Corso di Laurea XX – PROVA DI PROVA DI VERIFICA n. 0 – a.a. 2009/10

Nome e cognome: ………………………………………………………… Matricola: ……………

Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. ***Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione***

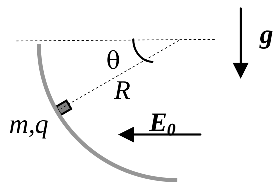
1. VERSIONE ORIGINALE CONSEGNATA AGLI STUDENTI: Due oggetti puntiformi (A e B) si muovono in un sistema di riferimento cartesiano bidimensionale XY sotto l'effetto di un'accelerazione costante e uniforme $\boldsymbol{a} = (0, a)$, con $a = -2.0$ m/s^2. All'istante $t_0 = 0$ i due oggetti si trovano rispettivamente nelle posizioni $\boldsymbol{r_{0A}} = 0$ (cioè nell'origine del riferimento) e $\boldsymbol{r_{0B}} = (x_{0B}, y_{0B})$, con $x_{0B} = y_{0B} = 10$ m. In questo istante, l'oggetto B si trova fermo ("parte da fermo") mentre l'oggetto A ha una velocità iniziale di modulo V (incognita) che forma un angolo $\theta = \pi/6$ rispetto all'asse X. [Ricordate che $cos(\pi/6) = 3^{1/2}/2$, con $3^{1/2} \sim 1.7$ e $sin(\pi/6) = ½$].
   a) Quanto deve valere il modulo della velocità **iniziale** V di A affinché i due oggetti si incontrino?
   V = …………………………….. = ... m/s
   <u>ATTENZIONE</u>: IN QUESTA VERSIONE, ESSENDO LE ACCELERAZIONI DEI DUE OGGETTI UGUALI FRA LORO ED ESSENDO ASSEGNATO L'ANGOLO θ, IL PROBLEMA NON AMMETTE SOLUZIONE (risposta corretta: "Non ammette soluzione"!)

2. VERSIONE MODIFICATA IL 17/11/09 PER ULTERIORE ESERCIZIO: Due oggetti puntiformi (A e B) si muovono in un sistema di riferimento cartesiano bidimensionale XY sotto l'effetto di un'accelerazione costante e uniforme **diversa per i due oggetti:** $\boldsymbol{a_A} = (0, a)$, $\boldsymbol{a_B} = (0, 2a)$,con $a = -2.0$ m/s^2. All'istante $t_0 = 0$ i due oggetti si trovano rispettivamente nelle posizioni $\boldsymbol{r_{0A}} = 0$ (cioè nell'origine del riferimento) e $\boldsymbol{r_{0B}} = (x_{0B}, y_{0B})$, con $x_{0B} = y_{0B} = 10$ m. In questo istante, l'oggetto B si trova fermo ("parte da fermo") mentre l'oggetto A ha una velocità iniziale di modulo V (incognita) che forma un angolo $\theta = \pi/6$ rispetto all'asse X. [Ricordate che $cos(\pi/6) = 3^{1/2}/2$, con $3^{1/2} \sim 1.7$ e $sin(\pi/6) = ½$].
   a) Quanto deve valere il modulo della velocità **iniziale** V di A affinché i due oggetti si incontrino?
   V = …………………………….. ~ .... m/s

   b) Quanto vale la coordinata y' in cui avviene l'incontro tra i due oggetti, supponendo che la velocità iniziale V di A sia quella determinata al quesito precedente?
   y'= .... ~ ……… m

   c) Quanto vale, **in modulo**, la velocità v_A' dell'oggetto A che si misura "un attimo prima" della collisione con B? [Supponete anche qui che la velocità iniziale di A sia la V determinata al quesito precedente]
   v_A'= .... ~ ……… m/s

3. Un oggetto puntiforme di massa $m = 200$ g può scivolare **con attrito trascurabile** lungo una guida rigida e indeformabile che ha la forma di un quarto di circonferenza di raggio $R = 20$ cm e si trova, fissa, su un piano verticale, come rappresentato in figura. Questo oggetto reca una carica elettrica $q = 5.0\text{x}10^{-10}$ C e si sa che, nella regione di spazio di interesse per il problema, insiste un campo elettrico **uniforme e costante** di modulo E_0 (incognito) diretto orizzontalmente nel verso di figura. La configurazione rappresentata, dove l'angolo vale $\theta = \pi/6$ (misurato rispetto all'orizzontale) è di **equilibrio**. [Usate il valore $g = 9.8$ m/s^2 per l'accelerazione di gravità e ricordate che $cos(\pi/6) = 3^{1/2}/2$, con $3^{1/2} \sim 1.7$ e $sin(\pi/6) = ½$]



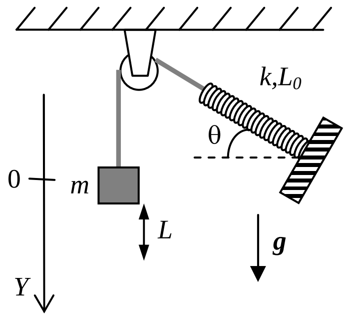
   a) Quanto vale, nelle condizioni specificate, il modulo della forza di reazione vincolare N che la guida esercita sull'oggetto?
   N = …………………………….. =........... N

   b) Supponete ora che all'istante $t_0=0$ il campo elettrico esterno $\boldsymbol{E_0}$ venga improvvisamente spento. Quanto valgono, in modulo, le componenti tangenziale a_T e radiale a_R dell'accelerazione con cui l'oggetto **comincia** a muoversi? [Queste componenti vanno calcolate immediatamente dopo aver spento il campo elettrico, quando l'oggetto è praticamente **ancora fermo**!]
   a_T = …………………………….. ~......... m/s^2
   a_R = …………………………….. =......... m/s^2

   c) Quanto valgono le componenti tangenziale e radiale, a_R' e a_T', misurate nell'istante in cui l'oggetto raggiunge la "fine" della guida, cioè il punto A di figura? [<u>Attenzione</u>: per rispondere compiutamente alla domanda sull'accelerazione radiale occorre conoscere la definizione di lavoro o il principio di bilancio energetico. Se non è tra gli argomenti del primo compitino, come probabilmente sarà per gli studenti di Ing.

E-A, provate a dare una risposta, ma lasciate perdere, se non ci riuscite – a patto di capire perché non ci riuscite!]
a'_T = …………………………….. =........ m/s^2
a'_R = …………………………….. =........ m/s^2

4. Una piccola cassa di massa m = 5.0 kg è vincolata a una fune inestensibile e di massa trascurabile. La fune, dopo essere passata per la gola di una puleggia **di massa trascurabile** che può ruotare con **attrito trascurabile** attorno al suo asse ed è vincolata a un solaio rigido attraverso un opportuno giogo, è annodata all'estremo di una molla di massa trascurabile, costante elastica k = 20 N/m e lunghezza di riposo L_0 = 50 cm, il cui altro estremo è vincolato a una parete fissa e rigida. La configurazione geometrica del sistema è quella rappresentata in figura: asse della molla e fune (nel tratto di collegamento tra puleggia e molla) formano un angolo $\theta = \pi/6$ rispetto all'orizzontale. Inoltre la cassa, nel suo eventuale movimento, si trova a spostarsi lungo la direzione verticale. [Usate il valore g = 9.8 m/s^2 per l'accelerazione di gravità e ricordate che $cos(\pi/6) = 3^{1/2}/2$, con $3^{1/2} \sim 1.7$ e $sin(\pi/6)$ = ½; trascurate ogni forma di attrito]



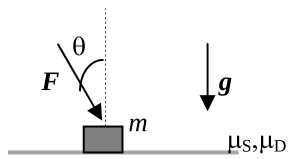
a) Quanto vale, in **condizioni di equilibrio**, l'allungamento Δ della molla **rispetto alla propria lunghezza di riposo**?
Δ = …………………………………… = ………. m

b) Fate ora riferimento all'asse Y di figura, che supporrete centrato con la sua origine **in corrispondenza della posizione di equilibrio** della cassa (puntiforme!) e orientato verso il basso. Come si scrive l'equazione del moto della cassa, $a(y)$, rispetto a questo asse? [In questa risposta non dovete usare valori numerici, limitandovi a esprimere i dati noti del problema in forma "letterale"; fate del vostro meglio per scrivere una funzione della coordinata y che sia coerente con i dati del problema, in particolare con la scelta dell'origine del riferimento. Giustificate per benino, in brutta, tutte le ragioni che stanno dietro alla vostra risposta!]
$a(y)$ = ……………………………………

c) Immaginate ora che una forza esterna agisca sulla cassa spostandola verso il basso di una quantità L = 0.50 m rispetto alla posizione di equilibrio. All'istante t_0 = 0 la forza esterna viene rimossa improvvisamente e la cassa si trova libera di muoversi avendo velocità iniziale nulla. Quanto vale, in modulo, la tensione T_0 della fune misurata nell'istante **immediatamente successivo** al rilascio della cassa? [Notate che, all'istante considerato, la cassa si trova ancora, praticamente, nella posizione $y = L$!]
T_0 = …………………………………… = ……….. N

d) Dopo aver lasciato andare la cassa, si osserva che essa risale e, a un dato istante t', passa (per la prima volta) per la posizione di equilibrio determinata sopra. Quanto vale l'istante t'?
t' = …………………………………… = ……….. s

5. Una piccola cassa di massa m = 5.0 kg si trova su una superficie **orizzontale** scabra, che presenta coefficiente di attrito statico μ_S = 0.40 e coefficiente di attrito dinamico μ_D = 0.20. Sulla cassa agisce una forza esterna di modulo F , orientata come in figura (l'angolo θ misurato rispetto alla verticale vale $\theta = \pi/6$). [Usate il valore g = 9.8 m/s^2 per l'accelerazione di gravità e ricordate che $cos(\pi/6) = 3^{1/2}/2$, con $3^{1/2} \sim 1.7$ e $sin(\pi/6)$ = ½]



a) Qual è il valore massimo che può assumere il modulo della forza F se si vuole che la cassa resti in equilibrio? [Vi si chiede il valore F_{MAX} tale che, se $F > F_{MAX}$, allora la cassa si mette in movimento]
F_{MAX} = …………………………………… ~ ………. N

b) Supponete ora che il modulo della forza esterna diventi, a partire dall'istante t_0 = 0, $F = 2F_{MAX}$ (con F_{MAX} determinato nella risposta precedente). Si osserva che in queste condizioni la cassa si mette in movimento lungo la superficie scabra. Come si scrive l'equazione del moto a? [Non dovete usare valori numerici per questa risposta, ma dovete invece usare le espressioni "letterali" dei dati noti del problema]
a = ……………………………………

c) Supponendo che il modulo della forza esterna resti sempre pari a $F=2F_{MAX}$, quanto vale la velocità v della cassa dopo che essa ha percorso un tratto D = 2.0 m sulla superficie scabra? E quanto vale la velocità **media** <v> assunta dalla cassa nell'intervallo di tempo necessario a realizzare lo spostamento D?
v = …………………………………… ~ ……. m/s
$\langle v \rangle$ = …………………………………… ~ ……. m/s

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).
Pisa, ………………….   Firma: MISTER X