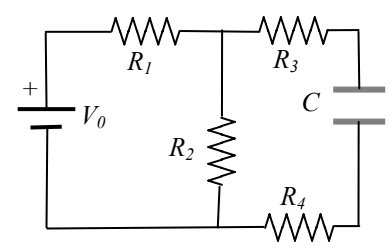


# Corso di Laurea Ing. EA – PROVA DI VERIFICA n. 4 – 29/5/2009

Nome e cognome: ..... Matricola: .....

Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegare "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. **Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione**

1. Un circuito elettrico è costituito da quattro resistori ( $R_1 = 100 \text{ ohm}$ ,  $R_2 = 400 \text{ ohm}$ ,  $R_3 = 500 \text{ ohm}$ ,  $R_4 = 800 \text{ ohm}$ ) e un condensatore ( $C_1 = 1.00 \text{ }\mu\text{F}$ ) collegati come in figura ad un generatore ideale di differenza di potenziale  $V_0 = 10.0 \text{ V}$ .



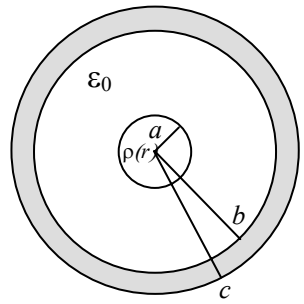
a) Quanto vale l'intensità di corrente  $I$  erogata dal generatore in condizioni stazionarie?  
 $I = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ mA}$        $V_0/(R_1+R_2) = 20.0 \text{ mA}$   
[in condizioni stazionarie la corrente passa solo attraverso la serie delle due resistenze  $R_1+R_2$ , dato che l'altro ramo del circuito comprende un condensatore. Applicando la legge di Ohm si trova la soluzione]

b) Quanto vale, in condizioni stazionarie, la carica  $Q$  accumulata dal condensatore?  
 $Q = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ C}$        $CV = CV_0R_2/(R_1+R_2) = 1.60 \times 10^{-6} \text{ C}$       [in condizioni stazionarie non passa corrente attraverso le resistenze  $R_3$  e  $R_4$ , dunque attraverso di esse non c'è caduta di potenziale. Di conseguenza la differenza di potenziale  $\Delta V$  tra le armature del condensatore è pari a quella che si misura ai capi della resistenza  $R_2$ , cioè  $\Delta V = R_2I = V_0R_2/(R_1+R_2)$ , da cui, usando la definizione di capacità elettrica, la soluzione]

c) Supponete che, ad un dato istante, il generatore venga scollegato dal circuito, cioè si tagliano i fili di collegamento tra i poli del generatore e il circuito; come si scrivono le funzioni  $P_1(t)$  e  $P_2(t)$  che rappresentano l'andamento temporale della potenza dissipata per effetto Joule rispettivamente nelle resistenze  $R_1$  e  $R_2$ ? [Non usate valori numerici per questa risposta, ma servitevi dei dati letterali del problema. Ricordate che dovete scrivere una funzione del tempo!]

$P_1(t) = \dots\dots\dots = 0$   
 $P_2(t) = \dots\dots\dots = R_2I_S^2(t) = R_2(\Delta V/(R_2+R_3+R_4))^2 \exp(-2t/((R_2+R_3+R_4)C))$       [quando il generatore viene scollegato il condensatore inizia a perdere la carica che aveva accumulato generando una corrente  $I_S(t)$ . Il processo di scarica avviene attraverso la serie delle tre resistenze  $R_S = R_2+R_3+R_4$ , mentre non passa corrente di scarica attraverso  $R_1$ . Da qui si deduce subito  $P_1(t) = R_1I_S^2(t) = 0$ . Invece  $P_2(t) = R_2I_S^2(t)$ . Risolvendo l'equazione di scarica del condensatore, si trova  $I_S(t) = I_0 \exp(-t/\tau)$ , dove la corrente iniziale è  $\Delta V/R_S$  e il tempo di scarica vale  $\tau = R_S C$ ]

2. Un lungo cilindro di raggio  $a = 10 \text{ cm}$  e altezza  $h = 5.0 \text{ m}$  è realizzato di un materiale (dielettrico) in cui, al momento della produzione, è stata inserita della carica elettrica. Si verifica in particolare che all'interno di questo cilindro si trova una densità di carica volumica disomogenea, dipendente solo dalla distanza dall'asse  $r$  secondo la legge  $\rho(r) = \rho_0 r^2/a^2$ , con  $\rho_0$  costante incognita opportunamente dimensionata. Si sa che la carica totale portata dal cilindro vale  $Q = 8.8 \times 10^{-10} \text{ C}$ . il cilindro è circondato da un guscio cilindrico spesso fatto di materiale conduttore; il guscio, che è globalmente neutro, ha raggio interno  $b = 40 \text{ cm}$  e raggio esterno  $c = 50 \text{ cm}$  è coassiale al cilindro, come rappresentato schematicamente in figura (che mostra una vista in sezione) e ne ha la stessa altezza  $h$ . [Notate che le altezze del cilindro e del guscio sono tali da poter trascurare gli "effetti ai bordi"]



a) Come si scrive la funzione  $E_I(r)$  che esprime il campo elettrico all'interno del cilindro di raggio  $a$ , cioè per  $r < a$ ? [Non usate valori numerici per questo risultato; indicate con  $\epsilon_0$  la costante dielettrica anche nel materiale di cui è fatta la sfera; spendete due parole per dire verso e direzione del campo, motivando in brutta le vostre affermazioni]

$E_I(r) = \dots\dots\dots = (\rho_0 r^3 / (4\epsilon_0 a^2)) \hat{r} = (Q r^3 / (\epsilon_0 2\pi a^4 h)) \hat{r}$       [il problema è chiaramente a simmetria cilindrica, data la forma dei componenti e visto che si possono trascurare gli "effetti ai bordi". Pertanto il campo elettrico è radiale e dipende solo dalla distanza  $r$  dall'asse del sistema. Inoltre il suo verso è uscente, essendo positiva la carica portata dal cilindro. La sua determinazione si esegue con il teorema di Gauss prendendo, come "scatola", un barattolo cilindrico di raggio  $r$  generico con  $r < a$  coassiale al sistema. Il flusso del campo attraverso la superficie chiusa di questa scatola è  $\Phi_S(E) = 2\pi r h E(r)$ , dove abbiamo sfruttato la simmetria cilindrica per notare che il campo è uniforme su tutta la superficie laterale della scatola considerata e che il flusso attraverso le superfici di base (i tappi della scatola) è nullo. La carica contenuta è  $\int_{scatola} dq = \int_{scatola} \rho(r) dV = \int_0^r \rho_0 R^2 2\pi R h dR/a^2 = \rho_0 2\pi h r^4 / (4a^2)$ , dove abbiamo debitamente espresso l'elemento di volume  $dV$  come si deve nel caso di simmetrie cilindriche ( $dV$  è il volumetto di un guscio cilindrico di altezza  $h$ , raggio  $R$  generico e spessore  $dR$ ), da cui la soluzione. Volendo, è naturalmente possibile esprimere  $\rho_0$  in funzione del dato  $Q$ , che è noto nel problema. Tenendo conto che  $Q$  è la carica totale contenuta nella sfera, la cui espressione si ottiene integrando nel raggio (come sopra) con estremi  $0, a$ , si ottiene facilmente  $\rho_0 = 4Q/(2\pi a^2 h)$ , da cui la seconda espressione riportata in soluzione]

b) Quanto valgono le cariche  $Q_b$  e  $Q_c$  che si trovano sulle superfici interna ( $r=b$ ) ed esterna ( $r=c$ ) del guscio sferico conduttore all'equilibrio?

$Q_b = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ C}$        $-Q = -8.8 \times 10^{-10} \text{ C}$       [applicando il teorema di Gauss ad barattolo di raggio  $b < R < c$  si trova che, dovendo essere il campo nullo all'equilibrio e quindi essendo nullo il flusso, la carica contenuta è nulla. Questa carica contenuta è data dalla somma algebrica  $Q + Q_b$ , da cui la soluzione]  
 $Q_c = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ C}$        $-Q_b = Q = 8.8 \times 10^{-10} \text{ C}$       [dovendo il guscio essere globalmente neutro, deve essere  $Q_b + Q_c = 0$ , da cui la soluzione]

c) Quanto vale la differenza di potenziale elettrico  $\Delta V_{0c}$  tra l'asse del sistema ( $r = 0$ ) e la superficie esterna ( $r = c$ ) del guscio cilindrico? [Per azzeccare i segni giusti, notate che si intende  $\Delta V_{0c} = V(r=c) - V(r=0)$ , con ovvio significato dei simboli; usate il valore  $\epsilon_0 = 8.8 \times 10^{-12} \text{ F/m}$  per la costante dielettrica del vuoto, che vale sia all'interno del cilindro di raggio  $r = a$ , che nello spazio vuoto tra cilindro e guscio cilindrico; può farvi comodo sapere che  $\ln(4) \sim 1.4$ ]

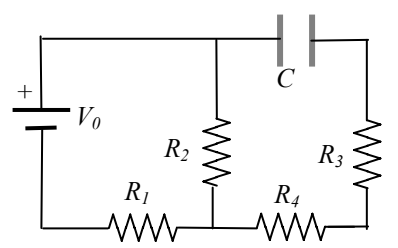
$\Delta V_{0c} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ V}$        $-Qa^4/(\epsilon_0 8\pi a^4 h) + Q \ln(b/a)/(2\pi \epsilon_0 h) = - (Q/(2\pi \epsilon_0 h))(1/4 + \ln(b/a)) \sim - 5.2 \text{ V}$   
[per definizione si ha  $\Delta V = - \int_0^c \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = - (\int_0^a \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} + \int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} + \int_b^c \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}) = - (\int_0^a E_I dr + \int_a^b E_{II} dr)$ , dove si è sfruttato il fatto che il guscio cilindrico è, all'equilibrio, equipotenziale (il campo all'interno è nullo). Per il calcolo occorre notare che il campo elettrico ha una diversa espressione funzionale a seconda che ci si trovi dentro il cilindro (dove l'espressione del campo è stata trovata alla risposta al quesito a) o tra cilindro e guscio cilindrico. Il campo  $E_{II}(r)$  in questa regione si trova ragionando

# Corso di Laurea Ing. EA – PROVA DI VERIFICA n. 4 – 29/5/2009

Nome e cognome: ..... Matricola: .....

Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegare "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. **Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione**

1. Un circuito elettrico è costituito da quattro resistori ( $R_1 = 100 \text{ ohm}$ ,  $R_2 = 400 \text{ ohm}$ ,  $R_3 = 500 \text{ ohm}$ ,  $R_4 = 800 \text{ ohm}$ ) e un condensatore ( $C_1 = 200 \text{ nF}$ ) collegati come in figura ad un generatore ideale di differenza di potenziale  $V_0 = 10.0 \text{ V}$ .



a) Quanto vale l'intensità di corrente  $I$  erogata dal generatore in condizioni stazionarie?

$I = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ mA}$        $V_0/(R_1+R_2) = 20.0 \text{ mA}$   
[in condizioni stazionarie la corrente passa solo attraverso la serie delle due resistenze  $R_1+R_2$ , dato che l'altro ramo del circuito comprende un condensatore. Applicando la legge di Ohm si trova la soluzione]

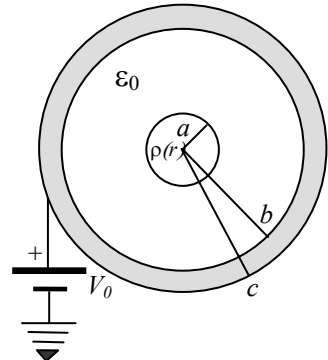
b) Quanto vale, in condizioni stazionarie, la carica  $Q$  accumulata dal condensatore?

$Q = \dots\dots\dots \text{ C}$        $C\Delta V = CV_0R_2/(R_1+R_2) = 1.60 \times 10^{-6} \text{ C}$       [in condizioni stazionarie non passa corrente attraverso le resistenze  $R_3$  e  $R_4$ , dunque attraverso di esse non c'è caduta di potenziale. Di conseguenza la differenza di potenziale  $\Delta V$  tra le armature del condensatore è pari a quella che si misura ai capi della resistenza  $R_2$ , cioè  $\Delta V = R_2 I = V_0 R_2 / (R_1 + R_2)$ , da cui, usando la definizione di capacità elettrica, la soluzione]

c) Supponete che, ad un dato istante, il generatore venga scollegato dal circuito, cioè si tagliano i fili di collegamento tra i poli del generatore e il circuito; come si scrivono le funzioni  $P_1(t)$  e  $P_2(t)$  che rappresentano l'andamento temporale della potenza dissipata per effetto Joule rispettivamente nelle resistenze  $R_1$  e  $R_2$ ? [Non usate valori numerici per questa risposta, ma servitevi dei dati letterali del problema. Ricordate che dovete scrivere una funzione del tempo!]

$P_1(t) = \dots\dots\dots 0$   
 $P_2(t) = \dots\dots\dots R_2 I_S^2(t) = R_2 (\Delta V / (R_2 + R_3 + R_4))^2 \exp(-2t / ((R_2 + R_3 + R_4)C))$       [quando il generatore viene scollegato il condensatore inizia a perdere la carica che aveva accumulato generando una corrente  $I_S(t)$ . Il processo di scarica avviene attraverso la serie delle tre resistenze  $R_S = R_2 + R_3 + R_4$ , mentre non passa corrente di scarica attraverso  $R_1$ . Da qui si deduce subito  $P_1(t) = R_1 I_S^2(t) = 0$ . Invece è  $P_2(t) = R_2 I_S^2(t)$ . Risolvendo l'equazione di scarica del condensatore, si trova  $I_S(t) = I_0 \exp(-t/\tau)$ , dove la corrente iniziale è  $\Delta V / R_S$  e il tempo di scarica vale  $\tau = R_S C$ ]

2. Una sfera di raggio  $a = 10 \text{ cm}$  è realizzata di un materiale (dielettrico) in cui, al momento della produzione, è stata inserita della carica elettrica. Si verifica in particolare che all'interno di questa sfera si trova una densità di carica volumica disomogenea, dipendente solo dalla distanza dal centro  $r$  secondo la legge  $\rho(r) = \rho_0 r^2 / a^2$ , con  $\rho_0$  costante incognita opportunamente dimensionata. Si sa che la carica totale portata dalla sfera vale  $Q = 8.8 \times 10^{-10} \text{ C}$ . La sfera è circondata da un guscio sferico spesso fatto di materiale conduttore; il guscio, che ha raggio interno  $b = 40 \text{ cm}$  e raggio esterno  $c = 50 \text{ cm}$  è concentrico alla sfera ed è collegato al polo positivo di un generatore di differenza di potenziale  $V_0 = 5.0 \text{ V}$ , il cui polo negativo è collegato a terra, come rappresentato schematicamente in figura.



a) Come si scrive la funzione  $E_I(r)$  che esprime il campo elettrico all'interno della sfera di raggio  $a$ , cioè per  $r < a$ ? [Non usate valori numerici per questo risultato; indicate con  $\epsilon_0$  la costante dielettrica anche nel materiale di cui è fatta la sfera; spendete due parole per dire verso e direzione del campo, motivando in brutta le vostre affermazioni]

$E_I(r) = \dots\dots\dots (\rho_0 r^3 / (5\epsilon_0 a^2)) \hat{r} = (Q r^3 / (\epsilon_0 4\pi a^5)) \hat{r}$       [il problema è chiaramente a simmetria sferica, per cui il campo elettrico è radiale e dipende solo dalla distanza  $r$  dal centro. Inoltre il suo verso è uscente, essendo positiva la carica portata dalla sfera. La sua determinazione si esegue con il teorema di Gauss prendendo, come "scatola", una superficie sferica di raggio  $r$  generico con  $r < a$  concentrica alla sfera. Il flusso del campo è  $\Phi_S(E) = 4\pi r^2 E(r)$ , dove abbiamo sfruttato la simmetria sferica per notare che il campo è uniforme su tutta la superficie della scatola considerata. La carica contenuta è  $\int_{scatola} dq = \int_{scatola} \rho(r) dV = \int_0^r \rho_0 R^2 4\pi R^2 dR / a^2 = \rho_0 4\pi r^5 / (5a^2)$ , dove abbiamo debitamente espresso l'elemento di volume  $dV$  come si deve nel caso di simmetrie sferiche ( $dV$  è il volumetto di un guscio sferico di raggio  $R$  generico e spessore  $dR$ ), da cui la soluzione. Ovviamente a tale soluzione si poteva anche giungere sfruttando direttamente il risultato del teorema di Gauss per simmetrie sferiche, il quale stabilisce che il campo è "analogo" a quello di una carica puntiforme posta nel centro e di valore pari alla carica contenuta nella scatola di raggio  $r < a$ . Volendo, è naturalmente possibile esprimere  $\rho_0$  in funzione del dato  $Q$ , che è noto nel problema. Tenendo conto che  $Q$  è la carica totale contenuta nella sfera, la cui espressione si ottiene integrando nel raggio (come sopra) con estremi  $0, a$ , si ottiene facilmente  $\rho_0 = 5Q / (4\pi a^5)$ , da cui la seconda espressione riportata in soluzione]

b) Quanto valgono le cariche  $Q_b$  e  $Q_c$  che si trovano sulle superfici interna ( $r=b$ ) ed esterna ( $r=c$ ) del guscio sferico conduttore all'equilibrio? [Usate il valore  $\epsilon_0 = 8.8 \times 10^{-12} \text{ F/m}$  per la costante dielettrica del vuoto e tenete in conto la presenza del generatore!]

$Q_b = \dots\dots\dots \text{ C}$        $-Q = -8.8 \times 10^{-10} \text{ C}$       [applicando il teorema di Gauss ad una scatola sferica di raggio  $b < R < c$  si trova che, dovendo essere il campo nullo all'equilibrio e quindi essendo nullo il flusso, la carica contenuta è nulla. Questa carica contenuta è data dalla somma algebrica  $Q + Q_b$ , da cui la soluzione]

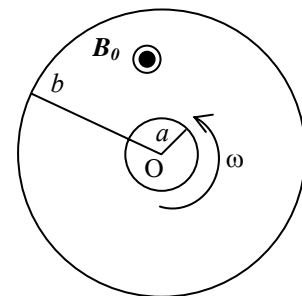
$Q_c = \dots\dots\dots \text{ C}$        $V_0 4\pi \epsilon_0 C = 2.8 \times 10^{-10} \text{ C}$       [la presenza del generatore implica che la differenza di potenziale tra il guscio e un punto a grandissima distanza (infinita) da questo sia  $\Delta V = V_0$ . Infatti la terra, a cui è collegato uno dei due poli del generatore, ha per definizione potenziale nullo, così come, in questa geometria (cariche confinate al finito), si può affermare dei punti che si trovano all'infinito. Dunque il generatore pompa della carica sul guscio (sulla superficie esterna di questo, dato che nella superficie interna il valore della carica è determinato dalle considerazioni svolte al punto precedente, in cui era coinvolta solo la carica presente nella sfera interna) una certa quantità di carica  $Q_c$ , necessaria a soddisfare il requisito appena espresso. Per la sua determinazione, occorre notare che, all'esterno (per  $r > c$ ) il campo, che è radiale e dipendente dal raggio a causa della simmetria sferica, si scrive  $E_{EXT}(r) = (Q + Q_b + Q_c) / (4\pi \epsilon_0 r^2) = Q_c / (4\pi \epsilon_0 r^2)$ , dove l'ultimo passaggio tiene conto della risposta al punto precedente. Deve quindi essere  $V_0 = - \int_c^\infty Q_c / (4\pi \epsilon_0 r^2) dr = Q_c / (4\pi \epsilon_0 c)$ , da cui la soluzione]

c) Quanto vale il potenziale elettrico  $V'$  a cui si trova il centro del sistema, ovvero il punto  $r = 0$ ? [, che vale sia all'interno della sfera, che nello spazio tra sfera e guscio sferico; occhio ai segni!]

$V' = \dots\dots\dots \text{ V}$        $Q a^4 / (\epsilon_0 16\pi a^5) + Q / (4\pi \epsilon_0) (1/b - 1/a) - V_0 = (Q / (4\pi \epsilon_0)) (1/(4a) + 1/b - 1/a) = (Q / (4\pi \epsilon_0)) (1/b - 3/(4a)) - V_0 = -4.5 \text{ V}$       [tenendo conto della presenza del generatore, che mantiene il guscio sferico al potenziale  $V_0$ , deve essere  $\Delta V = V_b - V' = V_0$   
 $-V' = - \int_0^a \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = - (\int_0^a \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} + \int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}) = - (\int_0^a E_I dr + \int_a^b Q_c / (4\pi \epsilon_0 r^2) dr)$ . Per il calcolo occorre notare che il campo elettrico ha una diversa espressione funzionale a

seconda che ci si trovi dentro la sfera (dove l'espressione del campo è stata trovata alla risposta al quesito a)) o tra sfera e guscio sferico, dove il campo elettrico è quello di una carica puntiforme  $Q$  che si trova al centro del sistema. Svolgendo gli integrali si trova la soluzione]

3. Un disco cavo omogeneo di materiale conduttore globalmente neutro, che ha raggio interno  $a = 50$  cm, raggio esterno  $b = 1.0$  m e spessore  $h = 10$  cm, viene mantenuto in rotazione attorno al suo asse (indicato con O in figura) con velocità angolare costante  $\omega = 10$  rad/s da un operatore esterno. Nella regione in cui si trova il disco è presente un campo magnetico esterno uniforme e costante, diretto ortogonalmente alla superficie del disco e di modulo  $B_0 = 2.0 \times 10^{-2}$  T (il verso del campo si deduce dalla figura, che riporta una vista "dall'alto" del sistema: rispetto a questa figura il campo "esce dal foglio" e la rotazione avviene in verso antiorario). Supponete che le condizioni a cui si fa riferimento nelle domande siano di equilibrio (cioè la rotazione del disco ha avuto inizio molto tempo prima di quando il sistema viene considerato).



- a) Come è fatto e che espressione ha, sempre che esista, il campo elettrico all'interno del disco? Discutete per benino in brutta sull'origine di questo campo, sul suo legame con il campo magnetico, sulla sua direzione e verso, sulla sua espressione.

Discussione: ..... la rotazione del disco fornisce alle cariche che esso contiene (di ambo i segni, in ugual numero essendo il disco neutro) una velocità tangenziale di verso antiorario, come la rotazione, e di modulo pari a  $\omega r$ , con  $r$  generico compreso tra  $a$  e  $b$  (si noti che la velocità non è omogenea su tutto il disco!). Per la forza di Lorentz, le cariche positive vengono spinte verso la superficie laterale "esterna" e quelle negative verso la superficie laterale "interna", come si verifica facilmente usando la regola della mano destra. Il processo di spostamento prosegue finché, all'equilibrio, le forze dovute al campo elettrico generato da questa separazione di cariche uguagliano la forza di Lorentz. In altri termini, all'interno del disco si crea un campo elettrico **impresso**  $E^* = -v \times B_0$ . Questo campo è radiale, diretto verso l'interno (come indicato anche dalla separazione delle cariche, che vede quelle negative andare sulla superficie laterale interna), e disomogeneo, valendo il suo **modulo**  $E(r) = \omega B_0 r$

- b) Quanto vale la differenza di potenziale elettrico  $\Delta V_{ab}$  che si instaura, se si instaura, tra la superficie laterale "interna" ( $r = a$ ) e la superficie laterale "esterna" del disco? [Per azzeccare i segni giusti, notate che si intende  $\Delta V_{ab} = V(r=b) - V(r=a)$ , con ovvio significato dei simboli]

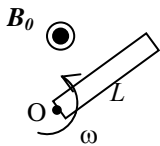
$\Delta V_{ab} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$  V       $\omega B_0 (b^2 - a^2) / 2 = 0.075$  V [avendo appurato che nel disco esiste un campo impresso  $E^*(r) = -\omega B_0 r$ , è facile calcolare la differenza di potenziale, che vale  $\Delta V_{ab} = - \int_a^b E^* \cdot dl = \int_a^b \omega B_0 r dr$ , da cui la soluzione]

**Nota:** acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, <http://www.df.unipi.it/~fuso/dida>, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | (4 caratteri alfanumerici).  
Pisa, 29/5/2009

Firma:

come fatto nella risposta data al quesito a), solo che stavolta la carica interna alla scatola di Gauss (un cilindro di raggio  $r$  generico, con  $a < r < b$ ) è la carica totale  $Q$ . Si ha quindi  $E_{if}(r) = Q/(2\pi\epsilon_0rh)$ , da cui la soluzione]

3. Una sottile barretta omogenea di materiale conduttore globalmente neutro, che ha sezione trascurabile e lunghezza  $L = 20$  cm, viene mantenuta in rotazione attorno ad un asse passante per un suo estremo e di direzione ortogonale all'asse della barretta da un operatore esterno (l'asse è indicato con O in figura). La velocità angolare di rotazione vale  $\omega = 20$  rad/s ed è costante. Nella zona in cui si trova la barretta insiste un campo magnetico esterno omogeneo e costante, di modulo  $B_0 = 0.10$  T e direzione parallela all'asse di rotazione della barretta. La figura schematizza la situazione e mostra come il campo magnetico abbia direzione e verso uscenti dal foglio mentre la rotazione avviene in verso antiorario. Supponete di considerare condizioni di equilibrio, cioè che la rotazione della barretta sia iniziata molto tempo prima di quando il sistema viene preso in analisi.



a) Come si scrive, se esiste, e che verso ha il campo elettrico impresso  $E^*$  che si instaura dentro la barretta? Discutete per benino, in brutta, sulla sua espressione e la sua origine fisica. [Supponete che il campo elettrico abbia la direzione dell'asse della barretta]

Discussione: ..... essendo la barretta in rotazione, le cariche (di ambo i segni e in ugual numero fra loro, essendo la barretta complessivamente neutra) che essa contiene subiscono una forza di Lorentz dovuta alla presenza del campo magnetico. La regola della mano destra suggerisce che le cariche positive vengono spinte verso l'estremo della barretta opposto a quello dove passa l'asse, mentre quelle negative sono spinte verso l'estremo dove passa l'asse di rotazione. Si assiste dunque a una separazione di cariche che ha termine quando si raggiunge l'equilibrio, ovvero quando il campo elettrico da essa generato crea una forza uguale e opposta alla forza di Lorentz. In altre parole, il campo impresso è  $E^* = -v \times B_0$ . La velocità delle cariche è ovviamente disomogenea. Essa ha sempre direzione tangenziale e verso antiorario, ma il suo modulo dipende dalla distanza dall'asse di rotazione, che indichiamo con  $r$ , secondo la  $v(r) = \omega r$ . Dunque anche il campo impresso è disomogeneo, essendo il suo modulo  $E^* = \omega B_0 r$  (la direzione e il verso sono già stati discussi).

b) Quanto vale, in modulo, la differenza di potenziale elettrico  $\Delta V$  che si instaura, se si instaura, tra gli estremi della barretta?  
 $\Delta V = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$  V  $\omega B_0 L^2 / 2 = 0.040$  V [avendo appurato che nella barretta esiste un campo impresso  $E^*(r) = -\omega B_0 r$ , è facile calcolare la differenza di potenziale, che vale  $\Delta V = -\int_0^L E^* \cdot dl = \int_0^L \omega B_0 r dr$ , da cui la soluzione]

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, <http://www.df.unipi.it/~fuso/dida>, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | (4 caratteri alfanumerici).  
Pisa, 29/5/2009

Firma: