaframmato dall'occhio: significa che si possono ottenere uguali risultati con un obiettivo di diametro minore.

Per fare alcuni esempi numerici teniamo presente che la pupilla dell'occhio ha un diametro massimo di  $7 \div 8$  mm al buio, ma che alla luce (per osservazioni diurne) si restringe fino a 2 mm.

1) Vogliamo costruire un cannocchiale con ingrandimento  $|G_a| = 100$ . Allora:

$$\begin{array}{ll} \text{per } p_e = 500 \text{ mm} & \text{si avrà } p_u = 5 \text{ mm} \\ p_e = 800 \text{ mm} & p_u = 8 \text{ mm} \\ p_e = 1500 \text{ mm} & p_u = 15 \text{ mm.} \end{array}$$

Dunque, contrariamente a quello che si potrebbe pensare (più grande è l'obiettivo, più è luminoso), vediamo che oltre gli 80 cm di obiettivo è inutile andare, in quanto l'ulteriore aumento di luminosità è bloccato dalle possibilità dell'occhio. Così il terzo obiettivo sarebbe bene utilizzato solo con  $|G_a| = 200$ .

2) Consideriamo ora un comune binocolo  $7 \times 50$  (che significa ingrandimento  $|G_a| = 7$  con  $p_e = 50$  mm, da cui segue  $p_u \simeq 7$  mm).

Questo è uno strumento buono di notte ( $p_u$  è circa uguale alla pupilla dell'occhio); di giorno invece basta  $p_u \simeq 2$  mm (come quella dell'occhio) cui corrisponde  $p_e \simeq 14$  mm, per cui l'obiettivo del binocolo è assai poco sfruttato.

3) Binocolo  $12 \times 50$  ( $|G_a| = 12$ ,  $p_e \simeq 50$  mm,  $p_u \simeq 4$  mm).

Per quanto si è visto, questo strumento è adatto all'uso diurno, ma di notte è poco conveniente, perché l'occhio potrebbe ricevere più luce.

Tutto questo c'insegna che per ogni osservazione occorre lo strumento adatto e che raramente un cannocchiale si può dire ottimo sotto tutti gli aspetti.

### A che serve la lente di campo di un oculare?

La quasi totalità degli oculari oggi in uso consistono di due lenti (almeno). Questo è fatto in parte allo scopo di ridurre le aberrazioni, ma c'è una ragione più fondamentale, che ora vedremo. Finora non ci siamo mai chiesti come intervenga il bordo dell'oculare, ma è chiaro che se esso non è sufficientemente grande produrrà vignettatura. La domanda è: quanto grande? Discutiamolo su un esempio.

Un tipico cannocchiale  $7 \times 50$  potrebbe avere ad es.:  $f_{ob} = 140$  mm,  $f_{oc} = 20$  mm,  $d_{ob} = 50$  mm. La p.u. risulterà  $p_u = 7$  mm e disterà 23 mm dall'oculare.

Chiediamoci ora quanto dev'essere grande l'oculare per avere non vignettato un campo (poniamo) fino a  $3^\circ$  dall'asse. La costruzione è mostrata in fig. O5-10 in alto e la risposta è  $d_{oc} = 24$  mm. Non è facile costruire una lente di focale 20 mm e diametro 24 mm, senza contare che lavorerebbe molto lontana dall'approssimazione di Gauss, cioè con aberrazioni proibitive.

Se s'interpone, nel piano dell'immagine reale, un'altra lente (*lente di campo*) ad es. con  $f = 30$  mm avremo:

- nessun effetto sull'immagine di oggetti all'infinito (lasciamo a chi legge di capire il perché);
- la pupilla d'uscita si avvicina a 9.5 mm dall'oculare, e resta dello stesso diametro.

La nuova costruzione (fig. O5-10 in basso) mostra che per lo stesso campo stavolta basta  $d_{oc} = 14$  mm: il guadagno è notevole. Quanto alla lente di campo, il suo diametro non sarà maggiore di 15 mm.

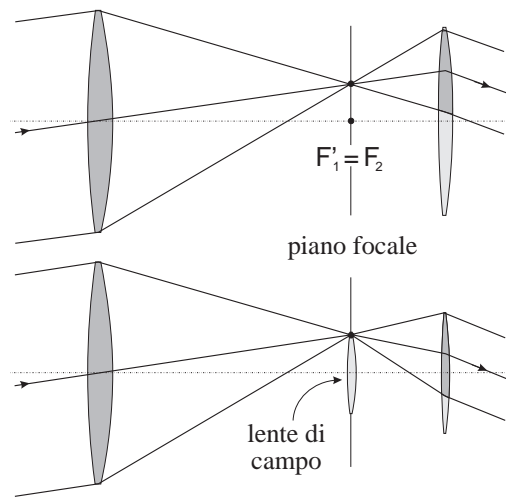


Fig. O5-10

In termini semplici l'azione della lente di campo si spiega così: il fascio di luce proveniente dall'obiettivo, che senza lente di campo andrebbe allontanandosi dall'asse (costringendo così ad un grosso oculare per contenerlo tutto) viene deflesso verso l'asse dalla lente di campo e perciò può essere compreso in un oculare di diametro minore.

Nella pratica si dà il nome di oculare al sistema delle due lenti; inoltre spesso la lente di campo non viene messa proprio nel piano dei fuochi, ma prima (oculare negativo, tipo Huygens) o dopo (oculare positivo, tipo Ramsden). A parte altre ragioni più complesse c'è per questo una ragione banale: una superficie ottica nel piano dell'immagine reale raccoglie granuli di polvere, peluzzi, ecc. che vengono visti a fuoco (e ingranditi) disturbando molto l'osservazione. Questo non accade se la superficie della lente di campo è “fuori fuoco.”