La candela

Questa volta cerco di non farmi distrarre da altre idee, e mi dedico solo alla relatività, che si sta trascinando ormai da troppo tempo. Facciamo un brevissimo riepilogo.

Ho già scritto 5 puntate, che sono apparse nei nn. 2 e 3 del 2010 e nei nn. 1, 3 e 4 del 2011. Contenevano, nell'ordine:

- le prime idee della relatività ristretta: la relatività del tempo, lo spazio-tempo di Minkowski
- la metrica dello spazio-tempo (piatto) di Minkowski; una prima introduzione alla relatività generale, col principio di equivalenza, la curvatura dello spazio-tempo e la sua connessione con le forze di marea
- la storia della precessione del perielio di Mercurio
- le equazioni di Einstein, la soluzione di Schwarzschild, il significato delle coordinate
- il raggio di Schwarzschild e il "giallo" della singolarità: Schwarzschild e Hilbert.

Mi conviene riprendere il discorso copiando il brano che alla fine dell'ultima puntata riassumeva la situazione:

Per ora siamo a questo punto: abbiamo una metrica che risolve le equazioni di Einstein per uno spazio-tempo statico e a simmetria sferica; sappiamo che questa descrive correttamente la situazione fisica intorno a una stella (per es. il Sole, come mostrano la precessione del perielio dei pianeti e la deflessione gravitazionale della luce, nonché altre prove sperimentali scoperte in seguito e di cui non parlerò per brevità). Ma nella forma data da Hilbert e ormai universalmente adottata, la metrica ha una singolarità, di cui a prima vista non si comprende origine e significato. Ecco il giallo cui avevo alluso in precedenza: c'è (forse) un delitto (la singolarità); c'è (forse) un colpevole (Schwarzschild? Hilbert?) e bisogna indagare, capire se si tratti di qualcosa di "virtuale," ossia di un'elucubrazione matematica, priva di significato e di conseguenze fisiche, oppure se qualcosa nel mondo reale corrisponda a una proprietà "scandalosa" della metrica.

Le ricerche successive, durate ormai quasi un secolo, hanno chiarito la questione nel modo che ora cercherò di spiegare. Non voglio tacere l'esistenza di alcuni "irriducibili," che pensano che non esista alcun problema, visto che nella forma data da Schwarzschild alla metrica la singolarità non compare; basta quindi dimenticare Hilbert, e la questione è chiusa. Però il parere della stragrande maggioranza degli esperti è diverso: non si può ignorare la regione $R < \alpha$, che nelle coordinate di Schwarzschild non esiste, perché *ad essa corrisponde una parte fisicamente significativa dello spazio-tempo.*

In effetti molto del lavoro fatto sul problema dopo il 1916 è stato speso a definire sistemi di coordinate diversi, che permettessero una più agevole interpretazione fisica dello spazio-tempo di Schwarzschild. Di questi sistemi di coordinate se ne contano parecchi, e non ho la minima intenzione di affliggervi con montagne di formule che (a essere sinceri) riuscirebbero incomprensibili alla quasi totalità dei miei lettori, per pochi che siano... Mi accontento di citarvi la forma trovata indipendentemente da Kruskal e Szekeres nel 1960 (pensate! ben 44 anni dopo che era apparsa la soluzione di Schwarzschild!); e aggiungo solo che con le coordinate di K–S si vede bene che non c'è nessuna singolarità per $R = \alpha$, e che la regione di spazio-tempo con $R < \alpha$ ha proprietà molto particolari, su cui ci dovremo intrattenere.

* * *

Ma la storia che sto raccontando sarebbe gravemente manchevole se non ricordassi che parallelamente a queste ricerche puramente matematiche era in corso un altro filone, squisitamente astrofisico. La domanda cui si cercava di rispondere era: in che modo la RG influisce sull'evoluzione stellare? Ovvero: ci sono stadi nella vita di una stella (o di qualche categoria di stelle) in cui le differenze tra la gravitazione newtoniana e la teoria di Einstein modificano in modo importante ciò che succede?

La risposta è legata soprattutto al nome di R. Oppenheimer, che negli anni prima della seconda guerra mondiale era il massimo fisico teorico in USA. Un primo risultato si riassume in quella che nell'astrofisica relativistica è nota come "equazione di Oppenheimer–Volkov" (1939), che lega densità e pressione in ua stella statica a simmetria sferica, correggendo la semplice equazione newtoniana che si trova in qualunque libro che tratti di astrofisica stellare. Pochi mesi dopo appare il lavoro più importante per il nostro discorso, dovuto a Oppenheimer e Snyder e intitolato *On Continued Gravitational Contraction.* Forse il titolo già indica di che cosa si tratta, ma ora provo a darne un brevissimo sommario.

Oppenheimer e Snyder si chiedono quale sia — tenendo conto della RG — l'evoluzione di una stella in cui si è esaurito il combustibile nucleare. Fuori della RG il problema non era nuovo: per es. era stato affrontato da Fowler nel 1926 quando aveva risolto l'enigma della "nane bianche," mostrando che questo stato estremo dell'evoluzione stellare era tenuto in equilibrio grazie alla pressione del gas di Fermi degenere formato dagli elettroni liberati dagli atomi costituenti la stella, causa l'alta densità raggiunta dalla materia in quelle condizioni. (Detto tra parentesi, il lavoro di Fowler fu una delle più notevoli applicazioni della meccanica quantistica, allora appena nata, in un campo del tutto nuovo: appunto l'astrofisica stellare. La storia delle nane bianche è un capitolo affascinante dell'astrofisica, che magari racconterò un'altra volta.) Pochi anni dopo (1931–35) Chandrasekhar aveva mostrato che tenendo conto del comportamento relativistico degli elettroni ad alta energia nella materia stellare, una nana bianca non poteva esistere per qualunque valore della massa, e aveva calcolato quello che da allora è noto come "limite di Chandrasekhar," che per stelle composte prevalentemente di elio o di elementi più pesanti è poco maggiore della massa del Sole.

Ma bisogna fare attenzione a non equivocare: il calcolo di Fowler non teneva in nessun conto la relatività; quello di Chandrasekhar usava *per il gas di elettroni* le relazioni tra impulso ed energia date dalla RR, ma la gravità della stella era ancora calcolata in base alla legge di Newton. È qui che si differenzia il lavoro di Oppenheimer e Snyder, che invece calcolano gli effetti gravitazionali con la RG.

Dato che la soluzione in casi realistici appare proibitiva, gli autori trattano a fondo un modello semplice ma non del tutto irrealistico: quella che viene chiamata "stella di polvere." Si tratta di una stella in cui si trascura la pressione della materia e della radiazione, il che a prima vista può sembrare insensato: come si può trascurare la pressione quando la stella collassa senza limite? L'argomento degli autori è che la presenza di una pressione non nulla potrà rallentare il collasso, ma gli aspetti qualitativi del fenomeno non saranno diversi da quelli che si trovano con pressione nulla. Ecco le parole di O–S (traduzione mia):

Riteniamo che le caratteristiche generali della soluzione ottenuta in questo modo diano un'indicazione valida anche per il caso in cui la pressione non è zero, purché la massa sia abbastanza grande da causare il collasso.

Il risultato centrale di questo lavoro è che esiste un "orizzonte," dato proprio dal raggio α di Schwarzschild: per chi guardi dal di fuori, in una posizione fissa, la materia che collassa si avvicina indefinitamente a questo raggio, senza mai raggiungerlo. (Abbiamo già visto in una puntata precedente, ma non è male ricordarlo, che per una stella avente la massa del Sole α vale circa 3 km.) Studi successivi avrebbero dimostrato che sebbene la stella non sembri mai contrarsi oltre il raggio di Schwarzschild, tuttavia l'intensità della luce che arriva all'osservatore decresce esponenzialmente, con una costante di tempo dell'ordine di α/c ($10\,\mu$s per la massa del Sole): il che vuol dire che in un tempo brevissimo la stella diventa comunque invisibile.

Se invece si considera un ipotetico osservatore che segue la materia che cade, questi *in un tempo finito* (come lo misura il suo orologio) raggiunge l'orizzonte e lo attraversa senza problemi. Gli autori indicano tale tempo con t_0, e scrivono:

Dopo questo tempo t_0 *un osservatore in moto con la materia non sarà in grado di mandare un segnale luminoso all'esterno; il cono entro il quale un segnale può sfuggire dalla stella si chiude completamente. Per una stella che abbia una densità iniziale di* $1\,\mathrm{g/cm^3}$ *e una massa di* $10^{33}\,\mathrm{g}$ *questo tempo* t_0 *è circa un giorno.*

I valori dati per massa e densità non sono casuali: sono come ordine di grandezza quelli del Sole, e mostrano che il collasso gravitazionale *è un fenomeno rapidissimo* rispetto alla scala dei tempi dell'evoluzione stellare.

L'implicazione più sconvolgente è che se passato l'orizzonte non si possono invare segnali all'esterno, tanto meno è possibile *tornare indietro*. Ma per spiegare meglio questo punto dobbiamo fare un altro passo, che non c'è nel lavoro di O–S ma ne è un naturale sviluppo e fu compiuto poco dopo (non saprei dire da chi per primo). Il passo è questo: la materia della stella che collassa continua a cadere verso il centro, e una volta che ha attraversato tutta l'orizzonte, arriva inesorabilmente nel punto $R = 0$, che è la sola vera singolarità della geometria di Schwarzschild.

Ora bisogna far entrare in gioco un risultato precedente, noto col nome di *teorema di Birkhoff* (1923) il quale asserisce che l'unica soluzione a simmetria sferica e asintoticamente piatta delle equazioni di Einstein nel vuoto è quella di Schwarzschild. Sulla simmetria sferica non debbo dare spiegazioni; "asintoticamente piatta" vuol dire solo che a grande distanza dal centro di simmetria lo spazio-tempo è quello di Minkowski, privo di curvatura: insomma che gli effetti di RG diventano trascurabili.

Che in tali ipotesi si ottenga per forza la soluzione di Schwarzschild, significa in pratica questo: che sebbene la nostra stella stia collassando, contraendosi (sia prima di raggiungere l'orizzonte, sia pure dopo) lo spazio-tempo esterno alla materia stellare rimane del tutto inalterato, insensibile alla contrazione. In particolare, se intorno alla stella era in orbita un pianeta o un intero sistema solare, esso *continuerà a seguire i suoi moti* come se la stella fosse rimasta com'era.

E se la materia stellare raggiunge e supera l'orizzonte, lo spazio-tempo attorno, *orizzonte incluso*, sarà quello di Schwarzschild. Ecco perché è interessante studiare la soluzione di Schwarzschild, incluso l'orizzonte e la regione interna: ci sono condizioni fisiche *concrete* in cui un tale spazio-tempo *può presentarsi in natura.*

* * *

La seconda metà del secolo scorso ha visto un grande sviluppo della RG, volto in particolare a esaminarne conseguenze osservabili, oltre che ad approfondire e chiarire aspetti genuinamente teorici. Ad alcuni ho già accennato, mentre ho del tutto trascurato la discussione sulle *onde gravitazionali*, che potrà se mai essere oggetto di altri racconti nel futuro. Per quanto riguarda le conseguenze osservabili, una parte importante fu presa dalla possibilità di osservare il collasso gravitazionale previsto da Oppenheimer e Snyder, il che a prima vista suona paradossale: se il principale effetto del collasso è di rendere invisibile una stella, come potremo mai vedere un collasso in atto?

Ho già detto che il vero e proprio evento del collasso dura un tempo che si misura in giorni: come potremo mai sperare di cogliere un fenomeno così fuggevole rispetto ai milioni o miliardi di anni di vita di una stella? E se a collasso avvenuto dalla stella non può più arrivarci radiazione, come potremo accorgerci di un collasso avvenuto in passato? A questo proposito è ora d'obbligo ricordare la fortunatissima invenzione di Wheeler (1967): è a lui infatti che si deve la denominazione di "black hole" (buco nero) per ciò che resta della stella a collasso avvenuto.

Visto che ho nominato Wheeler, è giusto aggiungere che la sua fama è legata a qualcosa di più che la trovata del "buco nero." Anche Wheeler è stato uno dei maggiori fisici teorici americani, e ha dato contributi importanti alla fisica nucleare e poi alla RG. Ha tenuto attiva una scuola di cui hanno fatto parte altri fisici teorici più o meno grandi, ed è anche interessante citare, fra i suoi primi allievi, Richard Feynman, che avrebbe poi seguito nella fisica teorica strade parecchio diverse dal suo maestro. Voglio anche ricordare che tanto Wheeler quanto Oppenheimer diedero contributi importanti al "progetto Manhattan," ossia alla costruzione della bomba atomica (Oppenheimer come direttore); anche se nel seguito le loro visioni politiche in merito si sarebbero radicalmente divaricate.

Possiamo anche attribuire a Wheeler un merito "didattico": è infatti a lui, come autore anziano, che si deve la pubblicazione con Misner e Thorne di un testo fondamentale quanto voluminoso (oltre 1200 pagine senza gli indici), un classico della RG, uscito nel 1971 e intitolato semplicemente *Gravitation*. Come nota personale, posso dire che fu la lettura di quel libro a mettermi in condizione di capire realmente la RG, che avevo avvicinato su altri testi nei venti anni precedenti. Le mie lezioni universitarie degli ultimi anni sono largamente e dichiaramente ispirate a quel libro. Ma più in generale credo si possa affermare che a *Gravitation* e alla scuola di Wheeler si deve in buona parte la fioritura delle ricerche sulla RG negli ultimi deceni.

* * *

Tornando alla ricerca dei buchi neri, per ora vorrei darne solo un sommario accenno, che mi riprometto di sviluppare nella prossima (e finalmente conclusiva) puntata. Stringendo molto, ci sono essenzialmente due strade per rivelare un buco nero: la prima è l'emissione di radiazione X da parte di materia che cade verso l'orizzonte, la seconda è lo studio di stelle in orbite strette attorno all'oggetto. Per quanto se ne sa oggi, sembra probabile che certe sorgenti X, specialmente facenti parte di sistemi binari, abbiano appunto origine nel primo fenomeno che ho accennato. Invece è ormai parere diffuso che tutte le galassie abbiano al centro un buco nero cosiddetto "supermassivo" (massa dell'ordine di milioni di volte quella del Sole) intorno al quale possono esistere dei "pianeti," che sono in realtà stelle che percorrono orbite con periodi molto brevi. Un sistema del genere è stato realmente osservato nel centro della nostra Galassia.

"Perché ancora una puntata?" si chiederà qualcuno... Ecco una breve risposta. In primo luogo, gli ultimi accenni che ho fatto alla possibile rivelazione di buchi neri sono troppo sommari, e vanno un po' sviluppati. In secondo luogo, vorrei riprendere alcuni dei temi che ho trattato, non tanto per approfondirli, quanto per sottolineare le manchevolezze della mia esposizione: quello che avrei dovuto aggiungere e che ho dovuto tralasciare; per brevità, ma non solo. Terzo, ci sarà da tornare al punto di partenza: in che misura l'esperimento-scommessa può dirsi riuscito? E se non lo è, perché? Come capite bene, questa domanda ci porta diritti al problema più generale: in che misura è possibile oggi una divulgazione scientifica?

C'è ampia materia su cui ragionare… Ma non la prossima volta, per la quale ho già in mente qualcosa di diverso (anche se non senza relazione con l'ultimo punto che ho sollevato). A risentirci fra tre mesi.