A

Corso di Laurea Ing. EA – PROVA DI VERIFICA n. 1 - 13/11/2007

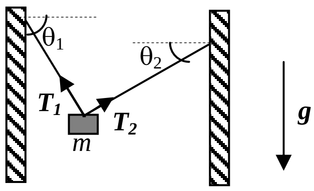
Nome e cognome: ……………………………………………………… Matricola: ……………

Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. ***Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione***

1. Un oggetto puntiforme si muove sul piano orizzontale XY seguendo la traiettoria espressa analiticamente dalla funzione $y(x) = A + x/B$, con A e B costanti opportunamente dimensionate. Si sa che il moto lungo la direzione X avviene con accelerazione costante ed uniforme a_X.
   a) Che tipo di moto compie l'oggetto lungo la direzione Y? [Spiegate **bene** la risposta] *
   ☐ con velocità uniforme e costante ☐ X con accelerazione uniforme e costante ☐ non si può dire
   Spiegazione:........................... [la traiettoria è evidentemente rettilinea; pertanto il rapporto tra le componenti della velocità deve rimanere costante ed altrettanto deve verificarsi per le componenti dell'accelerazione. Quindi l'accelerazione deve essere uniforme e costante anche lungo Y]

   b) Come si scrive la legge oraria del moto $y(t)$ lungo la direzione Y? [Fate attenzione a considerare tutto quello che deve essere considerato!]
   $y(t) =$ …………………………………… $A+x_0/B + v_{0X}(t-t_0)/B + a_X(t-t_0)^2/(2B)$, con x_0 e v_{0X} valori a $t = t_0$ della posizione e velocità in direzione orizzontale [come stabilito nella risposta precedente, il moto lungo Y è uniformemente accelerato e questa è una buona espressione per la legge del moto]

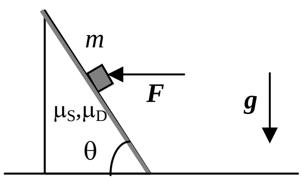
2. Un lampadario di massa $m = 20$ kg è sostenuto da due funi (inestensibili e di massa trascurabile) di lunghezza differente fra loro, attaccate a due pareti verticali (fisse, rigide ed indeformabili) parallele tra loro come indicato in figura. In condizioni di equilibrio, gli angoli di figura, tra funi e orizzontale, valgono $\theta_1 = \pi/3$ rad e $\theta_2 = \pi/6$ rad. [Usate $g = 9.8$ m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità e ricordate che $sin(\pi/3) = cos(\pi/6) = 3^{1/2}/2$, con $3^{1/2} \sim 1.7$ e $sin(\pi/6) = cos(\pi/3) = 1/2$] **



   a) Quanto vale il rapporto $\eta = T_1/T_2$ tra le tensioni delle funi 1 e 2?
   $\eta =$ …………………………………… ~ ……….. $cos\theta_2/cos\theta_1 \sim 1.7$ [all'equilibrio deve essere, per le componenti orizzontali delle forze sulla massa: $T_1cos\theta_1 = T_2cos\theta_2$, da cui la soluzione]

   b) Quanto vale il modulo della tensione T_2 della fune 2?
   $T_2 =$ …………………………………… = ……….. N $mg/(sin\theta_1\eta + sin\theta_2) = mg/2 = 98$ N
   [per l'equilibrio in direzione verticale deve essere $mg = T_1sin\theta_1 + T_2sin\theta_2 = T_2(sin\theta_1\eta + sin\theta_2)$, da cui la soluzione]

3. Una piccola cassa di massa $m = 2.0$ kg è appoggiata su un piano inclinato che forma un angolo $\theta = \pi/3$ rispetto all'orizzontale (il piano è rigido, indeformabile e fisso nello spazio). Sulla cassa agisce una forza esterna $\boldsymbol{F}$ applicata in direzione orizzontale, come in figura. Il piano inclinato è scabro e presenta coefficienti di attrito **statico** $\mu_S = 0.50$ e di attrito **dinamico** $\mu_D = \mu_S/2$. [Considerate la cassa come un oggetto puntiforme, usate il valore $g = 9.8$ m/s^2 per l'accelerazione di gravità e ricordate che $sin(\pi/3) = = 3^{1/2}/2$, con $3^{1/2} \sim 1.7$ e $cos(\pi/3) = 1/2$]**



   a) Quanto deve valere il modulo F **al di sopra del quale** la cassa "comincia a muoversi" verso la sommità del piano inclinato?
   $F =$ …………………………………… = ... N $mg(sin\theta + \mu_S cos\theta)/(cos\theta - \mu_S sin\theta) = mg(3^{1/2}+1/2)/(2-3^{1/2}) = 2.9\text{x}10^2$ N [le forze che agiscono lungo la direzione del piano, usando un segno positivo per quelle orientate verso l'alto, sono $-mgcos\theta$, $Fcos\theta$, e la forza di attrito $F_A = -\mu N = -\mu(mgcos\theta+Fsin\theta)$. Finché c'è equilibrio la forza di attrito è statica, da cui la soluzione]

   b) Supponendo che la forza applicata abbia un modulo F sufficiente a muovere la cassa verso l'alto, come si scrive l'equazione del moto? [Non usate valori numerici per questa risposta]

a = …………………………………… $(F/m)(\cos\theta - \mu_D \sin\theta) - g(\sin\theta + \mu_D \cos\theta)$ [vedi la soluzione al punto precedente; stavolta, trattandosi di moto, il coefficiente di attrito è quello dinamico]

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).
Pisa, 13/11/2007 Firma:

Corso di Laurea Ing. EA – PROVA DI VERIFICA n. 1 - 13/11/2007

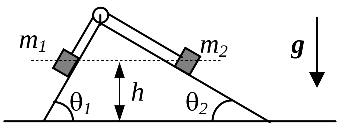
Nome e cognome: ……………………………………………………… Matricola: ……………

Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. ***Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione***

1. Un corpo puntiforme si muove sul piano orizzontale XY; si sa che esso passa per l'origine del sistema di riferimento all'istante $t' = 10$ s, e che in tale istante esso ha velocità di componenti $v'_X = 0$ e $v'_Y = 5.0$ m/s ed accelerazione di modulo $a = 2.0$ m/s^2 diretta lungo la bisettrice del piano. [Intendete positive le componenti dell'accelerazione e ricordate che $sin(\pi/4) = cos(\pi/4) = 2^{1/2}/2 \sim 0.71$]
   a) Qual è la posizione x_0, y_0 occupata dal corpo all'istante $t_0 = 0$?
   x_0 = …………………………………… = ... m $-t'(v_{0X}+a\ cos(\pi/4)t'/2) = -t'(-a\ cos(\pi/4)t' + a\ cos(\pi/4)t'/2) = a\ cos(\pi/4)t'^2/2 = 71$ m
   y_0 = …………………………………… = ... m $-t'(v_{0Y}+a\ sin(\pi/4)t'/2) = -t'(v'_Y - a\ sin(\pi/4)t' + a\ sin(\pi/4)t'/2) = -v'_Y t' + a\ sin(\pi/4)t'^2/2 = 21$ m [usando le leggi orarie della velocità si ha $v'_X = 0 = v_{0X} + a\ cos(\pi/4)\ t'$ e $v'_Y = v_{0Y} + a\ sin(\pi/4)\ t'$, da cui si ricavano i valori delle componenti della velocità all'istante t_0 . Usando le leggi orarie del moto si ha $x' = 0 = x_0 + v_{0X}t' + a\ cos(\pi/4)\ t'^2/2$ e $y' = 0 = y_0 + v_{0Y}t' + a\ sin(\pi/4)\ t'^2/2$. Combinando le varie equazioni per le due componenti e riarrangiando si ottiene la soluzione]

   b) Che tipo di traiettoria segue il corpo? [Spiegate **bene** la risposta] *
   ☐ rettilinea ☐ X curvilinea ☐ non si può dire
   Spiegazione:........................... [il rapporto $v_Y/v_X = (v_{0Y}+a_Yt)/(a_Xt)$ dipende dal tempo e dunque la traiettoria è curvilinea]

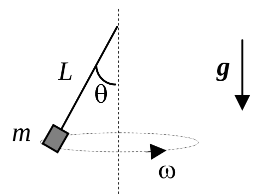
2. Due blocchi di massa m_1 e m_2 si trovano su due piani inclinati lisci (dotati di attrito trascurabile) che hanno inclinazioni rispetto all'orizzontale pari a $\theta_1 = \pi/3$ e $\theta_2 = \pi/6$. I due blocchi sono collegati tra loro da una fune (inestensibile e di massa trascurabile) che passa per la gola di una puleggia (priva di attriti e di massa trascurabile) come indicato in figura; la fune rimane parallela ai piani inclinati. [Usate $g = 9.8$ m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità e ricordate che $sin(\pi/3) = cos(\pi/6) = 3^{1/2}/2$, con $3^{1/2} \sim 1.7$ e $sin(\pi/6) = cos(\pi/3) = 1/2$] *



   a) Quanto deve valere il rapporto $\eta = m_2/m_1$ tra le due masse affinché il sistema sia in equilibrio?
   η = …………………………….. ~ .... $sin\theta_1 / sin\theta_2 \sim 1.7$ [all'equilibrio la tensione T della fune deve bilanciare la forza $m_1 g sin\theta_1$ che agisce sul blocco 1 e la forza $m_2 g sin\theta_2$ che agisce sul blocco 2, da cui la soluzione]

   b) Ad un certo istante la fune viene tagliata; supponendo che le condizioni iniziali siano tali che i due blocchi (supposti puntiformi) si trovino entrambi alla stessa quota $h = 4.9$ m rispetto all'orizzontale, come in figura, quanto vale la differenza $\Delta t = t_1 - t_2$ tra i tempi occorrenti al blocco 1 e al blocco 2 per raggiungere le basi dei rispettivi piani inclinati? [Per intenderci, questa differenza è nulla se i due blocchi arrivano allo stesso istante, positiva se arriva per primo il blocco 2, negativa altrimenti]
   $\Delta t = t_1 - t_2$ = …………………………………… ~ .... s $(2h/g)^{1/2}(1/sin\theta_1 - 1/sin\theta_2) \sim -0.82$ s [i due blocchi si muovono di moto uniformemente accelerato verso il basso con accelerazioni rispettivamanete $a_1 = gsin\theta_1$ e $a_2 = gsin\theta_2$. Partendo da fermi allo stesso istante, essi devono percorrere rispettivamente i tratti $h/sin\theta_1 = (a_1/2)t_1^2$ e $h/sin\theta_2 = (a_2/2)t_2^2$, da cui la soluzione]

3. Una giostra in miniatura è costituita da un piccolo seggiolino di massa $m = 40$ g appeso ad una fune (inestensibile e di massa trascurabile) di lunghezza $L = 50$ cm. Attraverso un motore, il seggiolino viene messo in rotazione con velocità angolare uniforme e costante $\omega = 7.0$ rad/s; in queste condizioni si osserva che la fune forma un angolo θ (incognito) rispetto alla verticale, come indicato in figura. [Usate il valore $g = 9.8$ m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità]



a) Quanto vale il modulo della tensione T della fune?

T = …………………………….. = ... N $m\omega^2 L$ = 9.8x10^{-1} N [la tensione della fune garantisce sia l'equilibrio in direzione verticale che l'accelerazione centripeta, che ha direzione orizzontale. Dunque deve essere: $T\cos\theta = mg$ e $T\sin\theta = m\omega^2 R = m\omega^2 L\sin\theta$. Da quest'ultima relazione si trova immediatamente la relazione]

b) Quanto vale il coseno dell'angolo θ?

$\cos\theta$ = …………………………… = ... $mg/T= mg/(m\omega^2 L) = g/(\omega^2 L)$ = 0.40 [dal bilancio delle forze in direzione verticale]

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).

Pisa, 13/11/2007 Firma:

Corso di Laurea Ing. EA – PROVA DI VERIFICA n. 1 - 13/11/2007

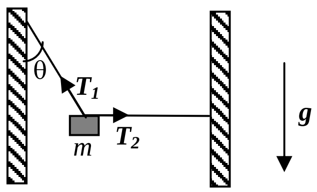
Nome e cognome: …………………………………………………….   Matricola: ……………

Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. ***Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione***

1. Il moto di un oggetto puntiforme è descritto dalle seguenti leggi orarie in **coordinate polari**: $R(t) = At^2$, $\theta(t) = \omega t$, dove t rappresenta il tempo e la costante A vale $5.0\text{x}10^{-3}$ m/s^2. Si sa inoltre che il periodo di rotazione dell'oggetto vale T = 6.3 s.
   a) Quanto vale la velocità **tangenziale** v' all'istante t' = 10 s?
   v' = …………………………….. = ... m/s $\omega R(t') = \omega At'^2 = 2\pi At'^2/T = 5.0\text{x}10^{-1}$ m/s [la velocità tangenziale in un moto curvilineo è $\omega R'$, dove R' è il valore della coordinata radiale all'istante considerato]

   b) Come si scrive la legge oraria dell'accelerazione **radiale** $a_R(t)$ in funzione del tempo? [L'accelerazione radiale è la componente dell'accelerazione in direzione radiale! Non usate valori numerici per questa risposta]
   $a_R(t)$= .... $-\omega^2 R(t) + 2A = -(2\pi/T)^2 At^2 + 2A$ [sul punto deve agire l'accelerazione centripeta; inoltre la legge oraria della coordinata radiale suggerisce che il moto in questa direzione è uniformemente accelerato con accelerazione costante pari a $2A$, da cui la soluzione]

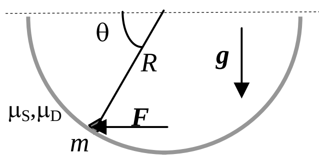
2. Un'insegna di massa m = 34 kg è sostenuta da due funi (inestensibili e di massa trascurabile) attaccate a due pareti parallele (fisse, rigide ed indeformabili) secondo lo schema rappresentato in figura. In condizioni di equilibrio la fune 1 forma un angolo $\theta = \pi/6$ rispetto alla verticale, mentre la fune 2 è orizzontale. [Usate g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità e ricordate che $cos(\pi/6) = 3^{1/2}/2$, con $3^{1/2}$ ~ 1.7 e $sin(\pi/6) = 1/2$] *



   a) Quanto vale il rapporto $\eta = T_1/T_2$ tra le tensioni delle funi 1 e 2?
   η = ………………………………… = ……….. $1/sin\theta = 2$ [all'equilibrio deve essere, per le componenti orizzontali della forza sulla massa: $T_1 sin\theta = T_2$, da cui la soluzione]

   b) Quanto deve vale il modulo della tensione T_2 della fune 2?
   T_2 = ………………………………… ~ .... N $mgtg\theta \sim 2.0\text{x}10^2$ N   [all'equilibrio deve essere, per le componenti verticali, $T_1 cos\theta = mg$, essendo $T_2 = T_1/\eta$, esce la soluzione]

3. Un oggetto puntiforme di massa m = 200 g può muoversi su una guida semicircolare di raggio R = 10 cm (fissa, rigida ed indeformabile) disposta su un piano verticale come in figura. All'oggetto è applicata una forza $\boldsymbol{F}$ diretta orizzontalmente e di modulo $F = 4.0\text{x}10^{-1}$ N; la superficie della guida è scabra e presenta coefficienti di attrito statico μ_S = 0.50 e attrito dinamico μ_D = 0.30. La massa si trova in una posizione tale che il raggio diretto verso di essa forma un angolo $\theta = \pi/3$ rispetto all'orizzontale. [Usate g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità e ricordate che $sin(\pi/3) = 3^{1/2}/2$, con $3^{1/2}$ ~ 1.7 e $cos(\pi/3) = 1/2$] **



   a) Sapendo che, nella situazione appena descritta, l'oggetto si trova fermo in equilibrio, quanto vale in modulo la forza di attrito F_A? [Verificate che la situazione descritta sia veramente di equilibrio!]
   F_A = …………………………….. = ... N $mgcos\theta - Fsin\theta = 6.4\text{x}10^{-1}$ N [l'equilibrio in direzione tangenziale, quella del possible moto dell'oggetto, impone $0 = mgcos\theta - F_A - Fsin\theta$, da cui la soluzione. Questa forza d'attrito è ovviamente statica, però il suo valore è minore (in modulo) rispetto al valore massimo possibile, che è $F_{A,MAX} = \mu_S N = \mu_S (mgsin\theta + Fcos\theta) = 9.3\text{x}10^{-1}$ N, per cui la condizione di equilibrio è possibile]

   b) Supponendo ora che il modulo della forza applicata salga istantaneamente al valore $F'=5F$, quanto vale l'accelerazione tangenziale a_t **immediatamente dopo** l'aumento della forza?

a_t = …………………………….. ~ .... m/s^2 0 [la forza di attrito statico massima, $F_{A,MAX}=\mu_S(mg\sin\theta + F'\cos\theta)$, continua ad essere maggiore della forza che agisce in direzione tangenziale, che vale $F'\sin\theta - mg\cos\theta$. Pertanto la situazione continua ad essere di equilibrio – NOTA: soluzione corretta l'11/11/2008]

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).
Pisa, 13/11/2007 Firma:

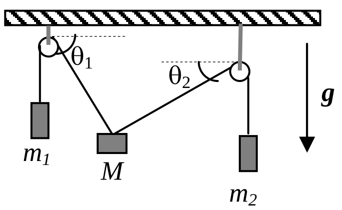
Corso di Laurea Ing. EA – PROVA DI VERIFICA n. 1 - 13/11/2007

Nome e cognome: ………………………………………………………. Matricola: ……………

Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. ***Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione***

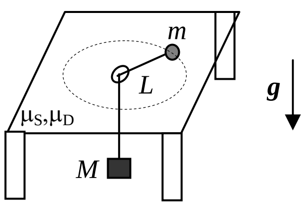
1. Un oggetto puntiforme si muove sul piano orizzontale XY seguendo una particolare legge oraria, tale che le coordinate x ed y sono funzioni del tempo t secondo le leggi: $x(t) = A + Bt + Ct^3$; $y(t) = A + Dt^2$, con A, B, C, D costanti opportunamente dimensionate. [Per la soluzione fa comodo ricordare che, per una variabile generica ξ, si ha $d\xi^n/d\xi = (n-1)\xi^{n-1}$] *
   a) Che direzione tiene l'oggetto all'istante $t = 0$? [Per identificare la direzione, usate la pendenza $tg\theta$ della retta tangente alla traiettoria]
   $tg\theta(t=0)$ = …………………………….. = ... $v_Y(t=0)/v_X(t=0) = 0/B = 0$ [la direzione, intesa come nell'esercizio, si trova attraverso il rapporto tra le componenti Y ed X della velocità. La funzione del tempo velocità si ottiene eseguendo la derivata rispetto al tempo delle leggi orarie, per cui: $v_X(t) = B+3Ct^2$ e $v_Y(t) = 2Dt$. Calcolando il rapporto per $t=0$ si ottiene la soluzione]
   b) Quanto vale la componente a_Y ' dell'accelerazione lungo Y all'istante $t' = 10$ s? [Per la soluzione numerica, supponete $A = 1.0$ m, $B = 2.0$ m/s, $C = 3.0$ m/s^3, $D = 4.0$ m/s^2]
   $a_Y' =$ ………………………………….. = ... m/s^2 $2D = 8.0$ m/s^2 [ricordando la legge oraria del moto uniformemente accelerato si vede che il coefficiente D indica evidentemente il doppio dell'accelerazione lungo Y]

2. Tre masse, m_1 , M , m_2 , sono collegate tra loro da due funi (inestensibili e di massa trascurabile) che passano per le gole di due pulegge (di massa trascurabile ed in grado di ruotare senza attrito attorno ai propri assi). Le due pulegge sono attaccate ad un solaio fisso, rigido ed indeformabile: la figura rappresenta uno schema della situazione considerata; gli angoli delle due funi rispetto all'orizzontale valgono rispettivamente $\theta_1 = \pi/3$ e $\theta_2 = \pi/6$. [Usate $g = 9.8$ m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità e ricordate che $sin(\pi/3) = cos(\pi/6) = 3^{1/2}/2$, con $3^{1/2} \sim 1.7$ e $sin(\pi/6) = cos(\pi/3) = 1/2$] *



   a) Quanto deve valere il rapporto tra le masse m_1 ed m_2, $\eta = m_1/m_2$, affinché il sistema sia in equilibrio?
   η = …………………………….. ~ .... $cos\theta_2/cos\theta_1 \sim 1.7$ [per l'equilibrio delle componenti orizzontali delle forze agenti su M deve essere $T_1cos\theta_1 = T_2cos\theta_2$. D'altra parte le tensioni T_1 e T_2 delle funi devono anche equilibrare le forze peso agenti sulle masse m_1 e m_2, cioè $T_1 = m_1g$ e $T_2 = m_2g$, da cui la soluzione]
   b) Supponendo $m_1 = 34$ kg, quanto deve valere la massa M per avere equilibrio?
   M = ... ~ .... kg $m_1(sin\theta_1+sin\theta_2/\eta) = 40$ kg [per l'equilibrio delle componenti verticali delle forze agenti su M deve essere $Mg = T_1sin\theta_1 + T_2sin\theta_2 = g(m_1sin\theta_1 + m_2sin\theta_2) = gm_1(sin\theta_1 + sin\theta_2/\eta)$]

3. Un piccolo blocchettino di massa $m = 200$ g si muove di **moto circolare uniforme** sul piano orizzontale di un tavolo avendo velocità angolare $\omega = 2.0$ rad/s e raggio "dell'orbita" pari ad $L = 49$ cm. Al blocchettino è attaccata una fune (inestensibile e di massa trascurabile) che termina con una massa M (incognita) libera di muoversi in direzione verticale: la figura mostra uno schema della situazione fisica (si noti che il tavolo presenta un foro attraverso il quale passa la fune, che si suppone non subisca attrito con il bordo del foro). [Usate il valore $g = 9.8$ m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità] **



   a) Supponendo per questa risposta trascurabile l'attrito (sia statico che dinamico) tra tavolo e blocchettino, quanto deve valere la massa M affinché la situazione descritta (moto circolare uniforme e massa M ferma) sia verificata?
   M = …………………………………… = ... kg $m\omega^2L/g = 4.0\times10^{-2}$ kg [la tensione della fune fornisce l'accelerazione centripeta $a_C = \omega^2L$ alla massa m e mantiene in equilibrio la massa M ; deve quindi essere, per i moduli, $Mg = m\omega^2L$, da cui la soluzione]

b) Se, invece, tra tavolo e blocchettino c'è attrito statico con coefficiente $\mu_S = 0.50$ e dinamico con coefficiente $\mu_D = 0.30$, come si modifica la soluzione del problema? Spiegatelo bene e determinate il nuovo valore *M'* che la massa *M* "può" avere se si vuole che il blocchettino si muova come nella domanda precedente. [Ovviamente il blocchettino è mantenuto in rotazione da una qualche forza esterna, per cui la velocità angolare può essere considerata costante anche in presenza di attrito]

Spiegazione: .... se si vuole che il blocchettino percorra ancora una circonferenza, occorre che ci sia equilibrio in direzione radiale (il moto è solo tangenziale). Dunque in questa direzione ha un ruolo l'attrito **statico** che al massimo vale $\mu_S N = \mu_S mg$. Poiché $\mu_S g > \omega^2 L$, il blocchettino può percorrere la sua orbita circolare anche senza bisogno della tensione della fune, per cui può essere $M' = 0$. D'altra parte il valore massimo che *M'* può avere coincide con quello trovato in precedenza (la forza di attrito statico "si adatta" alla situazione...)

M'= …………………………………… = ... kg 0 [sulla base di quanto appena stabilito]

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).

Pisa, 13/11/2007 Firma:

Corso di Laurea Ing. EA – PROVA DI VERIFICA n. 1 - 13/11/2007

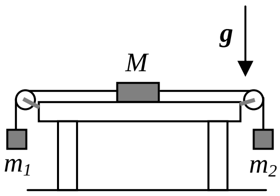
Nome e cognome: …………………………………………………….. Matricola: ……………

Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. ***Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione***

1. Un oggetto puntiforme si muove di moto **circolare** con **accelerazione angolare uniforme e costante** α (incognita); il raggio dell'"orbita" circolare è R_0 = 10 m e si sa che all'istante t_0 = 0 l'oggetto si trova nella posizione $\theta_0 = \pi/4$ ed ha una velocità tangenziale v_0 = 400 cm/s. *
   a) Sapendo che all'istante t_1 = 20 s l'oggetto ripassa ("per la prima volta") per la posizione θ_0, quanto vale, in modulo, l'accelerazione angolare α?
   α = …………………………….. = ... rad/s^2 $4\pi/t_1^2 - 2\omega_0/t_1 = 4\pi/t_1^2 - 2(v_0/R_0)/t_1 = -8.6\text{x}10^{-3}$ rad/s^2[posto t_0=0, la legge oraria del moto circolare uniformemente accelerato è $\theta(t) = \theta_0 + \omega_0 t + (\alpha/2)t^2$. I dati del problema stabiliscono che $\theta(t') - \theta_0 = 2\pi$ (l'angolo giro) e inoltre $\omega_0 = v_0/R_0$, da cui la soluzione]

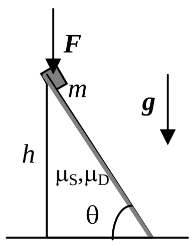
   b) Quanto valgono all'istante t_1 le componenti radiali (a_R) e tangenziali (a_t) dell'accelerazione dell'oggetto?
   a_R = ... = ... m/s^2 $-\omega^2(t_1)R_0 = -(v_0/R_0+(\alpha/2)t_1)^2R_0 = -R_0\ (v_0/R_0 + 2\pi/t_1 - v_0/R_0)^2 = -4\pi R_0/t_1^2 = -1.0$ m/s^2 [è l'accelerazione centripeta calcolata tenendo conto della velocità angolare all'istante considerato]
   a_t = ... = ... m/s^2 $\alpha R_0 = 8.6\text{x}10^{-2}$ m/s^2 [dalla relazione "geometrica" tra accelerazione tangenziale ed accelerazione angolare, scritta tenendo conto del fatto che quest'ultima è costante]

2. Due funi (inestensibili e di massa trascurabile) sono attaccate ad un blocchetto di massa M (incognita) che è libero di muoversi con attrito trascurabile sul piano orizzontale di un tavolo. Le due funi, dopo essere passate per la gola di due pulegge (di massa trascurabile e in grado di ruotare attorno al proprio asse con attrito trascurabile) fissate agli estremi del tavolo, terminano con due masse m_1 = 500 g ed $m_2 = 2m_1$ libere di muoversi in direzione verticale, come rappresentato schematicamente in figura. Inizialmente il sistema è mantenuto fermo da un perno piantato nel tavolo che viene rimosso all'istante t_0 = 0. [Considerate gli oggetti come puntiformi ed usate il valore g = 9.8 m/s^2 per l'accelerazione di gravità] **



   a) Come si scrive l'equazione del moto del blocchetto M? [Riferitivi ad un asse orientato verso la destra della figura e non usate valori numerici per questa risposta]
   a = …………………………………… $g(m_2 - m_1)/(M+m_1+m_2)$ [essendo le funi inestensibili, le tre masse hanno la stessa accelerazione a (usando per semplicità un asse "curvilineo" che segue la direzione delle funi ed è orientato come specificato nel testo). Le tre equazioni del moto recitano allora: $a = T_1/m_1 - g$; $a = (T_2 - T_1)/M$; $a = g - T_2/m_2$. Questo è un sistema di tre equazioni e tre incognite, la cui soluzione rispetto ad a porta al risultato]
   Attenzione! Il dato di v'_2 era indicato in modo errato nella copia distribuita in lcasse, portando ad un risultato "assurdo": se ne tiene in debito conto nella correzione degli elaborati!!
   b) Sapendo che la massa m_2 , dopo essere scesa per un tratto L = 10 cm, raggiunge velocità di modulo $v'_2 = 4.9\text{x}10^{-1}$ m/s, quanto vale la massa M del blocchetto?
   M = …………………………………… = ... kg $2gL(m_2-m_1)/v'^2_2 - (m_1+m_2) = 3.3$ kg
   [dato che le tre masse hanno la stessa accelerazione, la massa m_2 scenderà verso il basso con accelerazione a uniforme e costante determinata nella risposta precedente. Deve dunque essere $L = (a/2)t'^2$, dove il "tempo di discesa" è $t' = v'_2/a$. Si ha quindi $L = v'^2_2/(2a)$, ovvero $a = v'^2_2/(2L)$. Mettendo a sistema questa equazione con quella determinata sopra e risolvendo per M si ottiene la soluzione]

3. All'istante t_0 = 0 una piccola cassa di massa m = 500 g si trova **ferma** sulla sommità di un piano inclinato che forma un angolo $\theta = \pi/3$ rispetto all'orizzontale ed ha altezza h = 4.9 m (il piano è rigido, indeformabile e fisso nello spazio). Sulla cassa agisce una forza **costante ed uniforme** diretta verticalmente come in figura e di modulo F = 4.9 N. Il piano inclinato è scabro e presenta coefficienti di attrito **statico** μ_S = 0.50 e di attrito **dinamico** $\mu_D = \mu_S/2$.



[Considerate la cassa come un oggetto puntiforme, usate il valore g = 9.8 m/s^2 per l'accelerazione di gravità e ricordate che $sin(\pi/3)$ = = $3^{1/2}/2$, con $3^{1/2} \sim 1.7$ e $cos(\pi/3) = 1/2$] *

c) Quanto vale il modulo della reazione vincolare N che il piano esercita sulla cassa?

N = …………………………………… = ... N $(mg+F)cos\theta = 4.9$ N [dall'equilibrio delle forze nella direzione ortogonale al piano inclinato]

d) A quale istante t' la cassa giunge alla base del piano? [Tenete conto che la forza $\boldsymbol{F}$ agisce sulla cassa durante l'intera discesa]

t' = …………………………………… ~ .... s $(2L/a)^{1/2} = (2h/(sin\theta\ a))^{1/2} = (2h/(sin\theta((g+F/m)(sin\theta - \mu_D cos\theta))))^{1/2} \sim 0.90$ s [il moto è uniformemente accelerato con $a = (g+F/m)sin\theta - F_{A,D} = (g+F/m)sin\theta - \mu_D N/m = (g+F/m)(sin\theta - \mu_D cos\theta)$. Il tratto da percorrere è lungo $L = h/sin\theta$ e, usando la legge oraria del moto uniformemente accelerato, si trova la soluzione. È bene notare che, preliminarmente alla soluzione, occorre verificare che la forza in direzione parallela al piano, $(mg+F)sin\theta$, sia maggiore del valore massimo che può assumere l'attrito statico, $F_{A,S} = (mg+F)\mu_S cos\theta$; infatti c'è spostamento solo se questa condizione si verifica (e si verifica dato che $sin\theta/cos\theta = tg\theta = 3^{1/2} > \mu_S$, assunti i dati del problema in questione)]

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).

Pisa, 13/11/2007 Firma: