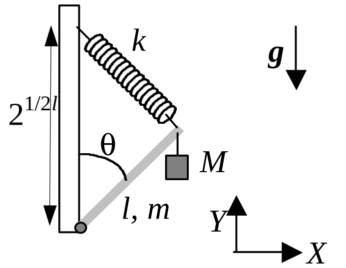
Corso di Laurea Ing. EA – PROVA DI VERIFICA n. 2 - 15/4/2005

Nome e cognome: ………………………………………………………… Matricola: ……………

Istruzioni: *riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili.* ***Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione***

Attenzione: nella stampa distribuita in classe non compariva la radice quadrata davanti al 2 di 2*l*. Se ne è tenuto conto nella correzione!!

1. Un'asta omogenea di massa m = 10 Kg e lunghezza l = 5.0 m può ruotare su un piano verticale essendo vincolata ad un perno privo di attrito. All'estremità libera dell'asta è appesa un'insegna pubblicitaria di massa M = 45 Kg (che considererete come un punto materiale), ed inoltre è attaccata una molla di massa trascurabile e costante elastica k = 7.1x10^2 N/m. Volete che il sistema stia in equilibrio nella configurazione rappresentata in figura (l'angolo vale θ = 45 gradi, la molla è vincolata ad una parete rigida in un punto che dista $2^{1/2}l$ dal perno, ed è **estesa** rispetto alla sua lunghezza di riposo).

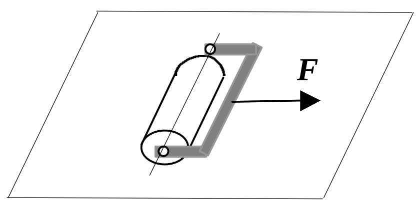


   a) Quanto deve valere la lunghezza di riposo l_0 della molla? [Ricordate che sin(π/4) = 0.71]
   l_0 = ………………………………… = ……….. m $l - g\sin\theta\,(m/2 + M)/k$ = 4.5 m [viene dal fatto che è un triangolo isoscele dall'equilibrio dei momenti rispetto al perno consideramdo la forza elastica $k(l - l_0)$]

   b) Quanto vale, componente per componente, la forza di reazione vincolare $\boldsymbol{F}$ esercitata dal perno sull'asta? [Riferitevi al sistema di riferimento disegnato in figura]
   F_X = ………………………………… = ……….. N $k(l - l_0)\cos\theta = g\,(m/2 + M)\sin\theta\cos\theta$ = 2.4x10^2 N
   F_Y = ………………………………… = ……….. N $(m+M)g - k(l - l_0)\sin\theta = (m+M)g - g\,(m/2 + M)\sin^2\theta = g(3m/4 + M/2)$ = 2.9x10^2 N

2. Un cilindro disomogeneo di lunghezza h e raggio a ha una densità di massa $\rho(r)$ che dipende dalla distanza r dall'asse secondo la legge $\rho(r) = \rho_0(a^2-r^2)/a^2$.
   a) Quanto valgono la massa m e il momento di inerzia I per una rotazione del cilindro attorno al suo asse? [Questa risposta richiede il calcolo di un integrale: se non lo sapete fare provate comunque ad andare avanti nell'esercizio!]
   m = ………………………………… $\int_0^a \rho(r)2\pi rh\,dr = 2\pi h(\rho_0/a^2)(\int_0^a a^2r\,dr +\ _0^a r^3dr) = \pi h\rho_0 a^2/2$
   I = ………………………………… $\int_0^a \rho(r)2\pi rhr^2dr = 2\pi h(\rho_0/a^2)(\int_0^a a^2r^3dr + \int_0^a r^5dr) = \pi h\rho_0 a^4/6 = ma^2/3$

   b) Supponete ora che, ad un dato istante, il cilindro si trovi fermo sopra una superficie **scabra orizzontale** e che al suo asse, impiegando una sorta di "giogo" di **massa trascurabile** come quello di figura, possa essere applicata una forza **costante ed uniforme** $\boldsymbol{F}$ in direzione **orizzontale**. Quanto vale il lavoro L che la forza deve fare perché il centro di massa del cilindro raggiunga la velocità v_{CM}? [Attenzione: supponete **per questa risposta** che il cilindro abbia sempre e solo moto di **puro rotolamento**; impiegate i dati del problema per formulare la risposta!]



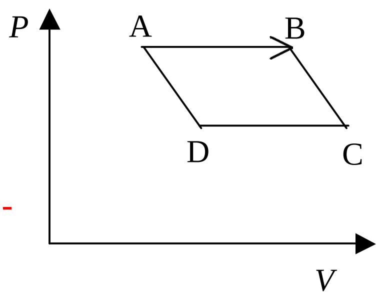
   L = ………………………………… $I\omega^2/2 + mv_{CM}^2/2 = I\ v_{CM}^2/(2a^2) + mv_{CM}^2/2 = \pi h\rho_0 a^2 v_{CM}^2/3 = (2/3)\,m\,v_{CM}^2$ [dal bilancio energetico, notando che, nel caso di puro rotolamento, la forza di attrito non compie lavoro e che è $\omega = v_{CM}/a$]

   c) Se la superficie fosse **liscia**, cioè priva di attrito, il lavoro da compiere per raggiungere la stessa velocità sarebbe:
   ☐ maggiore ☐ uguale ✗ ☐ minore
   Spiegate **bene** le ragioni della vostra risposta: ……………………………….. [se non c'è attrito non può esserci rotolamento, e nel bilancio energetico si annulla l'energia cinetica rotazionale; attenzione: la dissipazione non c'entra nulla dato che le forze di attrito non fanno alcun lavoro]

3. Una quantità n = 2.4 moli di gas perfetto monoatomico si trova alla temperatura T_0 = 200 K all'interno di un contenitore sigillato di volume V = 10 l con pareti **isolate termicamente**.
   a) Quanto vale la pressione P_0 del gas? [Assumente R = 8.3 J/(K mole) per la costante dei gas perf.]
   P_0 = ……………………………………… = ……… Pa $\quad nRT_0/V_0 = 4.0\text{x}10^5$ Pa

   b) All'interno del contenitore viene collocato, in modo istantaneo (cioè tale che **non ci siano scambi di calore con l'esterno**) un pezzetto di lega metallica di massa m = 10 g, **volume trascurabile**, calore specifico $c = 1.0\text{x}10^3$ J/(Kg K) e temperatura iniziale $T_A = 27\ ^0$C. Quanto vale la pressione P del gas all'equilibrio termico? [Assumete che ci sia scambio di calore solo tra pezzetto di lega metallica e gas e ricordate che per un gas perfetto monoatomico si ha $c_V = (3/2)\ R$]
   P = ……………………………………… = ……… Pa $\quad nRT/V_0 = (nR/V_0)(mcT_A + nc_VT_0)/(mc+nc_V) = 4.5\text{x}10^4$ Pa [ricordate che la capacità termica di un gas che fa una trasformazione isocora è nc_V]

4. Una certa quantità di gas perfetto monoatomico esegue la trasformazione ciclica che è rappresentata nel piano PV dal grafico di figura. I valori di pressione e volume rilevanti per il ciclo sono: $P_A = 8.0\text{x}10^5$ Pa, $P_C = 4.0\text{x}10^5$ Pa; V_A = 2.0 l, V_B = 6.0 l, V_C = 8.0 l, V_D = 4.0 l.



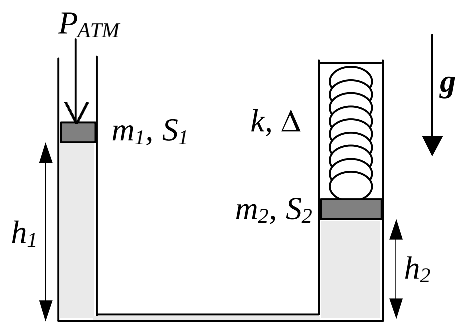
   a) Quanto vale il lavoro L compiuto dal gas in un ciclo?
   L = ……………………………………….. = ……… J $\quad (P_A - P_B)(V_B - V_A) = 1.6\text{x}10^3$ J [è l'area del parallelogrammo descritto dal ciclo]

   b) Sapendo che T_A = 200 K, quanto vale la temperatura T_B?
   T_B = ……………………………………… = ……. K $\quad T_AV_B/V_A$ =600 K [è un'isobara]

   c) Tenendo conto del tipo di trasformazione B->C e del valore di T_B appena calcolato, quanto vale la temperatura T_C?
   T_C = ……………………………………… = ……. K $\quad (P_CV_C/(P_AV_B))T_B$ =400 K

   d) Quanto vale il calore Q_{BC} scambiato dal gas nella trasformazione B->C? [Ricordate: $c_V = (3/2)R$]
   Q_{BC} = ……………………………………… = ……. J $\quad L_{BC} + \Delta U_{BC} = (P_A - P_C)(V_C - V_B)/2 + P_C(V_C - V_B) + nc_V(T_C - T_B) = (P_A - P_C)(V_C - V_B)/2 + P_C(V_C - V_B) + (3/2)(P_AV_A)(T_C - T_B)/T_A = -2.4\text{x}10^3$ J

5. Due tubi, di sezione rispettivamente $S_1 = 10\ \text{cm}^2$ ed $S_2 = 20\ \text{cm}^2$, sono collegati tra loro da un sottile tubicino di volume e diametro **trascurabili**, e contengono un volume V = 1.0 l di liquido non viscoso ed **incomprimibile** di densità ρ = $4.0\text{x}10^3\ \text{Kg/m}^3$. Come schematizzato in figura, i due tubi sono chiusi da tappi di massa m_1 = 1.0 Kg ed m_2 = 2.0 Kg, scorrevoli verticalmente senza attrito. Il tappo 1 è a contatto con la pressione atmosferica $P_{ATM} = 9.8\text{x}10^4$ Pa, mentre sul tappo 2 insiste una molla di costante elastica $k = 4.9\text{x}10^2$ N/m che, nelle condizioni richieste dall'esercizio, si trova **compressa** rispetto alla sua lunghezza di riposo. [Notate che nella zona dove si trova la molla è stato fatto il vuoto, cioè la pressione è trascurabile].



   a) Sapendo che l'altezza della colonna di liquido 1 è h_1 = 50 cm (vedi figura), quanto valgono l'altezza h_2 della colonna 2 e la compressione Δ della molla? [Tenete in debito conto la geometria!]
   h_2 = ……………………………………… = ……. m $\quad V/S_2 - h_1\ S_1/S_2 = 0.25$ m [da $V = S_1h_1 + S_2h_2$]
   Δ = ……………………………………… = ……. m $\quad (P_{ATM} + (m_1/S_1 - m_2/S_2)g + \rho g(h_1 - h_2))S_2/k = 0.44$ m [viene dall'equilibrio delle pressioni sulla base del sistema, che si considera appunto in condizioni di equilibrio statico]

   b) Se si apre un piccolo forellino sul tubicino (orizzontale) di raccordo, quanto vale la velocità v con cui il liquido **comincia** a fuoriuscire?
   v = ……………………………………… = ……. m/s $\quad (2(m_1g/(S_1\rho) + gh_1))^{1/2} = 3.1$ m/s [Bernoulli]

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).
Pisa, 15/4/2005 Firma: