

Breve storia della non conservazione della parità

Elio Fabri

L'antefatto: nucleo e forza nucleare

Questa storia vuol essere breve, e quindi molti fatti e passi importanti dovranno essere tralasciati; ma non si può fare a meno di ricordare il punto di partenza descritto nel titolo della presente sezione.

Posso solo citare i passi essenziali:

1. Nel 1911, sulla base dei risultati del famoso esperimento, Rutherford propone il suo modello atomico, nel quale il grosso della massa e tutta la carica positiva sono raccolte in una regione di spazio assai più piccola dell'atomo: il *nucleo atomico*.

In un primo tempo si suppone che il nucleo sia costituito delle due sole particelle conosciute: *protoni* ed *elettroni*. Tuttavia questa ipotesi urta contro gravi difficoltà (energia degli elettroni nucleari, spin dei nuclei con Z dispari e A pari, come ${}^{14}_7\text{N}$). Nasce così l'idea che possa esistere una particella di massa vicina a quella del protone e spin $1/2$, però neutra.

2. Dopo alcune evidenze sperimentali indirette, nel 1932 Chadwick fornisce una prova sperimentale diretta dell'esistenza di questa particella, denominata *neutrone*. In seguito ne determina anche la massa, che risulta un po' maggiore di quella del protone.

A questo punto si afferma il modello del nucleo come composto di protoni e neutroni.

3. Le particelle nel nucleo sono tenute insieme da un'interazione *assai intensa* (rispetto a quella elettrostatica che tiene legati gli elettroni negli atomi) e a range assai corto:

- l'intensità dell'interazione è dimostrata dalle *energie di legame* dei nuclei, dell'ordine di alcuni MeV per particella
- il *range*, ossia la "portata" dell'interazione, è dell'ordine del fm (fermi o femtometro, 10^{-15} m) come si vede dalle *dimensioni* dei nuclei e dalle *sezioni d'urto* delle reazioni nucleari.

Quest'interazione prese il nome di "forza nucleare," più tardi "forza forte" o meglio "interazione forte," contrapposta all'interazione "debole," nel frattempo proposta come responsabile del decadimento β .

Nota: Il termine "forza" al posto di "interazione," sebbene piuttosto diffuso specie nella divulgazione, è sconsigliabile perché può produrre una confusione concettuale. Infatti "forza" è un concetto ben definito nella meccanica classica, e si può correttamente applicare nel caso elettromagnetico: le forze elettriche

e magnetiche sono sperimentabili in ambito macroscopico e se ne danno, come ben noto, espressioni come quelle di Coulomb, Laplace, Lorentz.

Ma niente del genere è possibile per le cosiddette “forze forti” o “deboli,” che possono essere trattate solo nell’ambito della teoria quantistica dei campi (QFT), dove il concetto classico di forza *non è definito* e non ha alcun significato (come già nella meccanica quantistica).

Invece parlare d’interazione ha un senso preciso, perché ad es. nella densità lagrangiana in QFT compaiono termini che possono essere interpretati come *interazione debole* oppure *forte*, accanto a quella elettromagnetica.

Nasce il “mesone” teorico

1934: Yukawa avanza l’idea che la forza nucleare possa essere trattata, dal punto di vista teorico, sulla falsariga della “forza elettromagnetica.” Questa, secondo l’elettrodinamica quantistica (QED), deriva da un’interazione tra campi quantistici di *fermioni* (gli elettroni e le loro antiparticelle, i positroni) e un campo *bosonico*: quello dei fotoni.

Allo stesso modo, la forza nucleare richiederebbe l’esistenza, oltre ai nucleoni (neutroni, protoni e relative antiparticelle), che sono *fermioni*, di un nuovo campo *bosonico* con le corrispondenti particelle. Il fatto che la forza nucleare sia a corto range implica che questi bosoni *debbano avere massa*, e la stima della massa si ricava da un argomento che spesso viene presentato sotto forma di principio d’indeterminazione.

Se a è il range della forza, la massa deve essere dell’ordine di \hbar/ca . Per $a = 1$ fm, risulta $m \simeq 3 \cdot 10^{-28}$ g $\simeq 400 m_e$. Essendo questa una massa compresa fra quella dell’elettrone e quella del protone, Yukawa chiama la particella “mesone.”

Nota: Non è semplice giustificare l’uso del principio d’indeterminazione in questo contesto. È possibile evitarlo, e dare una giustificazione rigorosa alla stima della massa; per non interrompere il filo del discorso, rinvio la giustificazione all’Appendice.

Alla ricerca del mesone

1936: Anderson scopre nei raggi cosmici delle particelle cariche di massa circa $200 m_e$. Naturale pensare che si tratti dei mesoni di Yukawa. . .

1947: Viene pubblicata la conclusione della lunga ricerca di Conversi–Pancini–Piccioni. Dimostra che i “mesoni” negativi *interagiscono debolmente* coi nuclei, quindi *non possono essere* i mesoni di Yukawa.

1947: Con la nuova tecnica delle *emulsioni nucleari*, Powell–Lattes–Occhialini trovano un altro mesone, di massa alquanto maggiore: circa $270 m_e$. I vecchi mesoni vengono chiamati “mesoni μ ” (oggi “muoni”); i nuovi “mesoni π ” (oggi “pioni”).

Come atteso, il π^+ — che non arriva a interagire coi nuclei a causa della repulsione coulombiana — decade (in $\mu^+ + \nu_\mu$). Invece il π^- viene catturato dal nucleo e l'energia corrispondente alla sua massa (circa 140 MeV) si rende disponibile per “sfasciare” il nucleo. In un'emulsione nucleare il fenomeno si presenta con una “stella”: una raggiera di tracce, prodotte dai frammenti del nucleo, che si dipartono dal luogo della cattura (fig. 1). Dunque è *il pione* la particella di Yukawa.

(Oggi i muoni non sono più classificati come mesoni, ma come “leptoni,” perché sono fermioni e appartengono alla stessa famiglia degli elettroni: particelle che sentono solo le interazioni e.m. e debole.)

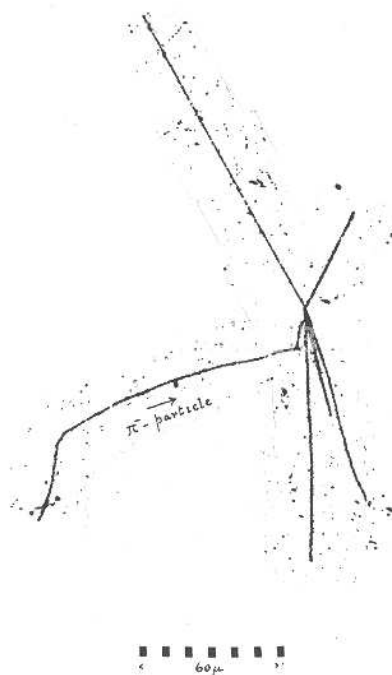


Fig. 1: Un π^- forma una “stella.”

Le “particelle strane” (~1950)

Vennero scoperte nei raggi cosmici, ancora con la tecnica delle emulsioni nucleari (fig. 2), quando ormai era iniziata l'era dei grandi acceleratori. Se ne trovarono due famiglie:

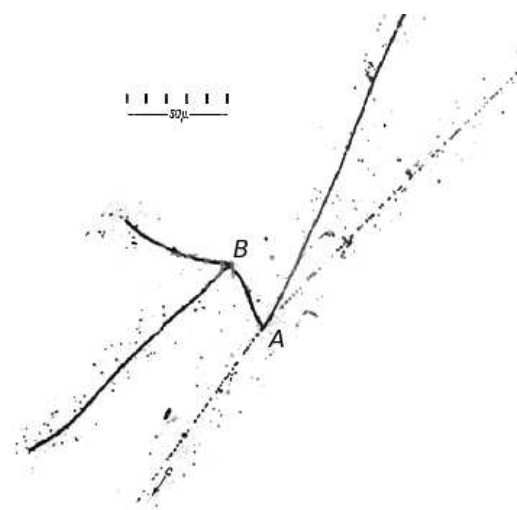


Fig. 2: Il primo decadimento di un K in 3π , visto da Powell e coll. nel 1948. Il K arriva dall'alto e decade in A. Uno dei pioni (un π^-) viene catturato in B e produce una stella con due tracce. Gli altri, più veloci, lasciano tracce poco dense ed escono dalla figura. Le loro cariche restano sconosciute.

- di masse mesoniche ($\simeq 500 m_e$); chiamate τ , θ ...

- di masse barioniche (maggiore del protone); Λ , poi Σ ...

La “stranezza” consisteva in questo:

- *interazione forte* coi nuclei, dimostrata dall'abbondanza di produzione

- *vita media lunga* (attorno al ns) tipica dell'interazione debole.

Venivano inoltre prodotte a coppie: per es. $\pi^+ + n \rightarrow \Lambda^0 + \tau^+$.

Questo suggerì l'idea (Gell-Mann e Nishijima) che esistesse un numero quantico, detto “stranezza,” che si conservava nella produzione ma non nel decadimento.

Per spiegare la differenza tra produzione e decadimento, bastava supporre che l'interazione forte conservasse la stranezza, l'interazione debole no. Infatti in produzione era possibile conservare la stranezza, appunto con la creazione di *due* particelle strane, di stranezza opposta:

$$\begin{aligned} \pi^+ + n &\rightarrow \Lambda^0 + \tau^+ \\ (0 + 0 &= -1 + 1). \end{aligned}$$

Invece *una singola particella* strana non poteva conservare la stranezza nel decadimento (in particelle “non strane”) e perciò poteva decadere solo attraverso l'interazione debole.

Il “ τ - θ puzzle”

Ci si accorse ben presto che τ e θ avevano molte proprietà in comune, e una sola differenza:

- *stesse* modalità di *produzione*
- *stessa* massa
- *stessa* vita media
- *modi di decadimento diversi*: θ in due pioni, τ in tre.

Si potrebbe dire: dov'è il problema? Potrebbero essere *la stessa particella* che ha *due possibili modi* di decadimento.

(In effetti, si scoperse poi che questa particella — oggi detta K — ha diversi altri modi di decadimento:

$$\begin{aligned} K^+ &\rightarrow 2\pi : 21\% \\ &\rightarrow 3\pi : 7\% \\ &\rightarrow \mu + \nu : 64\% \\ &\rightarrow \text{altri} : 8\% \end{aligned}$$

Iniziò allora l'indagine su spin e parità della nuova particella ... e qui compare la parola magica “parità.”

Inversioni spaziali e parità

Il concetto di parità ha a che fare con l'invarianza per *inversione spaziale*. Non ne abbiamo parlato nella lezione precedente [1], ma la simmetria per inversione spaziale T è strettamente imparentata con la simmetria speculare S: mentre questa inverte *solo* la coordinata ortogonale al piano di simmetria, la prima le inverte *tutte*. La parentela sta nel fatto che si ottiene T componendo S con la rotazione R di 180° attorno alla perpendicolare al piano:

$$T = S \circ R = R \circ S, \quad S = T \circ R = R \circ T.$$

Perciò assunta l'invarianza generale per rotazioni, invarianza rispetto a S e rispetto a T seguono una dall'altra.

Parità in meccanica quantistica

Il concetto di parità nasce dallo studio dell'invarianza per inversione in *meccanica quantistica*. (Il principale contributo a tutta questa classe di ricerche è stato dato da Wigner.)

Riassumiamo telegraficamente. Applicando T a una funzione d'onda ψ , questa si trasforma in un'altra, ψ' :

$$\psi'(x, y, z) = T \psi(x, y, z) = \psi(-x, -y, -z).$$

Se accade che $\psi' = \psi$, si dice che ψ è *pari*; se $\psi' = -\psi$, si dice *dispari*. Si può definire un'osservabile *parità* P , che ha autovalore +1 sulle funzioni pari e -1 sulle dispari.

Se sussiste invarianza sotto T, una funzione d'onda pari *rimane pari a ogni tempo*, e lo stesso se è dispari. Ciò può essere espresso dicendo che P è una *costante del moto*, o che *si conserva*.

Questo accade ad es. per una particella che si muove in un potenziale centrale. Ecco perché inversione spaziale e parità sono di grande utilità nello studio degli atomi (ma non solo).

Si dimostra che gli stati di una particella (o di due particelle nel riferimento del centro di massa) a momento angolare orbitale (modulo) definito sono *autostati della parità*, con autovalore +1 per L pari, -1 per L dispari:

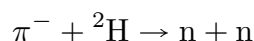
$$P = (-1)^L.$$

Nota: Molto spesso P e T vengono impropriamente confuse, e si parla ad es. di "trasformazione di parità" anziché di "inversione spaziale." La giustificazione è che l'operatore che rappresenta T e quello che rappresenta P di fatto coincidono.

La parità "intrinseca"

Nella fisica delle particelle si presenta una situazione nuova, quando in un processo vengono *create o distrutte* particelle.

Vediamo un esempio:



(un pione viene distrutto, mentre un protone si trasforma in neutrone). Se l'energia del pione è sufficientemente bassa, nello stato iniziale conta solo la componente con $L = 0$ (stato S), che ha parità +1.

Il deutone ha spin 1 e il pione ha spin 0 (questo era già stabilito): quindi il momento angolare totale J nello stato iniziale vale 1.

Lo stesso deve essere nello stato finale, e a causa dell'identità dei due neutroni (che sono fermioni) ciò è possibile solo con $S = 1$ (tripletto) e $L = 1$. Ma questo stato, dato che L è dispari, ha parità -1 !

Forse la parità non si conserva?

In realtà è possibile salvare la conservazione *ridefinendo l'operazione di simmetria*: quando sono presenti pioni in numero dispari, l'inversione spaziale *cambia il segno* del vettore di stato.

Ciò viene espresso di solito distinguendo *tre tipi* di parità:

- quella *orbitale*, definita come in partenza
- quella *intrinseca*, che vale $(-1)^n$ ($n =$ numero di pioni)
- quella *totale*, il prodotto delle due.

Concludendo:

- I pioni hanno parità intrinseca *negativa*.
- *Solo la parità totale si conserva* quando il numero di pioni cambia.

Questi risultati erano già acquisiti agli inizi degli anni '50. Va detto però che la scoperta di nuove particelle stimolò un approfondimento e una chiarificazione del concetto di parità; si segnala come centrale il lavoro di Wick, Wightman, Wigner [2] dove viene introdotta per la prima volta nella meccanica quantistica l'idea di *superselezione*. Qui non è possibile dire di più: rimando a [3] per una discussione dell'argomento.

La parità intrinseca del mesone K

Abbiamo parlato dei pioni, ma è ovvio chiedersi quale sia la parità intrinseca delle altre particelle. In particolare, quale sarà la parità intrinseca del mesone K? Se assumiamo la conservazione, possiamo cercare di ricavarla dai prodotti del decadimento.

Il decadimento in due pioni (θ) è facile: la parità intrinseca complessiva dei due pioni è $+1$, la parità orbitale è $(-1)^L$, quindi la parità totale (che è anche la parità intrinseca della particella iniziale) sarà $(-1)^J$, dove J designa lo spin del K, che è uguale a L .

Avremo quindi per il θ le possibilità 0^+ , 1^- , ecc., dove abbiamo usato la notazione J^P :

- se lo spin è pari, la parità è positiva
- se lo spin è dispari, la parità è negativa.

Il decadimento del τ

Il decadimento in tre pioni è meno facile da analizzare. A quel tempo le sole cose che era possibile misurare in modo semplice erano le energie dei tre pioni

(nel decadimento $\pi + \pi + \pi$) che si ottenevano dal “range” dei pioni: percorso della particella prima di fermarsi nell’emulsione.

Il primo studio, non relativistico, fu condotto da Dalitz [4] (1953: 29 eventi in cui non si poteva determinare la carica dei pioni). Il mio studio successivo [5] (1954) teneva conto degli effetti relativistici e forniva dati su un piccolo numero di eventi (8) di cui era nota la carica.

Il caso 0^+ era escluso a priori, per motivi che ora sarebbe lungo descrivere; 1^- sembrava in disaccordo coi dati sperimentali, per quanto scarsi; 2^+ e successivi sembravano poco probabili. Il candidato più probabile era 0^- (che sarà poi confermato con certezza, con l’aumento degli eventi misurati).

C’era dunque un’indicazione che τ e θ avessero *parità opposte*, ovvero che *una stessa particella* (il K) potesse decadere in stati finali con parità opposte. . .

L’idea di Lee e Yang

Nel 1956 compare un articolo [6] nel quale Lee e Yang, sulla base dei risultati sulla parità del K e di alcuni altri, sottopongono a critica accurata le evidenze sperimentali per la conservazione della parità in generale, in vari fenomeni e per diversi tipi d’interazione.

Leggiamo l’inizio dell’articolo*

Recenti dati sperimentali indicano che i mesoni θ^+ ($\equiv K_{\pi 2}^+$) e τ^+ ($\equiv K_{\pi 3}^+$) hanno masse⁽¹⁾ e vite medie⁽²⁾ assai vicine. D’altra parte, le analisi⁽³⁾ dei prodotti di decadimento del τ^+ suggeriscono fortemente, in base alla conservazione del momento angolare e della parità, che τ^+ e θ^+ non sono la stessa particella. Ciò produce una situazione alquanto sconcertante, che è stata ampiamente discussa.

Una via d’uscita dalla difficoltà sta nell’assumere che la parità non sia strettamente conservata, così che θ^+ e τ^+ siano due diversi modi di decadimento della stessa particella, che necessariamente ha un unico valore per la massa e un’unica vita media. Nel presente lavoro intendiamo analizzare questa possibilità sulla base delle prove sperimentali che esistono per la conservazione della parità. Risulterà chiaro che gli esperimenti esistenti indicano a un alto grado di accuratezza che la parità si conserva nelle interazioni forti ed elettromagnetiche, ma che per le interazioni deboli (cioè per le interazioni di decadimento di mesoni e iperoni, e per varie interazioni alla Fermi) la conservazione della parità è a tutt’oggi solo un’ipotesi estrapolata, non sostenuta da prove sperimentali. (Si potrebbe anche dire che il presente dilemma $\theta-\tau$ vada preso come indicazione che la conservazione della parità è violata nelle interazioni deboli. Tuttavia un simile argomento non va preso troppo sul serio, a causa della

* Traduzione di E.F. Le note ⁽¹⁾ ⁽²⁾ ⁽³⁾ sono presenti nell’articolo di Lee e Yang. La nota⁽³⁾ fa riferimento ai lavori di Dalitz e Fabri. Tutti i lavori citati, qui e nel seguito, sono reperibili in internet.

scarsità della nostra conoscenza attuale sulla natura delle particelle strane. Esso fornisce piuttosto un incentivo per l'esame del problema della conservazione della parità.) Per decidere senza incertezza se la parità si conserva nelle interazioni deboli, occorre eseguire un esperimento che stabilisca se le interazioni deboli distinguono la destra dalla sinistra. Qui discuteremo alcuni esperimenti possibili.

Ed ecco il brano dove Lee e Yang avanzano la proposta sperimentale che fu poi realizzata da Wu e coll.:

Una possibilità relativamente semplice è di misurare la distribuzione angolare degli elettroni emessi nel decadimento β di nuclei orientati. Se ϑ è l'angolo fra l'orientazione del nucleo genitore e l'impulso dell'elettrone, un'asimmetria di distribuzione fra ϑ e $180^\circ - \vartheta$ costituisce una prova indiscutibile che la parità non si conserva nel decadimento β .

Più precisamente, consideriamo la transizione β permessa di un qualsiasi nucleo orientato, diciamo ^{60}Co . [...]

È degno di nota che in questo caso la presenza del campo magnetico usato per orientare i nuclei produrrebbe automaticamente una separazione spaziale fra gli elettroni emessi con $\vartheta < 90^\circ$ e quelli con $\vartheta > 90^\circ$. Quindi l'esperimento potrebbe essere realizzato senza difficoltà.

(Che il decadimento β fosse dovuto all'interazione debole era noto da tempo; anzi quel decadimento aveva costituito a lungo il prototipo di fenomeno dovuto a quell'interazione (teoria di Fermi, 1934).)

L'esperimento di Wu e coll. [7] si presta anche a una descrizione assai semplice.

L'esperimento di Madam Wu

L'esperimento è schematizzato in fig. 3. Dei nuclei di ^{60}Co sono immersi in un campo magnetico che allinea i nuclei. Gli elettroni emessi dal ^{60}Co vengono rivelati da appositi contatori. Fu scelto il ^{60}Co , come già proposto da Lee e Yang, perché decade β e perché il momento magnetico del nucleo è grande, il che facilita l'allineamento. Tuttavia occorre lavorare a bassa temperatura (10 mK) altrimenti l'agitazione termica contrasta l'azione del campo magnetico.

Ci chiediamo: come si distribuiranno gli elettroni del decadimento? Se assumiamo valida l'invarianza per riflessioni, la risposta è ovvia.

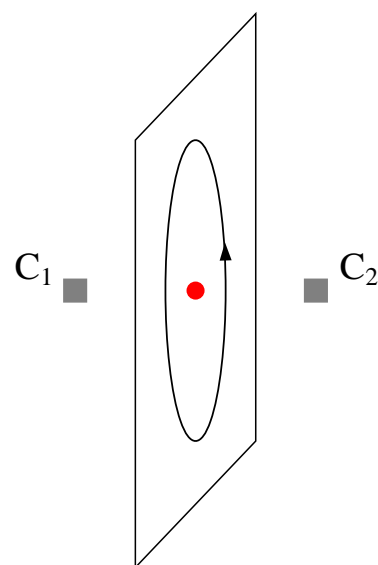


Fig. 3: L'esperimento di Wu e coll. I nuclei di ^{60}Co sono indicati dal pallino rosso; il campo magnetico è rappresentato da una spirale. C_1 e C_2 sono due contatori.

La disposizione dell'esperimento è *invariante* per riflessioni rispetto al piano in figura. Pertanto la distribuzione degli elettroni dovrà essere *anch'essa invariante*, e i due contatori dovranno rivelare un *ugual numero* di particelle.

Invece l'esperimento (pubblicato agli inizi del 1957) dimostrò l'opposto: la distribuzione degli elettroni è *asimmetrica*.

È forse utile ricordare che la trattazione usuale di questo problema, come la si può trovare praticamente in ogni libro o articolo che tocchi l'argomento, procede in modo diverso; non solo perché passa attraverso l'uso di espressioni matematiche, ma anche perché fa intervenire concetti più avanzati. Vediamo rapidamente.

Possiamo esprimere la distribuzione angolare degli elettroni emessi come funzione del loro impulso \vec{p} . In base all'invarianza per rotazioni, oltre al modulo di \vec{p} nell'espressione di tale funzione potrà solo intervenire il prodotto scalare di \vec{p} per l'unico vettore presente nello stato del sistema: il valor medio \vec{I} del momento angolare di spin del nucleo, che non è nullo a causa dell'orientazione dei nuclei prodotta dal campo magnetico. L'espressione più generale sarà quindi

$$f(p) + g(p) \vec{I} \cdot \vec{p} + \dots$$

dove i puntini stanno per termini con potenze più alte di $\vec{I} \cdot \vec{p}$.

Però il secondo termine, come pure tutti i successivi con potenze dispari di $\vec{I} \cdot \vec{p}$, *non sono invarianti per riflessioni*, dato che \vec{p} e \vec{I} si trasformano in modo diverso: il primo come vettore *polare*, il secondo come vettore *assiale*. Il loro prodotto scalare è quindi uno *pseudoscalare*, che cambia segno per inversione spaziale. Ne segue che tali termini possono essere presenti solo se la parità non si conserva, ed è facile vedere che danno luogo a un'asimmetria tra la probabilità di emissione a un dato ϑ e al suo supplementare $180^\circ - \vartheta$: appunto ciò che dicono Lee e Yang.

La trattazione elementare che abbiamo vista sopra non richiede neppure di parlare dello spin del nucleo, né tanto meno delle sue proprietà di trasformazione per riflessioni: occorre solo osservare che lo stato *macroscopico* del sistema è *simmetrico* rispetto al piano della spira.

Lo shock

Le reazioni tra i fisici (specialmente teorici) furono molto forti: nessuno si aspettava un simile risultato. Sulla base di un'antica tradizione, che va almeno da Platone a Leibniz, si pensava che fosse possibile comprendere il mondo su basi razionali. Quanto meno, che le leggi fondamentali della fisica dovessero essere *semplici* (e il criterio di semplicità è ovviamente razionale; c'è chi dice "metafisico," nel senso che trascende il discorso fisico). Come è più semplice che la fisica non faccia differenza tra diverse direzioni dello spazio, altrettanto lo è l'indifferenza tra destra e sinistra.

Ecco perché la non conservazione della parità, sebbene fosse stata proposta anche prima di Lee e Yang, non era stata presa sul serio; ed ecco perché sull'esito negativo dell'esperimento Feynman aveva scommesso 50 dollari (e perse la scommessa). Da Zurigo, Pauli scrisse a Weisskopf, che si trovava al MIT: "Passato il primo shock, comincio a riprendermi, ma l'effetto è stato davvero tremendo." Alla conferenza stampa all'università di Columbia (NY) I. Rabi disse:

Una struttura teorica sostanzialmente completa è stata frantumata alla base, e non sappiamo come riusciremo a rimettere insieme i pezzi.

Nel 1957 a Lee e Yang fu assegnato il premio Nobel.

Passato il primo shock, i teorici si ricordarono di ciò che Galileo nei *Massimi Sistemi* attribuisce ad Aristotele:

Il medesimo non afferm'egli che quello che l'esperienza e il senso ci dimostra, si deve anteporre ad ogni discorso, ancorché ne paresse assai ben fondato?

Iniziiò quindi il lavoro per "rimettere insieme i pezzi" dopo la sconvolgente scoperta. La storia che segue è troppo lunga e complessa per poterne parlare ora; né sarei in grado di farlo io, anche avendo il tempo.

Mi limito a lanciare una domanda: la presente soluzione a tutto ciò che è seguito alle particelle strane e alla non conservazione della parità (modello standard, bosone di Higgs ...) sebbene ritenuto una valida spiegazione dei fatti sperimentali noti, in che misura può essere considerato semplice?

Commento autobiografico

Quel mio lavoro del 1954 mi ha dato una fama non del tutto trascurabile, che sussiste ancora (v. wikipedia). Soprattutto perché era citato nel lavoro di Lee e Yang, poi nella "Nobel lecture" di Yang. E anche in quella di Fitch (Nobel 1980 con Cronin, per aver scoperto la non invarianza sotto CP nel decadimento del K^0). Eppure...

Eppure a quel tempo non ero affatto consapevole dell'importanza che il mio lavoro poteva avere. L'avevo visto solo come un interessante esercizio di meccanica quantistica, perché avevo dovuto capire come usare la composizione dei momenti angolari in un decadimento relativistico; problema a quel tempo non familiare ai fisici teorici.

Invece il motivo per cui venne considerato fu tutt'altro: che costituì un "mattoncino" per la base su cui Lee e Yang avrebbero costruito la loro idea.

Va anche detto che quando il lavoro uscì sul *Nuovo Cimento* mi ero già staccato dalla ricerca sulle particelle, e cominciai a essere impegnato al progetto a cui mi aveva attirato Conversi: la costruzione della CEP, che avrebbe portato l'anno successivo al mio trasferimento a Pisa.

Se ho voluto parlare di questi aspetti personali, è perché mostrano "dal vivo" un fenomeno non raro nella storia della scienza. Accade di frequente che

qualcuno porti un contributo anche significativo a una scienza senza esserne pienamente consapevole.

Appendice

Vediamo come si può giustificare che un'interazione a range finito debba essere mediata da una particella di massa non nulla, e legata al range.

Partiamo dall'equazione soddisfatta dai potenziali elettromagnetici, in particolare dal potenziale scalare ϕ :

$$\nabla^2\phi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} = -4\pi\rho \quad (1)$$

(sto usando unità di Gauss, e ρ è la densità di carica). In condizioni statiche questa si riduce all'equazione di Poisson:

$$\nabla^2\phi = -4\pi\rho$$

ed è nota la soluzione per una carica puntiforme q :

$$\phi = \frac{q}{r}.$$

Questo potenziale elettrostatico è detto *a range infinito* in quanto, sebbene si annulli quando $r \rightarrow \infty$, l'andamento è "lento" e soprattutto non è controllato da nessuna lunghezza caratteristica. (È per questo motivo che l'interazione e.m. ha anche effetti macroscopici.)

Se al posto della (1) scriviamo la corrispondente equazione delle onde della meccanica quantistica relativistica per particelle di massa non nulla (l'equazione di Klein–Gordon) la situazione si presenta in modo diverso.

All'eq. di Klein–Gordon senza sorgenti si può arrivare con un argomento di corrispondenza. Partiamo dalla ben nota relazione relativistica tra energia, impulso e massa:

$$E^2 = c^2p^2 + m^2c^4. \quad (2)$$

Se interpretiamo E e \vec{p} come operatori da applicare a una funzione d'onda, con le solite sostituzioni

$$E \rightarrow i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \quad \vec{p} \rightarrow -i\hbar \vec{\nabla}$$

la (2) applicata alla funzione d'onda ϕ fornisce

$$-\hbar^2 \frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} = -\hbar^2 c^2 \nabla^2\phi + m^2 c^4 \phi$$

ossia (dividendo per $\hbar^2 c^2$ e riordinando)

$$\nabla^2\phi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} - \left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2 \phi = 0.$$

Questa è appunto l'equazione di Klein–Gordon.

Introduciamo una sorgente per analogia col caso e.m. e consideriamo la soluzione statica. Abbiamo

$$\nabla^2 \phi - \left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2 \phi = -4\pi \rho. \quad (3)$$

Si noti che per $m = 0$ la (3) (equazione di Yukawa) si riduce all'equazione di Poisson. Il che è in accordo col fatto che i quanti del campo e.m., i fotoni, hanno massa nulla.

Non è difficile trovare la soluzione dell'equazione di Yukawa per sorgente puntiforme:

$$\phi = \frac{q}{r} e^{-r/a} \quad (4)$$

dove ho posto $a = \hbar/mc$. La (4) è nota come *potenziale di Yukawa*, e si vede che la differenza col potenziale coulombiano sta nel fattore esponenziale decrescente, la cui scala di decremento è proprio a .

Ecco dunque che un'interazione mediata da particelle di massa non nulla ha un *range finito*, nel senso che il corrispondente potenziale *decresce esponenzialmente*.

Bibliografia

- [1] E. Fabri: *La simmetria in fisica*, pres. vol., ???
- [2] G.C. Wick, A.S. Wightman, E. P. Wigner: *Phys. Rev.* **88** (1956), 101.
- [3] E. Fabri: *Teoria dei gruppi e principi d'invarianza*, cap. 3.
<https://www.df.unipi.it/~fabri/sagredo/gruppi/gruppi03.pdf>
- [4] R.H. Dalitz: *Phil. Mag.* **44** (1953), 1068.
- [5] E. Fabri: *Nuovo Cimento* **11** (1954), 479.
- [6] T.D. Lee, C.N. Yang: *Phys. Rev.* **104** (1956), 254.
- [7] C.S. Wu *et al.*: *Phys. Rev.* **105** (1957), 1413.