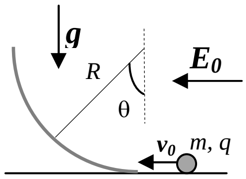
A

Corso di Laurea Ing. EA – PROVA DI VERIFICA n. 2 - 19/12/2008

Nome e cognome: …………………………………………………….   Matricola: ……………

Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. ***Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione***

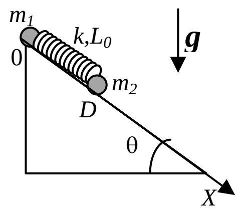
1. Un piccolo oggetto di massa m = 20 g e dotato di una carica elettrica $q = 1.0\text{x}10^{-3}$ C giunge con una velocità di modulo v_0 = 5.0 m/s alla base di una guida circolare (la sua sezione forma un quarto di circonferenza, come rappresentato in figura) fissa e indeformabile, di raggio R = 20 cm. Nella regione di interesse è presente un campo elettrico esterno **costante ed uniforme** di modulo E_0 = 300 V/m diretto orizzontalmente nel verso indicato in figura. Si osserva che l'oggetto percorre per intero la guida muovendosi con **attrito trascurabile**. [Usate il valore $g = 9.8$ m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità]



   a) Quanto vale, in **modulo**, la velocità v con cui l'oggetto passa per il "**punto di mezzo**" della guida? ["Punto di mezzo" significa che il raggio spiccato dal centro della circonferenza a cui l'arco appartiene alla posizione in questione forma un angolo θ = π/4 rispetto alla verticale, come indicato in figura]
   v= …………………………………… ~ ………. m/s

   b) Quanto vale la **differenza di potenziale** elettrico ΔV tra l'inizio e la fine della guida?
   ΔV = …………………………………… = …….. V

2. Due oggetti (puntiformi) di massa m_1 e m_2 possono scivolare con **attrito trascurabile** lungo un piano inclinato (fisso, rigido, indeformabile) che forma un angolo θ rispetto all'orizzontale. I due oggetti sono tenuti insieme da una molla di costante elastica k e lunghezza di riposo L_0. Inizialmente i due oggetti sono tenuti fermi da forze esterne (ad esempio due manine) in posizioni che, rispetto ad un asse X che corre lungo il piano inclinato, ha origine sulla sua sommità, e corre verso il basso, sono x_{01} = 0 e $x_{02} = D$ (vedi figura). All'istante t_0=0 le forze esterne che tenevano fermi gli oggetti vengono improvvisamente rimosse (senza che venga impartita alcuna velocità iniziale agli oggetti) ed essi sono liberi di muoversi. [In questo esercizio i valori numerici dei dati sono ignoti e dovete esprimere le soluzioni in funzione delle espressioni letterali dei vari parametri. Usate il simbolo g per il modulo dell'accelerazione di gravità]

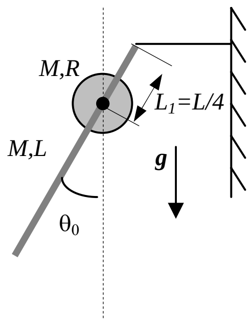


   a) Come si scrivono le equazioni del moto relativo, a_{REL} , e del centro di massa, a_{CM} , del sistema? [Dovete scrivere delle **funzioni delle posizioni generiche** x_1 e x_2 dei due oggetti rispetto all'asse considerato nel testo]
   a_{REL}= ……………………………………
   a_{CM} = ……………………………………

   b) In quale istante t' (se esiste) la **distanza relativa** tra gli oggetti torna ad assumere per la prima volta il valore (D) che aveva all'istante iniziale?
   t' = ……………………………………

   c) Come si scrivono le leggi orarie del moto dei due oggetti, $x_1(t)$ e $x_2(t)$? [Cercate di tenere conto in modo opportuno delle condizioni iniziali del problema; anche in questo caso dovete esprimere la soluzione in termini dei dati letterali noti del problema]
   $x_1(t)$ = ……………………………………
   $x_2(t)$ = ……………………………………

3. Un sistema è formato da un cilindro pieno **omogeneo** di raggio R = 10 cm e da una sottile sbarra **omogenea** di lunghezza $L = 8R$ = 80 cm; entrambi gli oggetti hanno la stessa massa M = 2.0 kg. Questi due corpi rigidi sono saldati tra di loro a formare un corpo unico in modo che la sbarra attraversi un diametro del cilindro e che il centro del cilindro si trovi ad una distanza $L_1 = L/4$ dall'estremità della sbarretta. Un perno, inchiodato ad una parete rigida verticale, attraversa l'asse del cilindro; il sistema cilindro+sbarretta può dunque ruotare su un piano verticale con **attrito trascurabile** attorno a questo perno. Inizialmente il sistema è tenuto in equilibrio nella configurazione geometrica di figura (l'angolo indicato vale $\theta_0 = \pi/3$) da una fune inestensibile un cui estremo è vincolato ad un'altra parete rigida verticale. [Usate $g = 9.8$ m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità e ricordate che $sin(\pi/3) = 3^{1/2}/2$, con $3^{1/2} \sim 1.7$ e $cos(\pi/3) = ½$, può esservi utile ricordare il "teorema degli assi paralleli", che recita $I' = I_{CM} + Md^2$, con M massa dell'oggetto considerato e d distanza tra i due assi paralleli considerati, uno dei quali passa per il centro di massa]



   a) Quanto valgono, **in modulo**, la tensione T della fune e la forza F esercitata dal perno sul cilindro?
   T = …………………………………… ~ ………. N
   F = …………………………………… ~ ………. N

   b) Supponete ora che, ad un dato istante, la fune venga improvvisamente tagliata: di conseguenza, il sistema cilindro+sbarretta si mette a ruotare attorno al perno. Quanto vale la velocità angolare ω del sistema nell'istante in cui la sbarretta assume una direzione verticale?
   ω = …………………………………… ~ ………. rad/s

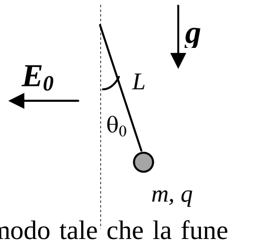
Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).
Pisa, 19/12/2008   Firma:

B

Corso di Laurea Ing. EA – PROVA DI VERIFICA n. 2 - 19/12/2008

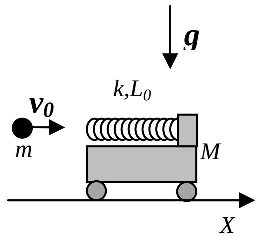
Nome e cognome: ………………………………………………………   Matricola: ……………

Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate “brutte copie” o altri documenti che ritenete utili. ***Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione***



1. Un piccolo oggetto di massa m = 300 g dotato di una carica elettrica $q = 1.0\text{x}10^{-3}$ C è legato ad una fune inestensibile di massa trascurabile e lunghezza L = 1.0 m, il cui altro estremo è vincolato ad un chiodo infisso in una parete rigida verticale. Nella regione di interesse è presente un campo elettrico esterno **uniforme e costante** di modulo E_0 = 30 V/m, diretto orizzontalmente nel verso indicato in figura. Inizialmente l’oggetto è tenuto fermo (da una qualche forza esterna) nella posizione indicata in figura (l’angolo vale $\theta_0 = \pi/6$). [**Trascurate ogni forma di attrito** e usate il valore g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell’accelerazione di gravità; ricordate che $cos(\pi/6) = 3^{1/2}/2$, con $3^{1/2} \sim 1.7$ e $sin(\pi/6) = ½$]
   a) Ad un dato istante la forza esterna viene rimossa improvvisamente e l’oggetto si mette in movimento in modo tale che la fune rimanga sempre tesa. Quanto vale, in modulo, la sua velocità v quando la fune si trova a passare per la posizione verticale?
   v= …………………………………… ~ ………. m/s

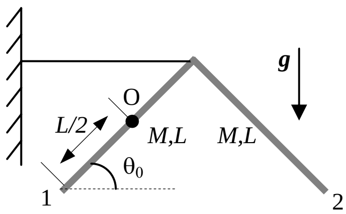
   b) Quanto vale la **differenza di potenziale** elettrico ΔV tra la posizione “finale” (fune sulla verticale) e quella “iniziale” (fune all’angolo θ_0) dell’oggetto?
   ΔV = …………………………………… = …….. V



2. Un carrello di massa M, che può scorrere con **attrito trascurabile** lungo una strada orizzontale, è dotato di una sponda verticale rigida a cui è vincolata una molla, di massa trascurabile, costante elastica k e lunghezza di riposo L_0. La molla è disposta con il suo asse in direzione orizzontale, e la lunghezza del carrello è tale che l’estremità della molla (imperturbata) è a filo con l’estremità del carrello stesso, come rappresentato in figura. Inizialmente il carrello è fermo; all’istante t_0=0 un oggetto di massa $m=M/4$ incide, con una velocità di **modulo** v_0 diretta orizzontalmente come in figura, sull’estremità della molla; di conseguenza, la molla comincia a contrarsi. [In questo esercizio i valori numerici dei dati sono ignoti e dovete esprimere le soluzioni in funzione delle espressioni letterali dei vari parametri; trascurate ogni forma di attrito anche nel moto dell’oggetto di massa m]
   a) Come si esprime, in modulo, la compressione massima Δ_{MAX} della molla?
   Δ_{MAX}= ……………………………………

   b) In quale istante t' la molla assume la sua compressione massima (di cui alla domanda precedente)?
   t' = ……………………………………

   c) Come si esprime lo spostamento ΔX del carrello quando la molla assume la sua compressione massima (di cui alle domande precedenti)? [Fate riferimento ad un asse X orizzontale orientato come in figura]
   ΔX = ……………………………………



3. Un sistema è formato da due sottili sbarrette **omogenee** identiche, ciascuna di massa M = 1.0 kg e lunghezza L = 50 cm, saldate insieme ad una estremità a formare una “L” (l’angolo tra i loro assi vale $\pi/2$). Nel punto di mezzo di una delle due sbarrette (la numero 1 di figura) si trova un piccolo foro passante: un perno rigido, fissato ad una parete verticale, passa per il foro in modo tale che l’intero sistema può compiere rotazioni con **attrito trascurabile** su un piano verticale attorno ad un asse che passa per questo perno (il polo di rotazione è indicato con la lettera O in figura). Inizialmente il sistema è mantenuto in equilibrio da una fune disposta come rappresentato in figura (la fune è orizzontale e collega il vertice della “L” ad una parete rigida verticale); l’angolo indicato è $\theta_0 = \pi/4$. [Usate il valore g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell’accelerazione di gravità; ricordate che $cos(\pi/4) = sin(\pi/4) = 1/2^{1/2}$, con $2^{1/2} \sim 1.4$]
   a) Quanto valgono, **in modulo**, la tensione T della fune e la forza F esercitata dal perno sul cilindro? [Fate attenzione a considerare bene la geometria e la trigonometria!]
   T = …………………………………… = ………. N
   F = …………………………………… ~ ………. N

   b) Supponete ora che, ad un dato istante, la fune venga improvvisamente tagliata: di conseguenza, il sistema si mette a ruotare attorno all’asse passante per il perno. Quanto vale la velocità angolare ω del sistema nell’istante in cui la sbarretta 1 ha il proprio asse in direzione orizzontale (cioè, in pratica, l’angolo θ_0 indicato in figura si annulla)? [Può esservi utile ricordare il “teorema degli assi paralleli”, che recita $I' = I_{CM} + Md^2$, con M massa dell’oggetto considerato e d distanza tra i due assi paralleli considerati, uno dei quali passa per il centro di massa]
   ω = …………………………………… ~ ………. rad/s

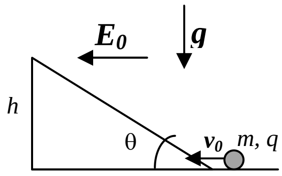
Nota: acconsento che l’esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).
Pisa, 19/12/2008   Firma:

Corso di Laurea Ing. EA – PROVA DI VERIFICA n. 2 - 19/12/2008

Nome e cognome: …………………………………………………… Matricola: ……………

Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. ***Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione***

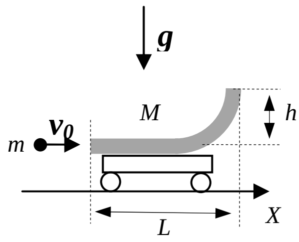
1. Un piccolo oggetto di massa m = 200 g e dotato di una carica elettrica q = 1.0x10^{-3} C giunge con una velocità di modulo v_0 = 5.0 m/s alla base di un piano inclinato rigido e fisso che forma un angolo $\theta = \pi/6$ con l'orizzontale ed ha altezza h = 20 cm, come rappresentato in figura. Nella regione di interesse è presente un campo elettrico esterno **costante ed uniforme** di modulo E_0 = 300 V/m diretto lungo l'asse X nel verso indicato in figura. Si osserva che l'oggetto percorre per intero il piano inclinato muovendosi con **attrito trascurabile**. [Usate il valore g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità; ricordate che $cos(\pi/6) = 3^{1/2}/2$, con $3^{1/2} \sim 1.7$ e $sin(\pi/6) = ½$]



   a) Quanto vale, in **modulo**, la velocità v con cui l'oggetto raggiunge la sommità del piano inclinato?
   v= …………………………………… ~ ………. m/s

   b) Quanto vale la **differenza di potenziale** elettrico ΔV tra posizione "finale" (in cima al piano) e "iniziale" (alla base) dell'oggetto?
   ΔV = …………………………………… ~…….. V

2. Un sottile tubo cavo è piegato in modo da formare una specie di manico d'ombrello: esso, infatti, può essere immaginato come composto da un tratto rettilineo (asse in direzione orizzontale) seguito da un tratto piegato a formare un quarto di circonferenza. Il tubo è montato sopra un carrello che si può muovere con **attrito trascurabile** su una strada orizzontale (vedi figura): la massa complessiva del sistema è M ed inizialmente carrello+tubo sono fermi. Un proiettile puntiforme, di massa $m = M/5$, si infila nel tubo avendo una velocità di modulo v_0 diretta orizzontalmente nel verso di figura. Il diametro del tubo è tale che il proiettile ci può scorrere dentro con **attrito trascurabile**. Altri parametri noti rilevanti per il problema sono la "lunghezza" L e l'"altezza" h. [In questo esercizio i valori numerici dei dati sono ignoti e dovete esprimere le soluzioni in funzione delle espressioni letterali dei vari parametri. Usate il simbolo g per il modulo dell'accelerazione di gravità]

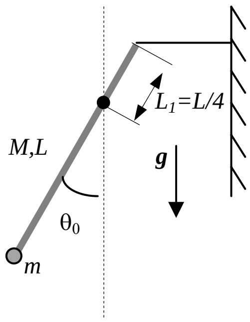


   a) Si osserva che il proiettile percorre per intero il tubo e ne fuoriesce con una velocità di modulo v; nel contempo, anche il carrello si mette in movimento con una velocità che raggiunge il valore V. Come si esprimono, **in modulo**, le velocità V e v? [Si intende che entrambe le velocità sono misurate nello stesso sistema di riferimento all'istante in cui il proiettile fuoriesce dal tubo; ricordate che il problema **non** è unidimensionale!]
   V = ……………………………………
   v = ……………………………………

   b) Dopo aver lasciato il tubo, il proiettile prosegue in un moto libero (supposto con **attrito trascurabile**). Come si esprime la quota massima h_{MAX} da esso raggiunta? [Si intende che tale quota è misurata a partire dalla quota occupata dal proiettile prima di penetrare nel tubo]
   h_{MAX} = ……………………………………

   c) Supponendo di sapere che il tempo necessario affinché il proiettile percorra per intero il tubo sia t' (un nuovo dato letterale del problema), come si scrive lo spostamento ΔX del carrello+tubo? [Fate riferimento ad un asse orizzontale orientato come in figura]
   ΔX = ……………………………………

3. Un sistema è formato da una sottile sbarra **omogenea** di lunghezza L = 1.0 m e massa M = 2.0 kg ad una cui estremità è fissata una massa puntiforme $m = M/2$ = 1.0 kg. La sbarra può ruotare con **attrito trascurabile** attorno ad un perno, inchiodato su una parete rigida verticale, che la attraversa ad una distanza $L_1 = L/4$ da una sua estremità (vedi figura). Inizialmente il sistema è tenuto in equilibrio nella configurazione geometrica di figura (l'angolo indicato vale $\theta_0 = \pi/3$) da una fune inestensibile un cui estremo è vincolato ad un'altra parete rigida verticale. [Usate g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità e ricordate che $sin(\pi/3) = 3^{1/2}/2$, con $3^{1/2} \sim 1.7$ e $cos(\pi/3) = 1/2$; può esservi utile ricordare il "teorema degli assi paralleli", che recita $I' = I_{CM} + Md^2$, con M massa dell'oggetto considerato e d distanza tra i due assi paralleli considerati, uno dei quali passa per il centro di massa]



   a) Quanto valgono, **in modulo**, la tensione T della fune e la forza F esercitata dal perno sul cilindro?
   T = …………………………………… ~ ………. N
   F = …………………………………… ~ ………. N

   b) Supponete ora che la fune venga rimossa e che il sistema venga configurato (attraverso opportune condizioni iniziali) in modo da compiere piccole oscillazioni attorno alla direzione verticale. Come si scrive l'equazione del moto rotazionale $\alpha(\theta)$ per le piccole oscillazioni? Quanto vale il periodo t delle piccole oscillazioni? [Ricordate che, per $\theta << 1$, $sin\theta \sim \theta$; **non** usate valori numerici nell'espressione dell'equazione del moto; servitevi piuttosto delle espressioni letterali dei parametri noti del problema]
   $\alpha(\theta)$ = ……………………………………
   t = …………………………………… ~ …….. s

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).
Pisa, 19/12/2008 Firma: