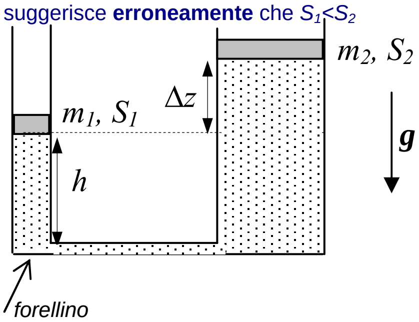
Corso di Laurea Ing. EA – PROVA DI VERIFICA n. 3 - 19/5/2006

Nome e cognome: …………………………………………………… Matricola: ……………

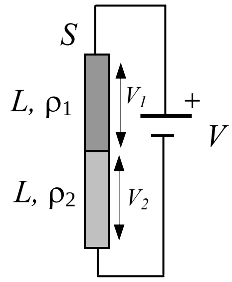
Istruzioni: *riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili.* ***Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione***

Attenzione: come comunicato durante lo svolgimento della prova, la figura suggerisce **erroneamente** che $S_1<S_2$



3. Un liquido incomprimibile, di densità di massa $\rho_M = 2.0\text{x}10^3$ Kg/m^3 e viscosità trascurabile, è contenuto in un recipiente cilindrico di sezione $S_1 = 1.0\text{x}10^2$ cm^2; il recipiente è dotato di un tappo scorrevole (senza attrito) di massa m_1 = 20 Kg, posto a contatto con la pressione atmosferica $P_{ATM} = 1.0\text{x}10^5$ Pa. Il tappo si trova ad un'altezza h = 20 cm rispetto alla base del recipiente, che è collegato, tramite un sottile tubicino, ad un altro recipiente cilindrico, di sezione S_2 = 50 cm^2, dotato di un tappo scorrevole (senza attrito) di massa m_2 = 5.0 Kg. La figura rappresenta una visione schematica del sistema.
   a) In condizioni di equilibrio, quanto vale la differenza Δz tra le quote dei due tappi?
   Δz = ……………………………………= ……… m

   b) Ad un dato istante si pratica un foro alla base di uno dei due recipienti, ad esempio nel punto indicato con una freccia in figura; il liquido comincia allora ad uscire, con una certa velocità v. Supponendo che il foro sia **piccolo** (cioè che il livello del liquido scenda **lentamente**), quanto vale v? [Nella soluzione, potete benissimo trascurare la presenza dell'altro recipiente, che non fa effetto; inoltre usate il valore g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità, diretta ovviamente "verso il basso", come in figura]
   v = ………………………………… ~ ………. m/s



2. Avete due bacchette cilindriche, entrambe di sezione S = 1.0 cm^2 e lunghezza L = 10 cm. Le due bacchette sono conduttrici: la prima è fatta di un materiale con resistività elettrica $\rho_1 = 10\text{x}10^{-5}$ ohm m, e l'altra di un materiale con $\rho_2 = 50\text{x}10^{-5}$ ohm m. Le due bacchette sono unite "faccia a faccia" e collegate ad un generatore (ideale) di differenza di potenziale V = 6.0 V come indicato in figura, il quale fa scorrere della corrente "nel sistema" delle due bacchette. [Rispondete a tutte le domande del problema supponendo di aver raggiunto condizioni di **equilibrio**]
   a) Quanto valgono i moduli delle **densità di corrente** j_1 e j_2 nelle due bacchette? [Ricordatevi della definizione di queste grandezze e supponete, ragionevolmente, che la corrente fluisca **uniformemente** all'interno di ciascuna bacchetta, con direzione lungo l'asse delle bacchette stesse]
   j_1 = …………………………………….....= .... A/m^2
   j_2 = …………………………………….....= .... A/m^2

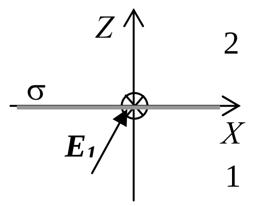
   b) Quanto valgono le differenze di potenziale V_1 e V_2 ai capi delle due bacchette (vedi figura)?
   V_1 = …………………………………….....= V
   V_2 = …………………………………….....= V

   c) Quanto vale, se c'è, la densità di carica superficiale σ all'interfaccia tra le due bacchette (cioè sulla superficie di contatto)? [Supponete che i materiali delle bacchette abbiano entrambi la costante dielettrica del vuoto, $\varepsilon_0 = 8.8\text{x}10^{-12}$ F/m, e fate attenzione a determinare i campi rilevanti]
   σ= …………………………………….....= .... C/m^2

3. Una sfera dielettrica di raggio a = 10 cm è stata caricata in modo **non omogeneo** e risulta dotata di una densità di carica volumica $\rho(r) = \rho_0\, a/r$, con ρ_0 costante (da determinare). [Supponete ovviamente di poter trascurare la divergenza di questa funzione per $r \to 0$]
   a) Sapendo che la **superficie della sfera** (cioè i punti che si trovano a distanza a dal centro) sono ad un potenziale ϕ = 10 V, quanto vale ρ_0? [Usate il valore $\varepsilon_0 = 8.8\mathrm{x}10^{-12}$ F/m per la costante dielettrica del vuoto; se non riuscite a rispondere a questa domanda, provate ad andare avanti lasciando indicato il valore ρ_0]
   ρ_0 = ……………………………………= ……… C/m^3

   b) Come si esprime il modulo del campo elettrico $E(r)$ all'interno della sfera, cioè per $0<r<a$? [Supponete che anche all'interno della sfera la costante dielettrica valga ε_0]
   $E(r)$ = ……………………………………

4. Sul piano XY avete una carica distribuita superficialmente con una densità costante σ. Nel semispazio $z < 0$ misurate un campo elettrico che ha componenti E_{1X}, E_{1Z} come in figura. [Attenzione: in questo problema non sono presenti dati numerici! Esprimete la costante dielettrica del vuoto con ε_0]



   a) Come si scrivono le componenti E_{2X} ed E_{2Z} del campo elettrico che si trova nel semispazio $z > 0$? [Suggerimento: usate opportunamente le condizioni sul campo elettrostatico stabilite da Gauss e circuitazione…]
   E_{2X} = ……………………………………
   E_{2Z} = ……………………………………

   b) Come si scrive la differenza di potenziale $V = \phi(a) - \phi(-a)$ tra due punti collocati sull'asse Z nei punti rispettivamente a e $-a$?
   V = ……………………………………

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).
Pisa, 19/5/2006 Firma:

B

Corso di Laurea Ing. EA – PROVA DI VERIFICA n. 3 - 19/5/2006

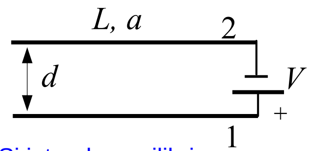
Nome e cognome: ……………………………………………………. Matricola: ……………

Istruzioni: *riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili.* ***Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione***

1. Un fluido ideale (incomprimibile e non viscoso), di densità di massa $\rho_M = 4.0\mathrm{x}10^3$ Kg/m^3, scorre in condizioni stazionarie all'interno di un condotto di sezione non uniforme. Sapete che il fluido riempie una vasca di volume $V = 1.0$ m^3 in un tempo $\Delta t = 200$ s.
   a) Quanto vale la velocità v_1 del fluido in un punto in cui il condotto ha sezione $S_1 = 5.0$ cm^2?
   v_1 = ………………………………… = ……… m/s

   b) Sapendo che, nel punto del condotto di cui all'esercizio precedente, la pressione del fluido vale $P_1 = 2.0\mathrm{x}10^5$ Pa, quanto vale la pressione P_2 in un altro punto del condotto in cui la sezione è $S_2 = 10$ cm^2? [Considerate un condotto **orizzontale**, tale cioè che la quota del fluido rimane costante]
   P_2 = ………………………………… = ……… Pa

2. Avete due lunghi e sottili fili elettrici circolari, di raggio $a = 1.0$ mm e **resistenza trascurabile**, posti parallelamente a distanza $d = 1.0$ cm l'uno rispetto all'altro. I due fili sono collegati ad un generatore ideale di differenza di potenziale $V = 100$ V; la figura rappresenta una visione schematica del sistema. [Rispondete a tutte le domande del problema supponendo di aver raggiunto condizioni di **equilibrio**; inoltre tenete conto della simmetria dovuta al fatto che i fili sono lunghi e sottili; usate $\varepsilon_0 = 8.8\mathrm{x}10^{-12}$ F/m per la costante dielettrica del vuoto]



Si intende equilibrio "elettrico"!

   a) Sapendo che la lunghezza dei fili è $L = 1.0$ m, quanto vale la carica Q che si distribuisce sul filo 1 (quello in basso in figura, collegato con il polo positivo del generatore)? [Suggerimento: valutate l'espressione del campo generato da questo filo e considerate attentamente i dati del problema; può farvi comodo ricordare che $\int (1/r)dr = \ln(r)$]
   Q= ………………………………… ~ ……… C

   b) Che direzione e verso ha e quanto vale, se c'è, la forza di natura elettrica $\boldsymbol{F}$ che si esercita fra i due fili?
   Direzione e verso: ………………………
   F = ……………………………………....~ ……. N

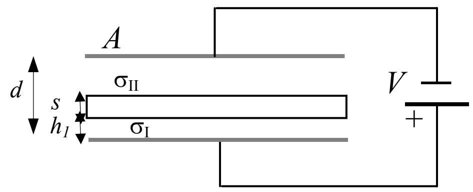
3. Una lastra di superficie $S = 30$ cm^2 e spessore $d = 1.0$ mm, quindi molto estesa e sottile da poterla considerare come un sistema a simmetria **piana**, è disposta in modo da avere la faccia "inferiore" poggiata sul piano XY di un sistema di riferimento. La lastra, che è fatta di materiale **dielettrico,** è stata caricata in modo **non omogeneo**, così da avere una densità di carica volumica dipendente dalla quota z secondo la legge $\rho(z) = \rho_0 z^2/d^2$, con ρ_0 costante da determinare.
   a) Sapendo che la carica totale contenuta nella lastra vale $Q = 1.0\mathrm{x}10^{-12}$ C, quanto vale la costante ρ_0? [Può farvi comodo ricordare che, per una variabile generica ξ, si ha $\int \xi^n d\xi = \xi^{n+1}/(n+1)$; se non riuscite a determinare ρ_0, provate ad andare avanti lasciando indicato il parametro]
   ρ_0 = ………………………………… = ……….. C/m^3

   b) Quanto vale la differenza di potenziale $V = \phi(d)-\phi(0)$ tra la faccia "superiore" $(z=d)$ e quella "inferiore" $(z=0)$ della lastra? [Supponete che nel semispazio $z \leq 0$ il campo sia nullo e che la costante dielettrica all'interno della lastra sia quella del vuoto, $\varepsilon_0 = 8.8\mathrm{x}10^{-12}$ F/m]
   V = ………………………………… ~ ……….. V

c) Avete ora una particella positiva di **dimensioni trascurabili** che si avvicina alla lastra provenendo dal "di sopra" e muovendosi lungo l'asse Z (nel suo verso negativo). Sapendo che la massa della particella è $m = 1.0\text{x}10^{-24}$ Kg e che il valore della sua carica è $q = 1.0\text{x}10^{-13}$ C, quanto deve valere il modulo della velocità con cui essa incide sulla faccia "superiore" della lastra affinché possa uscire dalla faccia "inferiore" con velocità nulla? [**Trascurate gli effetti della gravità** e, a causa delle piccole dimensioni della particella, tutti i fenomeni di urto "meccanico" tra essa e il materiale di cui è costituita la lastra; considerate cioè solo l'interazione con il campo elettrico nella lastra!]
v = ... ~ .... m/s

4. Due sottili lamine conduttrici di spessore **trascurabile** ed area $A = 1.0$ m^2 sono poste parallelamente l'un l'altra ad una distanza pari a $d = 10$ cm. Ad un dato istante, le due lamine, che inizialmente erano **scariche**, vengono collegate ad un generatore ideale di differenza di potenziale $V_0 = 100$ V. [Usate il valore $\varepsilon_0 = 8.8\text{x}10^{-12}$ F/m per la costante dielettrica del vuoto e supponete che le dimensioni del sistema siano tali da **poter trascurare gli effetti ai bordi**]
   a) Quanto vale il lavoro L fatto dal generatore per portare il sistema all'equilibrio (cioè perché le cariche elettriche si distribuiscano in modo opportuno sulle lamine)?
   L = ... = ... J

   b) Supponete ora che nello spazio (vuoto) tra le lamine venga posta una lastra conduttrice **scarica**, di area A identica a quella delle lamine e spessore $s = 2.0$ cm. La configurazione è descritta schematicamente in figura, da cui si vede che la lastra si trova ad una distanza $h_1 = 1.0$ cm dalla lamina "inferiore". Quanto valgono, all'equilibrio, le densità di carica superficiale σ_I e σ_{II} sulle due facce della lastra indicate in figura (rispettivamente quella inferiore e superiore, nel disegno)?
   σ_I= .... = ... C/m^2
   σ_{II}= .... = ... C/m^2



Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).
Pisa, 19/5/2006 Firma: