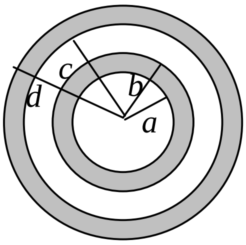
Corso di Laurea Ing. EA – PROVA DI VERIFICA n. 3 - 26/5/2005

Nome e cognome: ……………………………………………………. **Matricola: ……………**

Istruzioni: *riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili.* ***Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione***

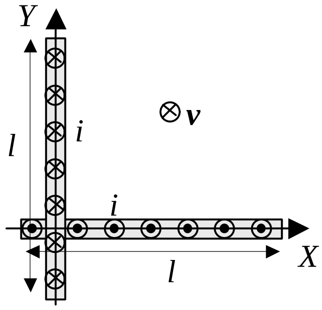


1. Avete due gusci cilindrici coassiali di materiale **conduttore** di lunghezza *h*. Il primo ha raggio interno *a* e raggio esterno *b*, il secondo ha raggio interno *c* e raggio esterno *d* (si ha $a<b<c<d$); i raggi sono molto più piccoli della lunghezza dei cilindri, così da che essi possono essere considerati praticamente infiniti. La figura rappresenta una sezione del sistema. Il guscio interno porta una carica totale Q_1 , mentre il guscio esterno porta una carica Q_2; considerate il sistema in equilibrio elettrostatico.
   a) Quanto valgono le **densità di carica volumica** ρ_1 e ρ_2 che si trovano all'interno, rispettivamente, del guscio 1 e del guscio 2?
      ρ_1 = …………………………………… 0 [conduttore in equilibrio!]
      ρ_2 = …………………………………… 0 [conduttore in equilibrio!]

   b) Quanto valgono le **densità di carica superficiale** σ_a σ_b σ_c σ_d sulle superfici laterali dei gusci (rispettivamente a $r = a$, $r = b$, $r = c$, $r = d$)?
      σ_a = …………………………………… 0 [Gauss su sup. cilindrica con $a<r<b$, dove il campo è nullo]
      σ_b = …………………………………… $Q_1/(2\pi bh)$ [per la "conservazione della carica" messa sul conduttore 1, tenendo conto che la distribuzione è uniforme]
      σ_c = …………………………………… $-Q_1/(2\pi ch)$ [Gauss su sup. cilindrica con $b<r<$c, dove il campo è nullo: deve essere nulla la carica contenuta nella superficie, da cui il risultato]
      σ_d = …………………………………… $(Q_1 + Q_2)/(2\pi dh)$ [per la "conservazione della carica" messa sul conduttore 2, tenendo conto che la distribuzione è uniforme]

   c) Quanto vale, in modulo direzione e verso, il campo elettrico ***E(r)*** nella regione tra i due gusci, cioè per $b<r<c$?
      Direzione e verso: …………………….. direzione radiale per simmetria; verso dipendente dal segno della carica Q_1 (uscente per $Q_1 > 0$)
      $E(r)$ = …………………………………… $Q_1/(2\pi\varepsilon_0 rh)$ [per Gauss]

   d) Quanto vale la differenza di potenziale *V* tra guscio esterno e guscio interno?
      V = …………………………………… $-(Q_1 \ln(c/b))/(2\pi\varepsilon_0 h)$ [si "integra" il campo di cui sopra tra b e c]



2. Avete una sottile lastra di materiale conduttore sul piano *XZ* (vedi figura, dove è rappresentata una sezione della lastra stessa rispetto al "I quadrante" del sistema di riferimento – la figura riporta due lastre come per la domanda b)); lo spessore della lastra è trascurabile rispetto alle dimensioni traverse, e ai fini della soluzione la lastra può essere considerata come un piano pressoché infinito. La lastra è attraversata da una corrente *I* uniforme e diretta nel verso positivo dell'asse *Z* (esce dal foglio)*;* la **corrente per unità di lunghezza,** definita come il rapporto *I/l* (*l* essendo la "larghezza", pressoché infinita, della lastra), vale *i*, ed è nota.
   a) Quanto vale in direzione verso e modulo il campo magnetico ***B*** generato dalla distribuzione di corrente in un punto (qualsiasi) del semispazio $y > 0$?
      Direzione e verso: …………………….. direzione dell'asse *X* dovendo essere ortogonale alla corrente e non potendo essere ortogonale al piano; verso negativo dell'asse dalla regola della mano destra
      B = …………………………………… $\mu_0 i / 2$[dal teorema di Ampere integrando su un circuito rettangolare che circonda la sezione della lastra: il fattore ½ viene dal fatto che c'è campo anche nel semispazio $y<0$]

   b) Supponete ora di avere un'altra lastra analoga alla precedente ma disposta sul piano *YZ;* tale lastra sia attraversata da una corrente per unità di lunghezza *i* diretta nel verso negativo dell'asse *Z* (entra nel foglio). Quanto vale in modulo direzione e verso il campo **totale** $\boldsymbol{B}_{TOT}$ generato dalle **due** distribuzioni di corrente in un punto (qualsiasi) del "I quadrante" (cioè per $x > 0$, $y > 0$)?

B_{TOT} = …………………………………… $(2)^{1/2}\ B = \mu_0\, i\, /(2)^{1/2}$ [vedi commento successivo]

Direzione e verso: …………………….. direzione della bisettrice del "I quadrante", verso che punta al "III quadrante"

[è la sovrapposizione di due campi di uguale modulo, il primo calcolato alla risposta a), il secondo diretto lungo il verso negativo dell'asse Y]

c) Se un elettrone, di massa m e carica e<0, si muove con velocità di modulo v parallelamente all'asse Z(verso negativo) passando per un punto (qualsiasi) del "I quadrante", quanto vale in direzione verso e modulo l'accelerazione $\boldsymbol{a}$ da lui risentita? [Trascurate l'eventuale forza di gravità]

Direzione e verso: …………………….. direzione e verso paralleli alla bisettrice "IV-II quadrante"

a = …………………………………… evB_{TOT} / m [forza di Lorentz!]

3. Un condensatore è costituito da una coppia di sottili lastre parallele quadrate di lato L = 10 cm poste a distanza relativa D = 100 μm.

a) Supponendo che lo spazio tra le armature sia vuoto, quanto vale il **tempo caratteristico di scarica** τ del condensatore attraverso un resistore di resistenza R = 1.0 Mohm? [Usate il valore $\varepsilon_0 = 8.8\times10^{-12}$ F/m per la costante dielettrica nel vuoto]

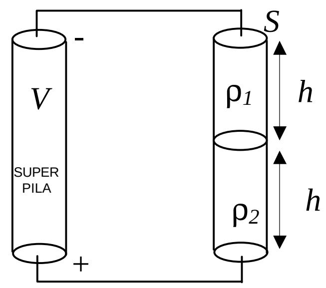
τ = …………………………………… = ……… s $R\ \varepsilon_0\ L^2/D = 8.8\times10^{-4}$ s [prodotto $R\ C$]

b) Quanto vale il tempo di scarica τ' attraverso la stessa resistenza se all'interno del condensatore viene inserita una lastrina di materiale **conduttore** di lato L e spessore d = 50 μm? [Potete porre la lastrina "dove volete" tra le armature!]

τ' = …………………………………… = ……… s $2\tau = 17.6\times10^{-4}$ s

Spiegazione sintetica della risposta: ………………………………………… La capacità si dimezza, come si vede pensando di porre la lastrina (spessa metà della distanza tra le armature) a contatto con un'armatura: la distanza tra le armature diventa allora $D/2$, da cui il risultato. Provate a dimostrare che il risultato non cambia se la lastrina non è a contatto con un'armatura.

4. Un circuito elettrico è formato da una pila (un generatore ideale di differenza di potenziale V = 1.4 V) collegata ad un resistore elettrico. Il resistore è costituito da una coppia di elettrodi perfettamente conduttori che racchiudono una serie di due bacchette cilindriche omogenee (con la stessa area di base S = 10 mm^2 e altezza h = 2.0 cm) formate da due diversi materiali debolmente conduttori con resistività rispettivamente $\rho_1 = 2.0\times10^{-3}$ ohm m e $\rho_2 = 5.0\times10^{-3}$ ohm m. I fili elettrici che collegano la pila al resistore hanno resistenza trascurabile. La figura rappresenta una schema del circuito. Per le risposte, considerate il sistema in condizioni stazionarie.



a) Quanto vale la corrente I che fluisce nel circuito?

I = …………………………………….. = ……… A $V/R_{TOT} = 0.10$ A, con $R_{TOT} = (\rho_1 + \rho_2)\ h/S$

b) Quanto valgono, in modulo, le **densità di corrente** J_1 e J_2 nelle due bacchette? [Ricordate che queste sono fatte di materiali omogenei!]

J_1 = …………………………………… = ……. A/m^2 $I / S = 1.0\times10^4$ A/m^2

J_2 = …………………………………… = ……. A/m^2 J_1 [per la continuità della corrente]

c) Quanto vale la densità superficiale di carica elettrica σ che si accumula sulla superficie di interfaccia tra i due conduttori? [Considerate pari ad uno la costante dielettrica relativa dei materiali di cui sono fatte le bacchette, ed usate il valore $\varepsilon_0 = 8.8\times10^{-12}$ F/m per la costante dielettrica del vuoto]

σ = …………………………………… = ……. C/m^2 $\varepsilon_0(E_1 - E_2) = \varepsilon_0(J_1\rho_1 - J_2\rho_2) = \varepsilon_0 J_1(\rho_1 - \rho_2)$ $= -\ 2.6\times10^{-10}$ C [si applica il teorema di Gauss ad un cilindretto che attraversa l'interfaccia, etc. etc.]

d) Disegnate nello schema il verso della corrente, del campo elettrico e del vettore $\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{B}$ nel resistore e nella pila, e giustificate le vostre deduzioni qui di seguito:

………………………………………… la corrente va sempre dal polo positivo al negativo; il campo elettrico è diretto assialmente verso l'alto nel resistore (come in un condensatore) e verso il basso nella pila (per avere una circuitazione del campo pari a zero, secondo le leggi dell'elettrostatica). Il vettore $\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{B}$ (assomiglia al vettore di Poynting) è radiale uscente per la pila, entrante per il resistore. Verificatelo!