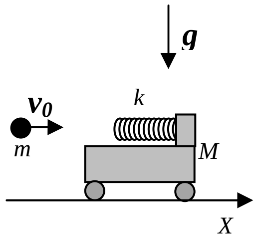
A

Corso di Laurea CIA – PROVA DI VERIFICA n. 2 - 22/4/2009

Nome e cognome: ………………………………………………………   Matricola: ……………

Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. ***Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione***

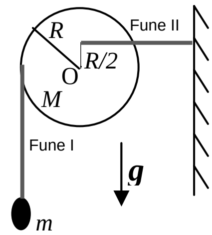
1. Un piccolo carrello di massa M può scorrere con **attrito trascurabile** lungo l'asse X (orizzontale) di un dato sistema di riferimento. Il carrello è equipaggiato con una molla di massa trascurabile e costante elastica $k = 3.0\text{x}10^4$ N/m, montata come rappresentato in figura (la molla è fissata su una sponda, rigida e indeformabile, che appartiene al carrello). Inizialmente il carrello è fermo e la molla, ovviamente, si trova alla sua lunghezza di riposo (che è incognita). Ad un dato istante un oggetto puntiforme, di massa $m = M/4$, impatta sull'estremo libero della molla avendo una velocità di modulo v_0 = 10 m/s diretta orizzontalmente nel verso indicato in figura. In seguito all'impatto la molla viene compressa e si osserva che il carrello inizia a muoversi (anche l'oggetto, ovviamente, si muove). [Trascurate ogni forma di attrito nel movimento dei corpi]



   a) Quanto vale la velocità V del carrello **nell'istante in cui la molla assume la sua massima compressione**?
   V = ………………………… = …….. m/s

   b) Sapendo che M = 16 kg, qual è il valore della massima compressione Δ_{MAX} che la molla viene ad assumere nel processo considerato?
   Δ_{MAX} = ……………………. = ………. m

2. Un cilindro **pieno ed omogeneo** di massa M = 2.0 kg e raggio R = 10 cm è imperniato sul suo asse (punto O di figura) in modo da poter ruotare con **attrito trascurabile** su un piano verticale. Attorno alla superficie laterale del cilindro è avvolta una sottile fune (fune I) inestensibile e di massa trascurabile: all'estremo "libero" della fune è vincolato un blocchettino di massa $m = M/3$. Si intende che la fune **non slitta mai** sulla superficie laterale del cilindro. Inizialmente il sistema è tenuto in equilibrio da un'altra fune (fune II), anche questa inestensibile e di massa trascurabile, che è inchiodata ad un estremo (con un chiodo di massa trascurabile) sulla superficie "frontale" del cilindro, ad una distanza $L = R/2$ dal centro, mentre l'altro suo estremo è vincolato ad una parete verticale rigida ed indeformabile: come mostrato in figura, la fune I è verticale, mentre la fune II è orizzontale. [Usate il valore g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità]

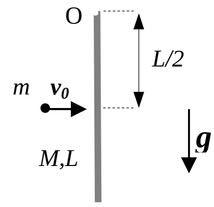


   a) Sapendo che il sistema è in equilibrio, quanto vale il modulo della tensione T_{II} che la fune II esercita sul cilindro? Quanto vale, **in modulo**, la forza F che il perno esercita sul cilindro?
   T_{II} = ……………………….. = ……….. N
   F = ……………………….. ~ ……….. N

   b) Supponete ora che all'istante t_0 = 0 la fune II venga improvvisamente tagliata: non sussistendo più le condizioni per l'equilibrio, il cilindro prende a ruotare e il blocchettino a scendere verso il basso mentre la fune I si srotola (assumete che la velocità angolare del cilindro e, di conseguenza, la velocità traslazionale del blocchettino siano inizialmente nulle). Quanto vale l'istante t' in cui il blocchettino è sceso verso il basso di un tratto Δh = 96 cm? [Supponete che in tutto questo processo la fune I continui a **non slittare** sulla superficie laterale del cilindro. Suggerimento: considerate attentamente il tipo di moto di cui è animato il blocchettino nella sua discesa!]
   t' = ……………………….. ~ ……….. s

   c) Cosa potete affermare sull'andamento temporale del momento angolare **complessivo** del sistema cilindro + blocchettino dopo il taglio della fune II? Discutete bene, in brutta, sull'eventuale conservazione del momento angolare e, se ne siete capaci, scrivete la legge oraria $L(t)$ per la componente assiale del momento angolare (rispetto al centro del cilindro).
   Discussione: ………………………..
   $L(t)$ = ………………………..

3. Una sottile asta omogenea di lunghezza L = 50 cm e massa M = 2.0 kg è imperniata ad un suo estremo in modo da poter ruotare con **attrito trascurabile** su un piano verticale. Inizialmente l'asta si trova ferma nella propria posizione di equilibrio, cioè con il suo asse lungo la verticale. Ad un dato istante sull'asta incide un proiettile puntiforme, di massa m = 0.10 kg, che impatta sul punto di mezzo dell'asta (distante $L/2$ dai suoi estremi) avendo una velocità orizzontale di modulo $v_0 = 1.0\text{x}10^2$ m/s, come rappresentato in figura. In seguito all'impatto il proiettile rimane **conficcato** nell'asta e tutto il sistema (asta + proiettile conficcato) comincia a ruotare attorno al perno.



   a) Discutete per benino, in brutta, quali tra le grandezze **del sistema** (energia cinetica, quantità di moto, momento angolare) si conservano e quali no.
   Discussione: ……………………………….

   b) Quanto vale la velocità angolare ω del sistema asta + proiettile conficcato **subito** dopo l'urto?
   ω = ………………………………. ~ …….. rad/s

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).
Pisa, 22/4/2009   Firma:

B

Corso di Laurea CIA – PROVA DI VERIFICA n. 2 - 22/4/2009

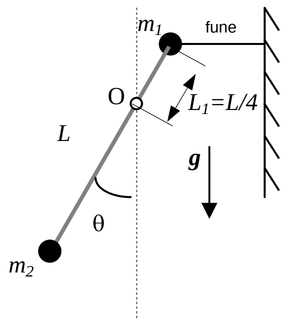
Nome e cognome: ……………………………………………………… Matricola: ……………

Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. ***Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione***

1. Due ioni con carica unitaria positiva q e massa rispettivamente m_1 e $m_2=m_1/2$ si muovono **l'uno contro l'altro** lungo l'asse X di un sistema di riferimento. Inizialmente i due ioni si trovano a grandissima distanza (praticamente "infinita") tra di loro e le loro velocità sono $v_{01}=|v_0|$ e $v_{02}=-|v_0|$ (le due velocità sono uguali in modulo ed opposte in segno), con $|v_0| = 3.0\text{x}10^3$ m/s. Si osserva che i due ioni si avvicinano l'un l'altro fino a raggiungere una distanza minima d_{MIN} (ovviamente essi non si fermano a tale distanza minima, ma subito dopo averla raggiunta la distanza relativa aumenta). [**Trascurate ogni effetto della forza peso** e ogni eventuale forza di attrito]
   a) Quanto vale la velocità v_1 dello ione di massa m_1 misurata nell'istante in cui i due ioni raggiungono la minima distanza relativa?
   v_1 = ……………………… = ……….. m/s

   b) Sapendo che $q = 1.6\text{x}10^{-19}$ C e che la somma delle masse degli ioni vale $(m_1+m_2)=3.2\text{x}10^{-26}$ kg, qual è il valore della distanza minima d_{MIN}? [Può farvi comodo ricordare che la forza di interazione elettrica tra due cariche puntiformi q si esprime, in modulo, come $|F| = \kappa_E q^2/x^2$, essendo $\kappa_E = 9.0\text{x}10^9$ N m²/C² e x la distanza relativa (generica) tra le particelle; può anche farvi comodo ricordare che, per una variabile generica ξ, si ha $\int \xi^n\, d\xi = \xi^{n+1}/(n+1)$,valida per $n \neq -1$]
   d_{MIN} = ……………………… = ……….. m

2. Un corpo rigido è costituito da un'asta di **massa trascurabile** e lunghezza L = 20 cm alle cui estremità sono attaccate due masse puntiformi m_1 = 1.0 kg e $m_2 = 2m_1$ = 2.0 kg. L'asta è imperniata nel punto O di figura, che dista $L_1 = L/4$ dall'estremo che alloggia la massa m_1, in modo da poter ruotare con **attrito trascurabile** su un piano verticale. Inizialmente il corpo rigido (che è una sorta di manubrio) è tenuto in equilibrio nella posizione descritta in figura (l'angolo rispetto alla verticale vale $\theta = \pi/6$) da una fune inestensibile e di massa trascurabile un cui estremo è vincolato all'estremità "1" dell'asta (quello dove si trova la massa m_1), essendo l'altro estremo inchiodato ad una parete verticale rigida ed indeformabile. [Usate il valore g = 9.8 m/s² per il modulo dell'accelerazione di gravità. Ricordate che $sin(\pi/6) = ½$ e $cos(\pi/6) \sim 0.87$]

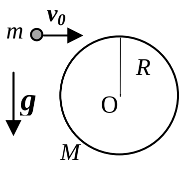


   a) Quanto vale il modulo della tensione T che la fune esercita sul corpo rigido? Quanto vale, **in modulo**, la forza F che il perno esercita sul corpo rigido?
   T = ……………………….. ~ ……….. N
   F = ……………………….. ~ ……….. N

   b) Supponete ora che, ad un dato istante, la fune venga improvvisamente tagliata: il corpo rigido prende allora a ruotare nel verso antiorario di figura, passando per la posizione verticale (quella in cui l'asta assume direzione verticale). Quanto vale la velocità angolare ω del corpo rigido in tale istante? [Supponete trascurabile ogni forma di attrito]
   ω = ……………………….. ~ …….. rad/s

   c) Come si scrive la **funzione** energia potenziale gravitazionale $U_G(\theta)$ del corpo rigido in funzione dell'angolo θ rispetto alla verticale? Cercate di scrivere questa funzione, senza usare i dati numerici del sistema, e discutete brevemente (ma per benino) in brutta sulle posizioni di equilibrio del sistema, basando le vostre affermazioni proprio sull'andamento della funzione che avete scritto.
   $U_G(\theta)$ =………………………..
   Discussione: ………………………..

3. Un cilindro **pieno ed omogeneo** di massa M = 2.0 kg e raggio R = 10 cm è imperniato sul suo asse (punto O di figura) in modo da poter ruotare con **attrito trascurabile** su un piano verticale. Inizialmente tale cilindro si trova fermo in equilibrio. Ad un dato istante sul cilindro incide un proiettile puntiforme, di massa m = 0.10 kg, che impatta sulla superficie laterale del cilindro avendo una velocità orizzontale di modulo $v_0 = 1.0\text{x}10^2$ m/s, come rappresentato in figura. In seguito all'impatto il proiettile (puntiforme!) rimane **conficcato** nel cilindro (sul suo punto di impatto, tangente alla superficie laterale del cilindro) e tutto il sistema (cilindro + proiettile conficcato) comincia a ruotare attorno al perno.



   a) Discutete per benino, in brutta, quali tra le grandezze del sistema (energia cinetica, quantità di moto, momento angolare) si conservano e quali no.
   Discussione: ……………………………….

   b) Quanto vale la velocità angolare ω del sistema cilindro + proiettile conficcato **subito** dopo l'urto?
   ω = ………………………………. ~ …….. rad/s

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).
Pisa, 22/4/2009 Firma:

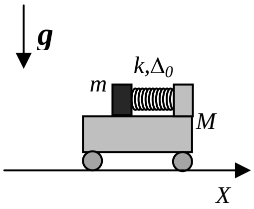
C

Corso di Laurea CIA – PROVA DI VERIFICA n. 2 - 22/4/2009

Nome e cognome: ………………………………………………………   Matricola: ……………

Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. ***Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione***

1. Un piccolo carrello di massa M può scorrere con **attrito trascurabile** lungo l'asse X (orizzontale) di un sistema di riferimento. Il carrello è equipaggiato con una molla di massa trascurabile e costante elastica k = 5.0×10^4 N/m, montata come rappresentato in figura (la molla è fissata su una sponda, rigida e indeformabile, che appartiene al carrello). Inizialmente il carrello è fermo e la molla è **mantenuta compressa** per un tratto Δ_0 = 10 cm da un filo che ne collega gli estremi; un oggetto puntiforme di massa $m = M/4$ si trova fermo a contatto dell'estremo "libero" della molla, come rappresentato in figura. Tale oggetto può scorrere con **attrito trascurabile** sulla superficie del carrello. Ad un dato istante il filo viene tagliato, la molla perde la sua compressione "spingendo" l'oggetto; di conseguenza, sia l'oggetto che il carrello cominciano a muoversi in direzione orizzontale. [Trascurate ogni forma di attrito]



   a) Quale relazione deve esistere tra le velocità v e V rispettivamente dell'oggetto e del carrello in ogni istante del processo? [Scrivete la relazione analitica che lega v a V senza usare i valori numerici dei parametri del problema, e giustificate bene, in brutta, le motivazioni della vostra affermazione]
   v = …………………………

   b) Durante il processo, la molla, espandendosi, verrà ad assumere la propria lunghezza di riposo. Sapendo che M = 16 kg, quanto vale la velocità V' del carrello misurata nell'istante in cui la molla assume la propria lunghezza di riposo?
   V' = ……………………. = ………. m/s

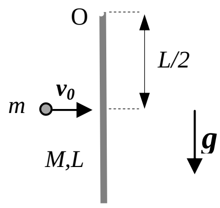
2. Un cilindro **pieno ed omogeneo** di massa m = 2.0 kg e raggio R = 10 cm si trova, inizialmente fermo, sulla sommità di un piano inclinato di altezza h = 15 m e inclinazione $\theta = \pi/3$ rispetto all'orizzontale. Ad un dato istante, il cilindro viene lasciato libero di scendere sul piano inclinato, partendo con velocità iniziale nulla. Il piano inclinato è **scabro** e si verifica che l'attrito tra superficie laterale del cilindro e superficie del piano è tale da garantire moto di **rotolamento puro**, cioè il cilindro si muove rotolando **senza strisciare**. [Usate il valore g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità. Ricordate che $cos(\pi/3) = ½$ e $sin(\pi/3) \sim 0.87$ e trascurate ogni forma di attrito diversa da quella che provoca il moto di rotolamento puro]

   a) Quanto vale la velocità v_{CM} che il centro di massa del cilindro raggiunge al termine del piano inclinato?
   v_{CM} = ……………………….. ~ ……….. m/s

   b) Sapendo che il coefficiente di attrito statico tra superficie del piano inclinato e superficie laterale del cilindro vale μ_S = 0.80, verificate **quantitativamente** che il moto di rotolamento puro sia effettivamente possibile. [Fate una bella e chiara discussione in brutta]
   Verifica e discussione: ………………………..

   c) Supponete ora che alla base del piano inclinato sia presente un tratto **orizzontale** perfettamente liscio, cioè con coefficiente di attrito (sia statico che dinamico) praticamente nullo. Quanto varrà la velocità angolare ω' del cilindro quando esso si trova a percorrere questo tratto? [State attenti a valutare tutte le possibili conservazioni delle varie grandezze in gioco e spiegate bene, in brutta, cosa vi aspettate che succeda!]
   ω' =……………………….. ~ …….. rad/s

3. Una sottile asta omogenea di lunghezza L = 50 cm e massa M = 2.0 kg è imperniata ad un suo estremo (indicato con O in figura) in modo da poter ruotare con **attrito trascurabile** su un piano verticale. Inizialmente l'asta si trova ferma nella propria posizione di equilibrio, cioè con il suo asse lungo la verticale. Ad un dato istante sull'asta incide un oggetto puntiforme, di massa $m = M/2$ = 1.0 kg, che impatta sul punto di mezzo dell'asta (cioè a distanza $L/2$ dai suoi estremi) avendo una velocità orizzontale di modulo v_0 = 10 m/s, come rappresentato in figura. L'urto tra oggetto e asta può essere considerato **perfettamente elastico**.



   a) Discutete per benino, in brutta, quali tra le grandezze del sistema (energia cinetica, quantità di moto, momento angolare) si conservano e quali no.
   Discussione: ……………………………….

   b) Quanto vale la velocità angolare ω dell'asta **subito** dopo l'urto? [Tenete in debito conto il carattere dichiaratamente elastico dell'urto!]
   ω = ………………………………. ~ …….. rad/s

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).
Pisa, 22/4/2009   Firma: